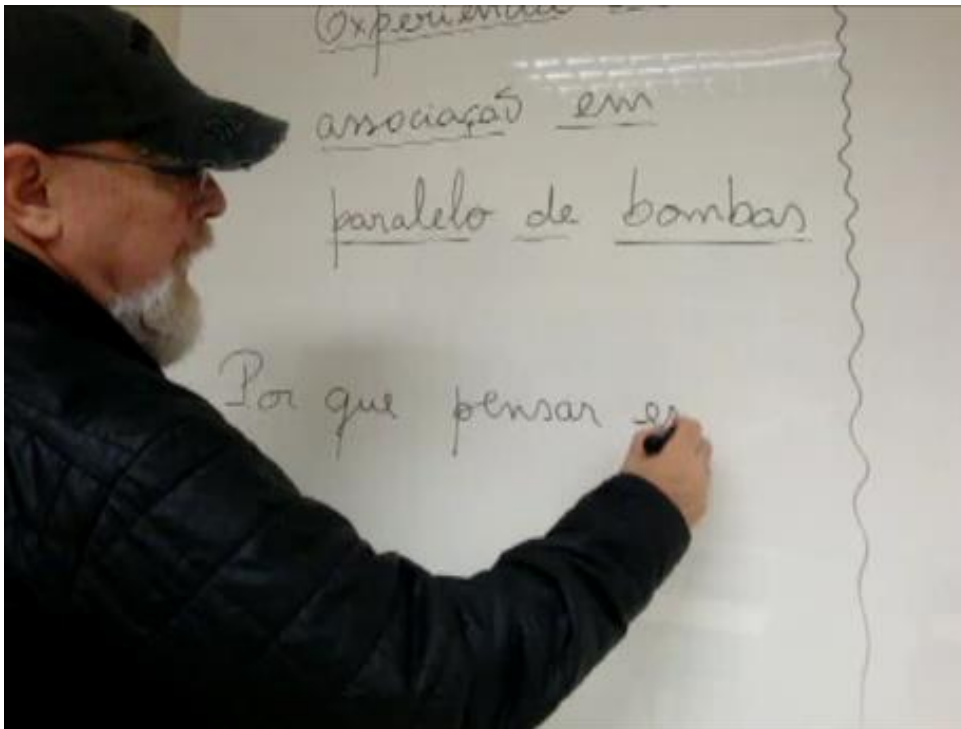



# Décima primeira aula de ME5330

Primeiro semestre de 2014



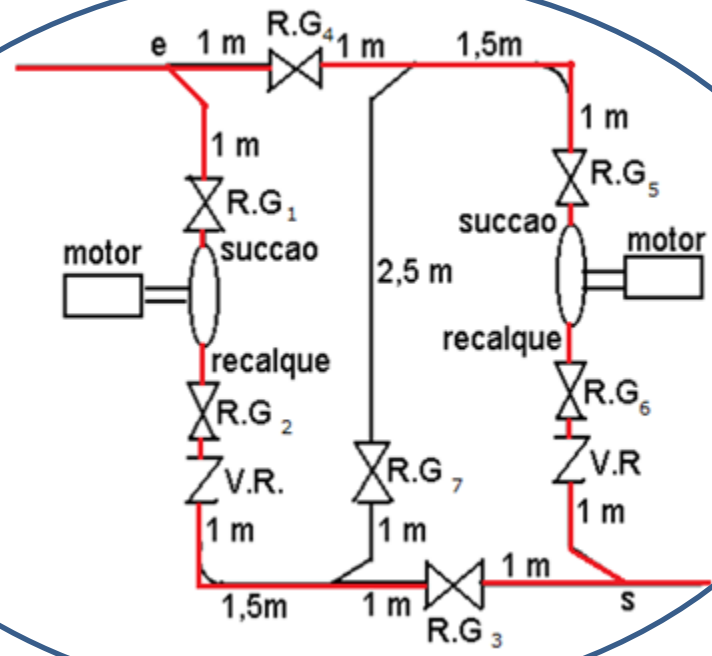
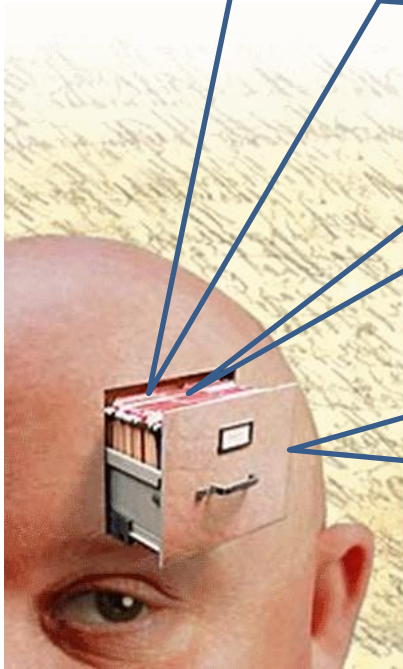
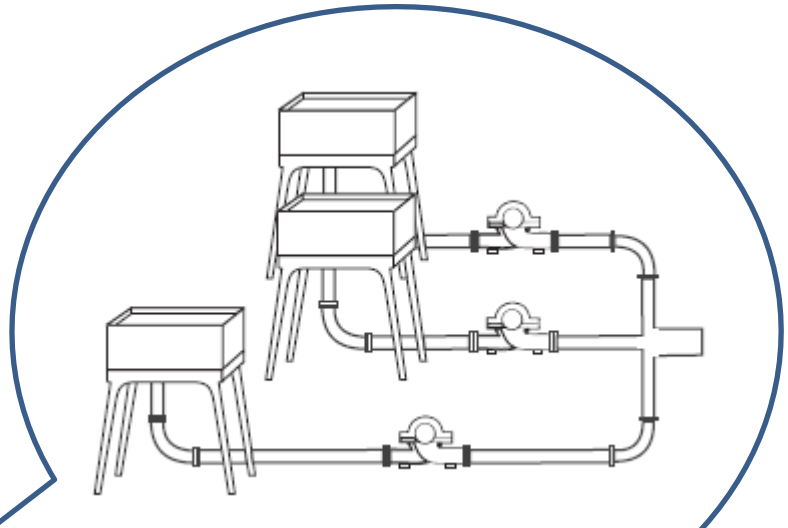
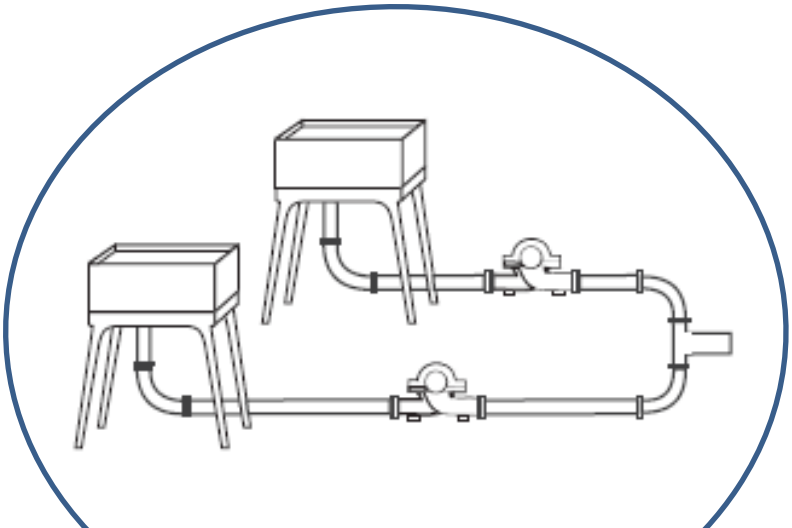
Um exemplo de bancada





Voltando à casa de máquina,  
onde a bomba reserva,  
permite tanto o  
funcionamento da bomba  
isolada, como associada em  
série e paralelo.

Como já vimos em série,  
gostaria agora de estudar  
a associação em paralelo!



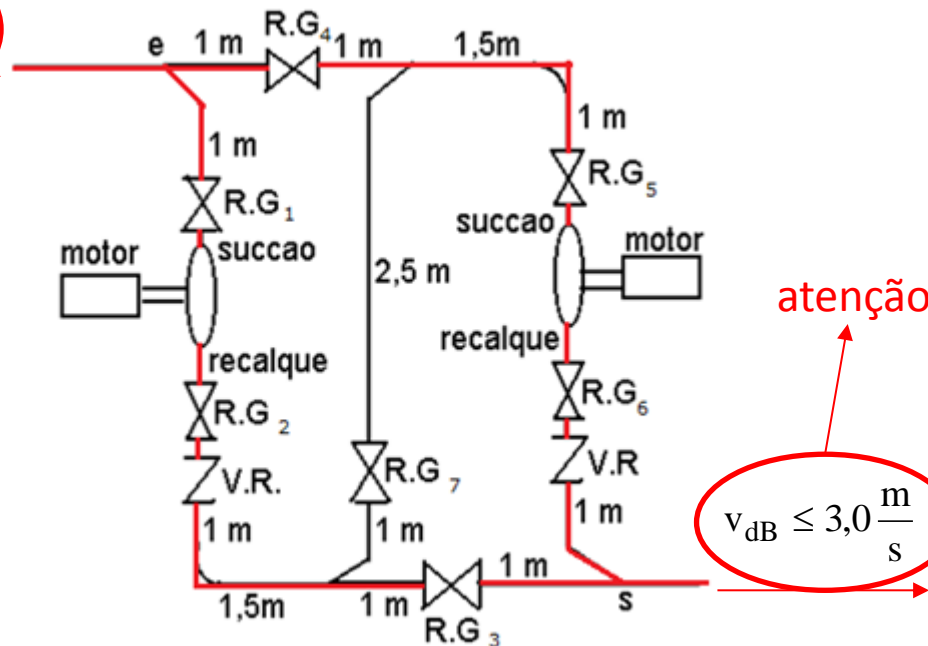
Aqui é importante se pensar na alimentação pela tubulação que causa menor perda de carga, pois se houver acentuadas perda de carga na linha, o aumento da vazão com duas ou mais bombas em paralelo será pequeno e pouco compensador.

A figura abaixo especifica as recomendações para as velocidades em uma associação em paralelo.



$$v_{aB} \leq 2,0 \frac{m}{s}$$

atenção



atenção

$$v_{dB} \leq 3,0 \frac{m}{s}$$



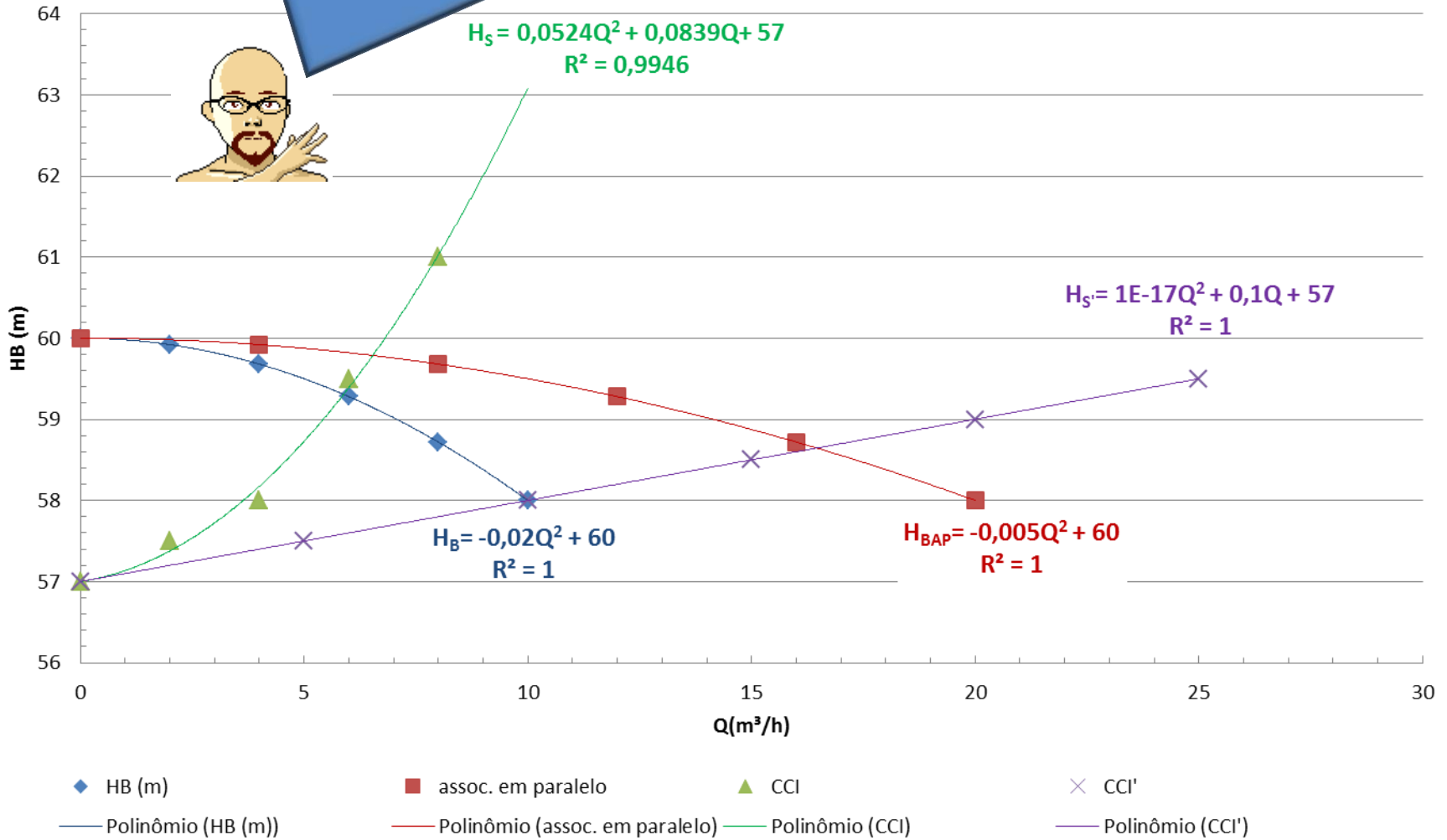
O próximo slide objetiva possibilitar a visualização do que foi mencionado anteriormente, lembrando que para a obtenção da curva  $H_{Bap} = f(Q_{ap})$ , devemos para a mesma carga manométrica somar as vazões.

$$H_{Bap} = H_{BB1} = H_{BB2}$$

$$Q_{ap} = Q_{B1} + Q_{B2}$$

Observe que para a perda acentuada (CCI verde) a contribuição para o aumento da vazão na associação em paralelo é muito pequena.

### CCB



Na associação de bombas hidráulicas iguais, tem-se a curva característica da associação obtida como mencionado no slide anterior e como mostrado a seguir:

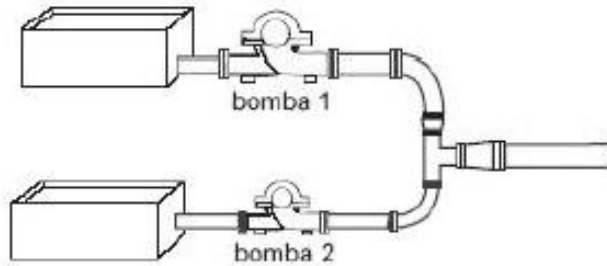
$$\eta_{B_{ap}} = \eta_{B_1} = \eta_{B_2}$$



Observe que a vazão  $Q_2$  é menor que  $2 * Q_1'$



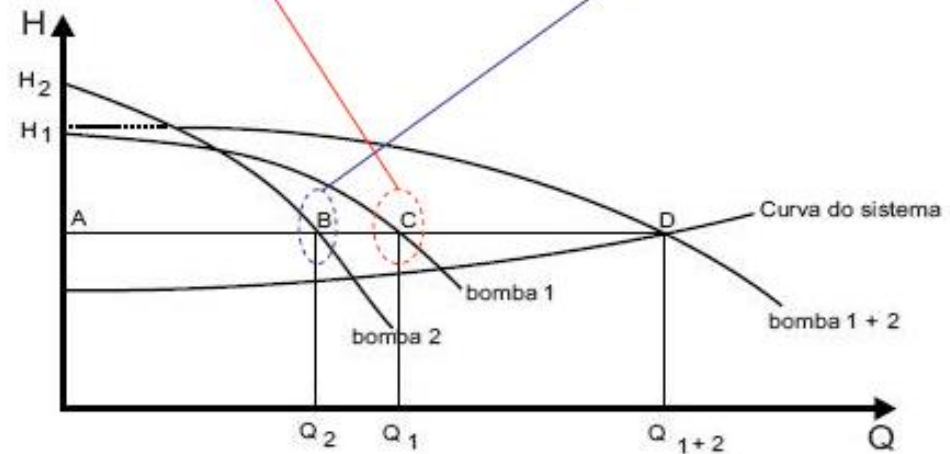




Bombas diferentes  
o procedimento é  
o mesmo, ou seja,  
para o mesmo HB  
se soma as vazões

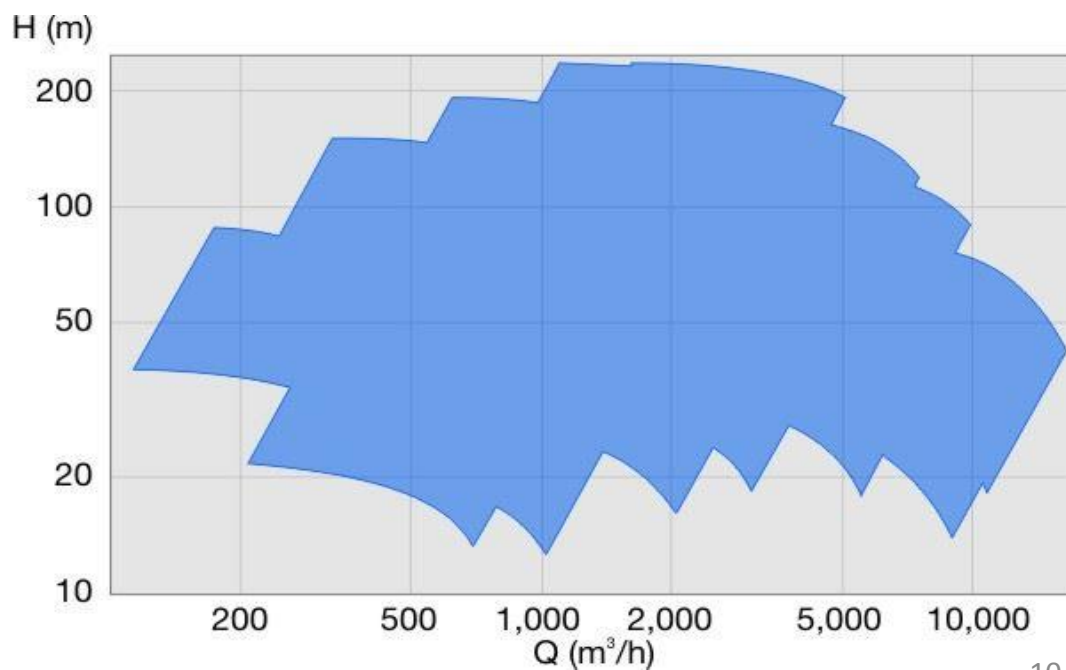
$$\eta_{B_{ap}} = \frac{Q_{ap}}{\frac{Q_1}{\eta_{B_1}} + \frac{Q_2}{\eta_{B_2}}}$$

onde  $\eta_{B_1}$  se lê no ponto C e  $\eta_{B_2}$  se lê no ponto B



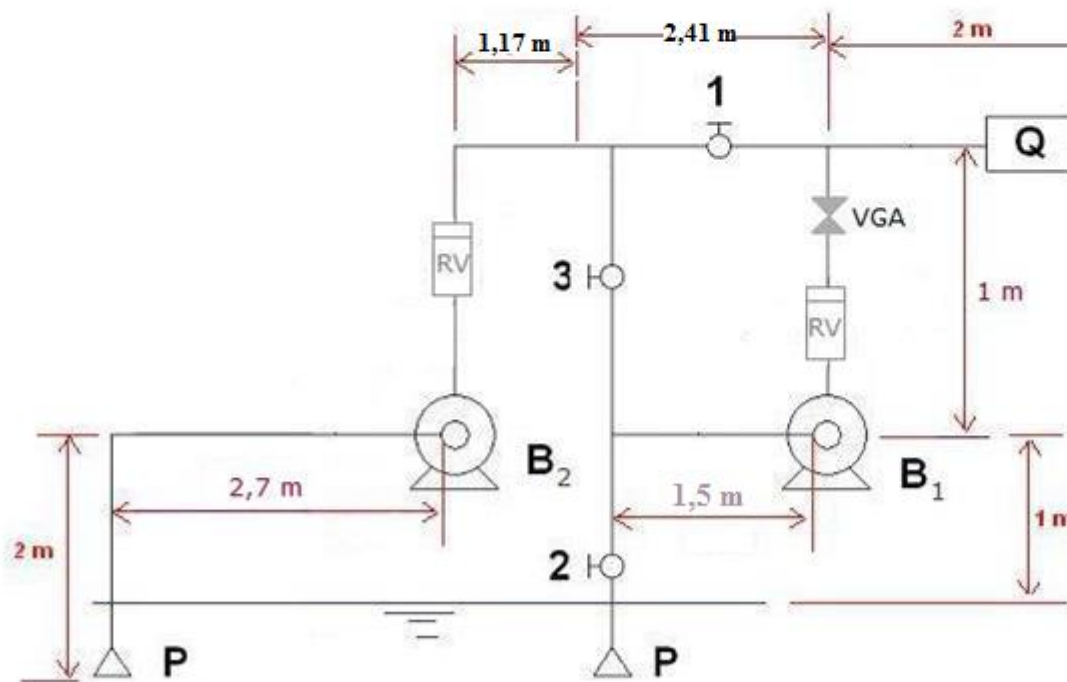


BOMBAS DE DUPLA SUCÇÃO OU  
ADMISSÃO PODEM SUBSTITUIR  
AS ASSOCIAÇÕES EM PARALELO  
DE DUAS BOMBAS.



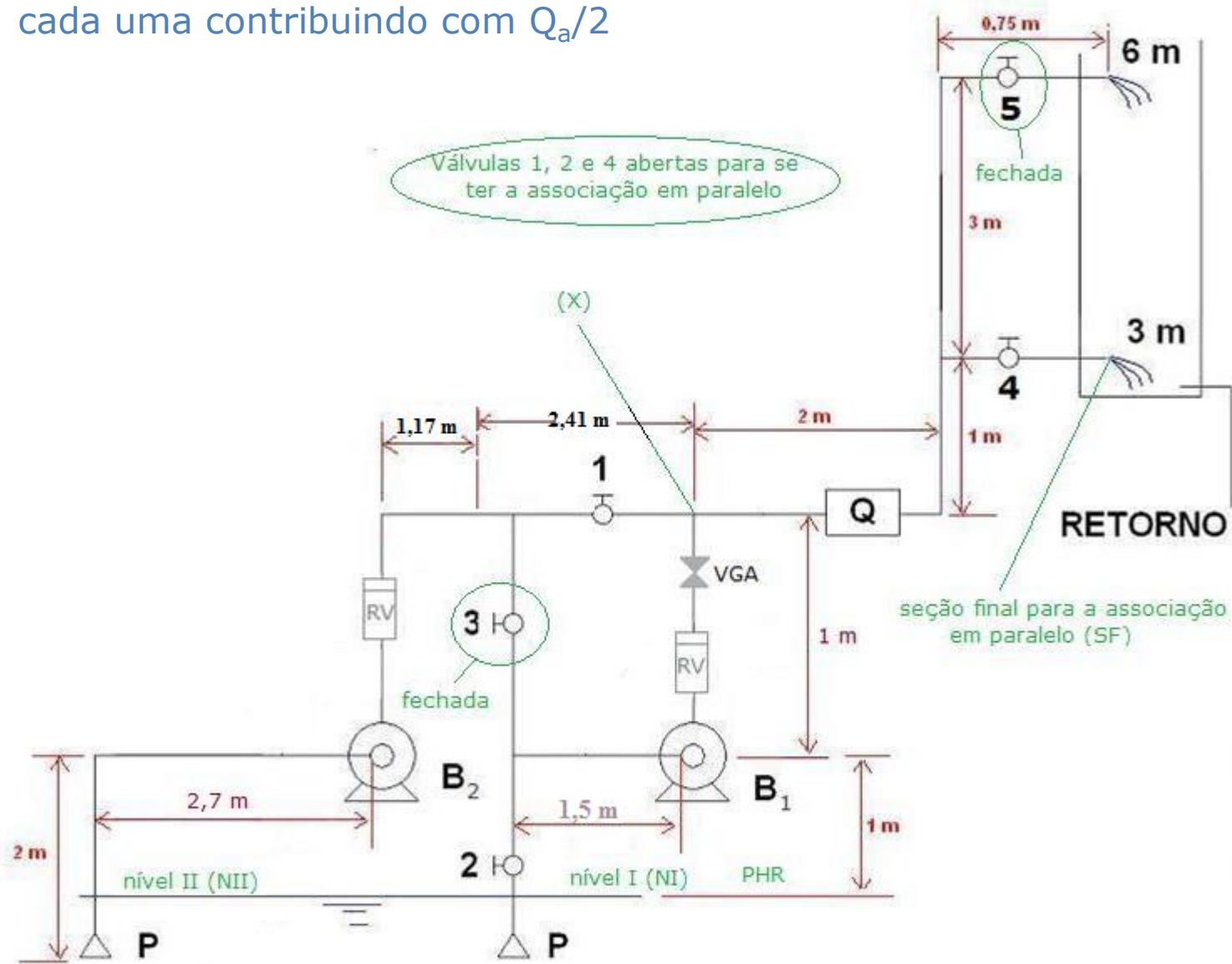
87<sup>o</sup> - Considere a instalação ao lado, que pode operar só com uma bomba, com bombas associadas em série e paralelo.

Sabe-se que as bombas são iguais e que a tubulação é de aço 40 com um único diâmetro nominal de 1,5" ( $K=4,6 \times 10^{-5} \text{ m}$ ), que as válvulas são da MIPEL e os demais acessórios são da Tupy e que o medidor de vazão (**Q**) é um Venturi com coeficiente de vazão igual a 0,98 e área da garganta igual a 25 mm.



As singularidades **1**, **2**, **3**, **4** e **5** são válvulas esferas de passagem plena, RV válvula de retenção vertical da MIPEL e VGA é válvula globo angular sem guia da MIPEL

É melhor em uma associação em paralelo de duas bombas iguais se ter cada uma contribuindo com  $Q_a/2$





SÓ EXISTIRÃO  
VAZÕES IGUAIS  
ATRAVÉS DAS  
BOMBAS  
ASSOCIADAS SE A  
PERDA DE CARGA  
ANTES DAS  
MESMAS E DEPOIS  
DELAS ATÉ O  
PONTO QUE AS  
VAZÕES SE SOMAM  
FOREM IGUAIS!



Para demonstrar as condições anteriores, consideramos os dados a seguir:

singularidade	Leq (m)
Válvula globo angular sem guia	5,79
válvula de pé com crivo	17,07
cotovelo de 90°	1,41
válvula de retenção	17,07
T de saída lateral	2,06
T de passagem direta	0,25
T de saída bilateral	2,50
válvula esfera venturi	0,55
Saída de tub.	1,0



D (mm)	A (cm <sup>2</sup> )
40,8	13,1
g (m/s <sup>2</sup> )	9,8

água	T (°C)	ρ (kg/m <sup>3</sup> )	998,2
	20	γ (N/m <sup>3</sup> )	9782,36
		v (m <sup>2</sup> /s)	1,00E-06

$$K_{SVenturi} = \left[ \frac{1}{C_v^2} - 1 \right] \times \left[ 1 - \left( \frac{A_{Garganta}}{A_{Tubo}} \right)^2 \right]$$

$$K_{SVenturi} = \left[ \frac{1}{0,98^2} - 1 \right] \times \left[ 1 - \left( \frac{25}{40,8} \right)^4 \right]$$

$$K_{SVenturi} \cong 0,0355$$

Perdas de NI até a entrada da bomba B<sub>1</sub>

$$H_{paB_1} = f \times \frac{(3,5 + 17,07 + 0,55 + 2,06)}{0,0408} \times \frac{Q_1^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{paB_1} = f \times 16890970,59 \times Q_1^2$$

Perdas de NII até a entrada da bomba B<sub>2</sub>

$$H_{paB_2} = f \times \frac{(4,7 + 17,07 + 1,41)}{0,0408} \times \frac{Q_2^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{paB_2} = f \times 16890970,59 \times Q_2^2$$

Perdas da saída da bomba B<sub>1</sub> até (X)

$$H_{psB_1-X} = f \times \frac{(1 + 17,07 + 5,79)}{0,0408} \times \frac{Q_1^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{psB_1-X} = f \times 17386477,93 \times Q_1^2$$

Perdas da saída da bomba B<sub>2</sub> até (X)

$$H_{psB_2-X} = f \times \frac{(1 + 17,07 + 1,41 + 1,17 + 0,25 + 0,55 + 2,41)}{0,0408} \times \frac{Q_2^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{psB_2-X} = f \times 17386477,93 \times Q_2^2$$

CQD e onde  
 $Q_1 = Q_2 = Q_{ap}/2$





Obtendo a equação da CCI

$$\gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{NI} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{NII} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{B1} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{B1} = \gamma \times Q_{ap} \times H_{SF} + \sum N_{dissipadas}$$

$$\sum N_{dissipadas} = \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{paB1} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{paB2} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{psB1-X} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{psB2-X} + \gamma \times Q_{ap} \times H_{pX-SF}$$

Agora é aplicar  
no exercício  
proposto





$$H_S = H_{SF} + \frac{1}{2} \times 16890970,59 \times f_{Q_{ap}/2} \times \left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 16890970,59 \times f_{Q_{ap}/2} \times \left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)^2 +$$

$$\frac{1}{2} \times 17386477,93 \times f_{Q_{ap}/2} \times \left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 17386477,93 \times f_{Q_{ap}/2} \times \left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)^2 + H_{PX-SF}$$

$$H_{PX-SF} = f_{Q_{ap}} \times \frac{(2 + 1 + 0,75 + 2,5 + 1,41 + 2,06 + 0,55 + 1)}{0,0408} \times \frac{Q_{ap}^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$+ 0,0355 \times \frac{Q_{ap}^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{PX-SF} = f_{Q_{ap}} \times 8212305,4 \times Q_{ap}^2 + 1055,5 \times Q_{ap}^2$$

$$H_{SF} = 3 + \frac{\alpha_{sf} \times Q_{ap}^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2} = 3 + \alpha_{sf} \times 29730,5 \times Q_{ap}^2$$

$$H_S = 3 + \alpha_{sf} \times 29730,5 \times Q_{ap}^2 + 8569362,2 \times f_{Q_{ap}/2} \times Q_{ap}^2 + 8212305,4 \times f_{Q_{ap}} \times Q_{ap}^2 + 1055,5 \times Q_{ap}^2$$

Dados do fabricante:



### CCB FABRICANTE

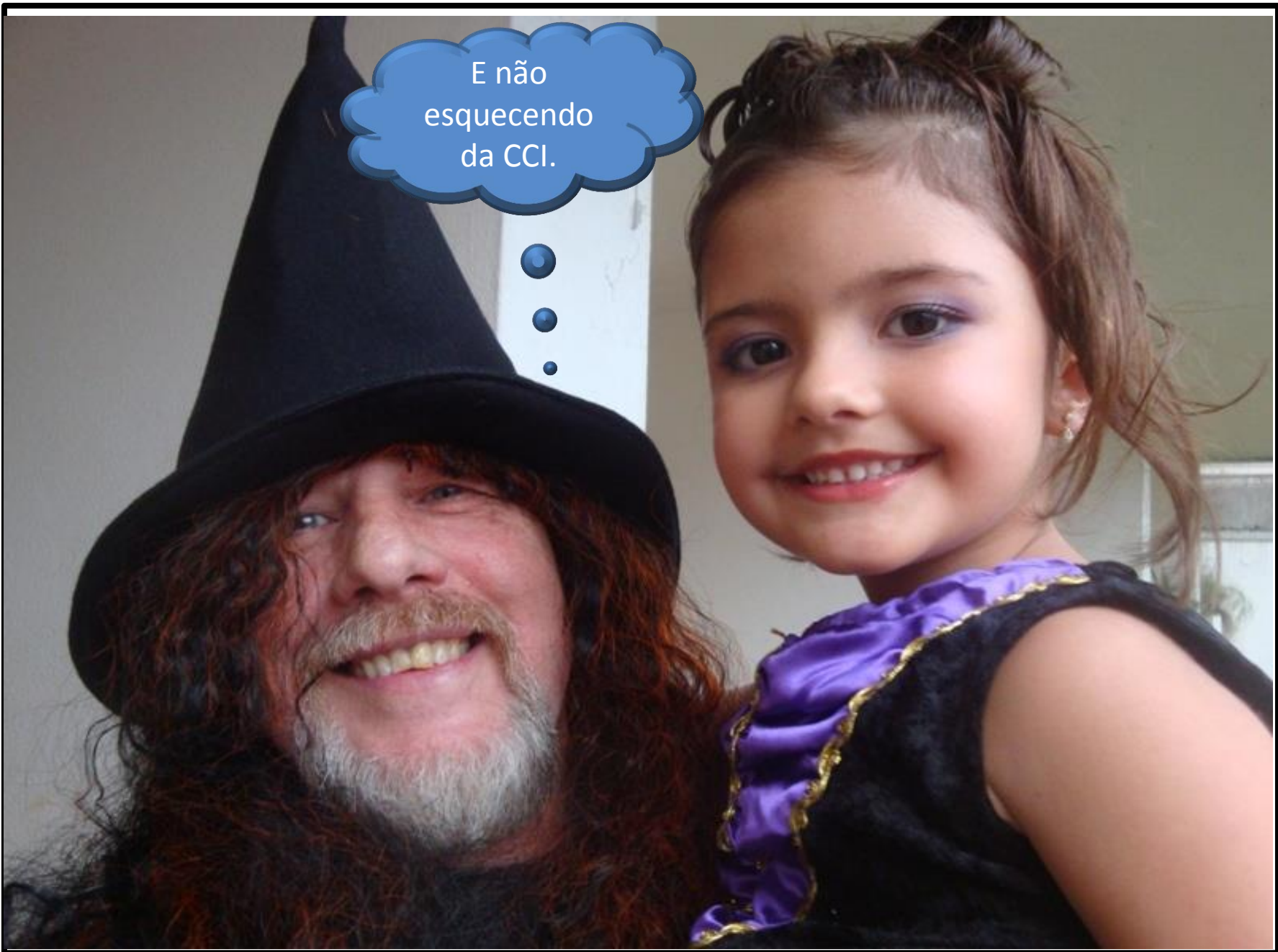
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	$H_B$ (m)	$\eta$ (%)
0	26	-
2	26,8	52
4	26,3	54
6	24,6	55,5
8	21,5	56
10	17,1	56
12	11,5	55,5
14	4,5	54
14,5	2,6	

Construindo a  
CCB



### CCB FABRICANTE

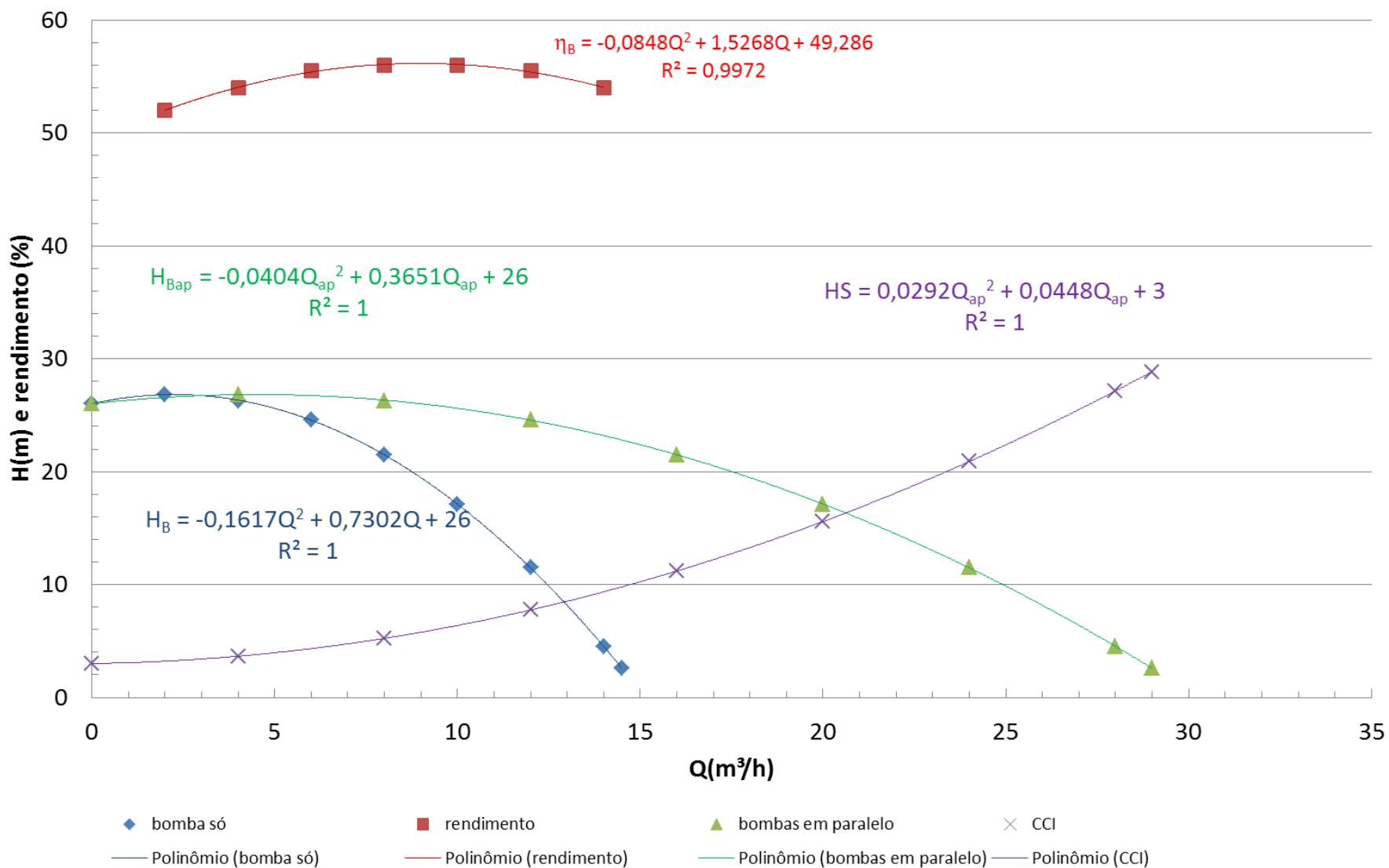
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	$Q_{ap}$ (m <sup>3</sup> /h)	$H_B$ (m)	$\eta$ (%)
0	0	26	-
2	4	26,8	52
4	8	26,3	54
6	12	24,6	55,5
8	16	21,5	56
10	20	17,1	56
12	24	11,5	55,5
14	28	4,5	54
14,5	29	2,6	



Ao determinar os coeficientes de perda de carga distribuída constatamos que todos os números de Reynolds deram maiores que 4000, portanto  $\alpha = 1,0$  e aí resultou a tabela abaixo que permite obter a representação gráfica da CCB e CCI.



Q (m <sup>3</sup> /h)	Q <sub>ap</sub> (m <sup>3</sup> /h)	H <sub>B</sub> (m)	h (%)	f <sub>Q/2</sub>	f <sub>Q</sub>	HS (m)
0	0	26	-	0	0	3
2	4	26,8	52	0,0292	0,0259	3,6
4	8	26,3	54	0,0259	0,0236	5,2
6	12	24,6	55,5	0,0244	0,0227	7,7
8	16	21,5	56	0,0236	0,0222	11,2
10	20	17,1	56	0,0231	0,0219	15,6
12	24	11,5	55,5	0,0227	0,0216	20,9
14	28	4,5	54	0,0224	0,0215	27,1
14,5	29	2,6		0,0224	0,0214	28,9



$$H_S = H_{B_{ap}}$$

$$0,0292Q_{ap}^2 + 0,0448Q_{ap} + 3 = -0,0404Q_{ap}^2 + 0,3651Q_{ap} + 26$$

$$0,0696Q_{ap}^2 - 0,3203Q_{ap} - 23 = 0$$

$$Q_{ap\tau} = \frac{0,3203 + \sqrt{0,3203^2 + 4 \times 0,0696 \times 23}}{2 \times 0,0696} \cong 20,625 \frac{m^3}{h} \approx 20,6 \frac{m^3}{h}$$

$$H_{B_{ap\tau}} = 0,0292 \times 20,6^2 + 0,0448 \times 20,6 + 3 \cong 16,3m$$

$$\eta_B = -0,0848 \times \left(\frac{20,6}{2}\right)^2 + 1,5268 \times \frac{20,6}{2} + 49,286 \cong 56,0\%$$

$$N_{B_{ap\tau}} = \frac{9782,36 \times \left(\frac{20,6}{3600}\right) \times 16,3}{0,56} \cong 1629,3W$$

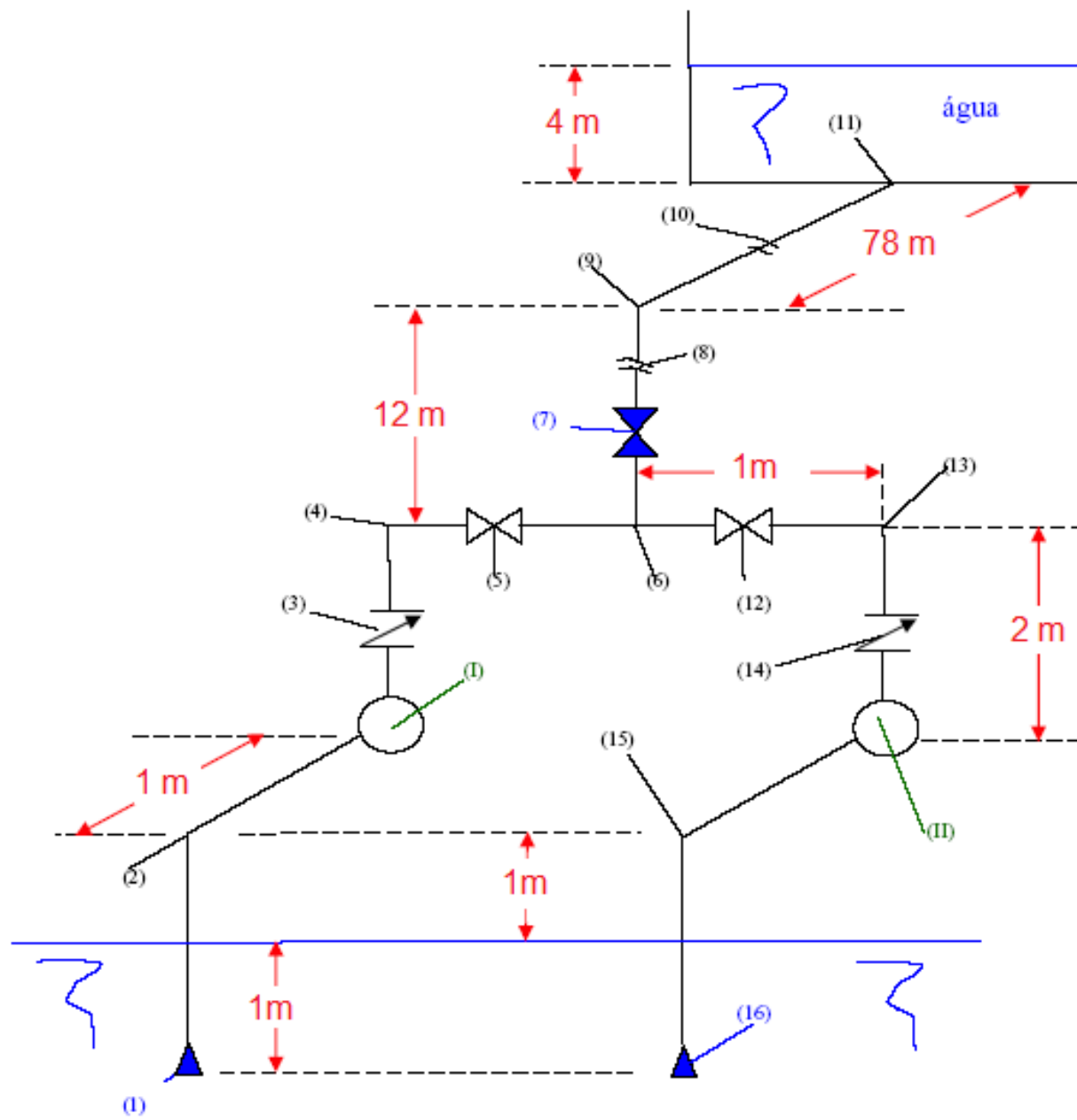
88<sup>0</sup> - A instalação representada a seguir pode operar com uma bomba ou com as duas bombas associadas em paralelo. Sabendo-se que as bombas são iguais que apresentam as características indicadas no diagrama do slide 801, pede-se:

- a. a potência útil do motor elétrico quando apenas uma bomba operar;
- b. verificar o fenômeno de cavitação para a situação anterior, sabendo-se que a pressão de vapor da água para a situação descrita é igual a 0,0238 kgf/cm<sup>2</sup> (abs) e que a leitura barométrica é igual a 700 mmHg;
- c. o ponto de trabalho para associação em paralelo das bombas;
- d. a verificação do fenômeno de cavitação para esta nova situação.

Dados:

Tubulação de aço 40, que para a sucção tem um diâmetro nominal de 3" ( $D_{int} = 77,9$  mm e  $A = 47,7$  cm<sup>2</sup>) e para o recalque tem um diâmetro nominal de 2,5" ( $D_{int} = 62,7$  mm e  $A = 30,9$  cm<sup>2</sup>), água a 20°C e aceleração da gravidade igual a 9,8 m/s<sup>2</sup>.

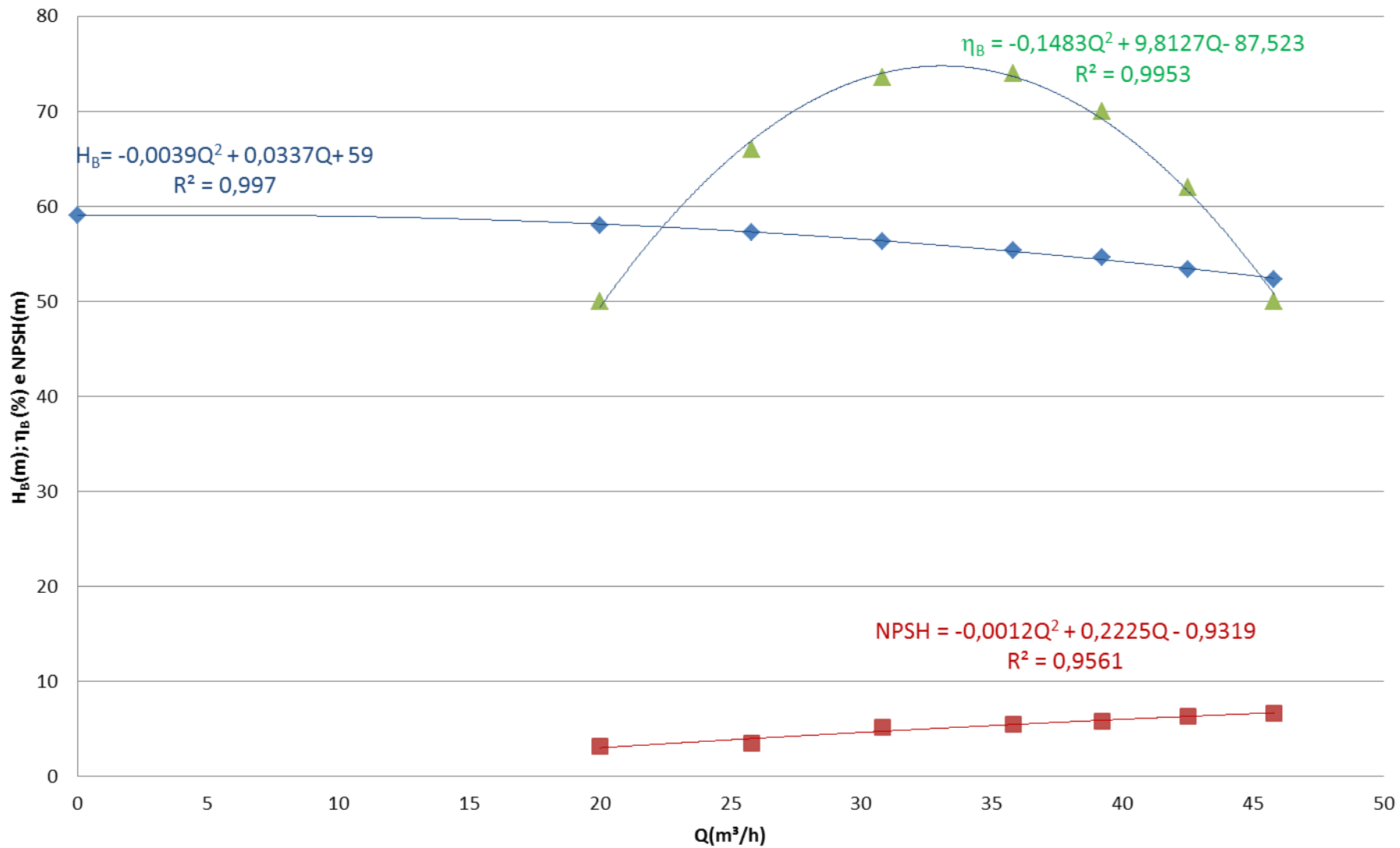




- (1) e (16) - válvulas de pé com crivo de 3" – Leq = 20 m
- (2) e (15) - joelhos fêmeas de 900 e de 3" – Leq = 2,82 m
- (4), (9) e (13) - joelhos fêmeas de 900 e de 2,5" – Leq = 2,35 m
- (3) e (14) - válvulas de retenção verticais de 2,5" – Leq = 8,1 m
- (5) e (12) - válvulas gavetas de 2,5" – Leq = 0,4 m
- (6) – tê de saída lateral de 2,5" para o funcionamento com uma bomba  
Leq = 3,43 m
- (6) – tê de saída lateral de 2,5" para o funcionamento da associação em paralelo  
Leq = 4,16 m
- (7) - válvula globo de 2,5" – Leq = 21 m
- (8) e (10) - representação de corte no desenho da tubulação
- (11) – saída da tubulação – Leq = 1,9 m
- (I) e (II) - bombas centrífugas radiais que apresentam as informações nos gráficos em anexo.

**Nota:**

**Os trechos de (1) a (6) e de (16) a (6) são idênticos e a tubulação é de aço considerada nova**



◆ Hb (m)   
 ■ NPSH   
 ▲ rendimento   
 — Polinômio (Hb (m))   
 — Polinômio (NPSH)   
 — Polinômio (rendimento)

## SOLUÇÃO DA PARTE QUE JÁ EXISTE A ASSOCIAÇÃO EM PARALELO

Trata-se de uma instalação com duas entradas e uma saída, adotando-se o PHR nos níveis de captação, tem-se:

$$\gamma \times Q_{ap} \times H_{s_{ap}} = \gamma \times Q_{ap} \times H_{distribuição} + 2 \times \gamma \times \frac{Q_a}{2} \times H_{p_{3''}} + 2 \times \gamma \times \frac{Q_a}{2} \times H_{p_{dB-6}} + \gamma \times Q_a \times H_{p_{6-11}}$$

Dividindo-se todos os membros por  $\gamma \times Q_a$  resulta:

$$H_{sa} = H_{distribuição} + H_{p_{3''}} + H_{p_{depoisda\ bomba\ até\ 6}} + H_{p_{6-11}}$$

$$H_{p_{3''}} \rightarrow \text{calculado para } \frac{Q_a}{2}$$

$$H_{p_{depoisda\ bomba\ até\ 6}} \rightarrow \text{calculado para } \frac{Q_a}{2}$$

$$H_{p_{6-11}} \rightarrow \text{calculado para } Q_a$$

$$H_{p3''} = f_{3''} \frac{p}{Q_a/2} \times \frac{(3 + 20 + 2,82)}{0,0779} \times \frac{\left(\frac{Q_a}{2}\right)^2}{19,6 \times (47,7 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{p3''} = f_{3''} \frac{p}{Q_a/2} \times 185808,7 \times Q_a^2$$

$$H_{p2,5'' \text{ dB-6}} = f_{2,5''} \frac{p}{Q_a/2} \times \frac{(3 + 8,1 + 2,35 + 0,4)}{0,0627} \times \frac{\left(\frac{Q_a}{2}\right)^2}{19,6 \times (30,9 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{p2,5'' \text{ dB-6}} = f_{2,5''} \frac{p}{Q_a/2} \times 295086,5 \times Q_a^2$$

$$H_{p2,5'' 6-11} = f_{2,5''} \frac{p}{Q_a} \times \frac{(90 + 4,16 + 21 + 2,35 + 1,9)}{0,0627} \times \frac{(Q_a)^2}{19,6 \times (30,9 \times 10^{-4})^2}$$

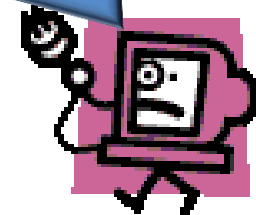
$$H_{p2,5'' 6-11} = f_{2,5''} \frac{p}{Q_a} \times 10176539,7 \times Q_a^2$$

$$H_{S_{ap}} = 19 + f_{3''}^{p/Q_a/2} \times 185808,7 \times Q_a^2 + f_{2,5''}^{p/Q_a/2} \times 295086,5 \times Q_a^2 + f_{2,5''}^{p/Q_a} \times 10176539,7 \times Q_a^2$$



A partir deste ponto determinamos os coeficientes de perda de carga distribuída e traçamos a CCI e CCB para obtenção do ponto de trabalho.

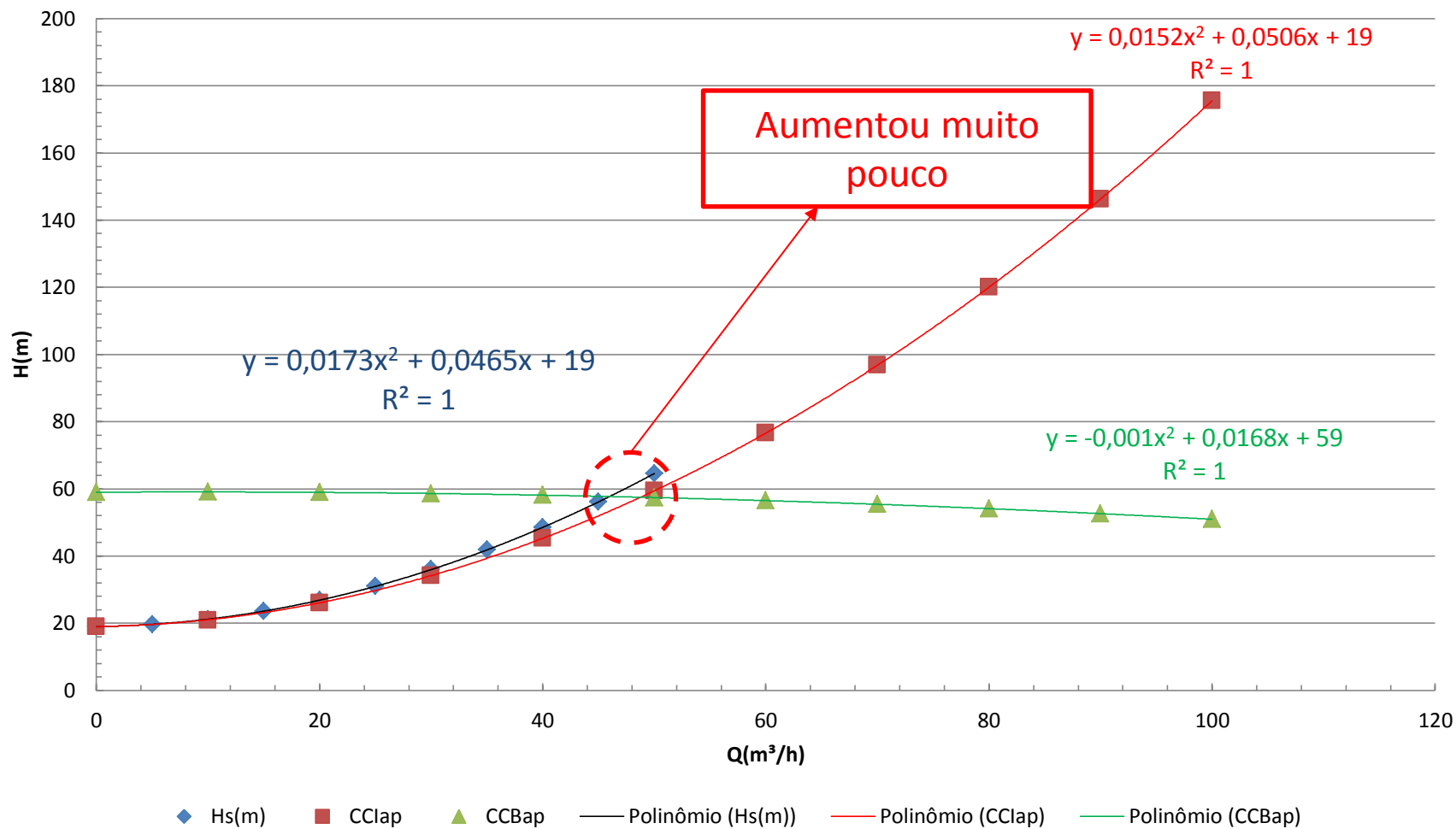
A CCI representada pela equação:  
 $y = 0,0173 \times Q^2 + 0,0465 \times Q + 19$   
é para o funcionamento de uma única bomba



Q(m³/h)	f3" (Qap/2)	f2,5"(Qap/2)	Hs(m)	f2,5"(Qap)	Hs <sub>ap</sub> (m)	Qap(m³/h)	HBap(m)
0	0	0	19	0	19	0	59
5	0,0265	0,0258	19,6	0,0230	20,9	10	59,1
10	0,0233	0,0230	21,1	0,0211	26,0	20	58,9
15	0,0219	0,0218	23,6	0,0203	34,1	30	58,6
20	0,0211	0,0211	26,8	0,0199	45,3	40	58,1
25	0,0205	0,0207	31,0	0,0196	59,4	50	57,4
30	0,0201	0,0203	36,0	0,0194	76,6	60	56,5
35	0,0198	0,0201	41,8	0,0193	96,8	70	55,4
40	0,0196	0,0199	48,6	0,0192	120,1	80	54,1
45	0,0194	0,0198	56,1	0,0191	146,3	90	52,6
50	0,0192	0,0196	64,5	0,0190	175,5	100	50,9

	bomba só	bombas //
f no pto de trab	0,01943604	0,02047324

# CCI





No ponto de trabalho igualamos  $H_{Bap}$  com  $H_{sap}$

$$-0,001 \times Q^2 + 0,0168 \times Q + 59 = 0,0152 \times Q^2 + 0,0506 \times Q + 19$$

$$0,0162 \times Q^2 + 0,0338 \times Q - 40 = 0$$

$$Q_{\tau} = \frac{-0,0338 + \sqrt{0,0338^2 + 4 \times 0,0162 \times 40}}{2 \times 0,0162} \cong 48,66 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$H_{B_{\tau}} = -0,001 \times 48,66^2 + 0,0168 \times 48,66 + 59 \cong 57,45\text{m}$$

$$\eta_{B_{\tau}} = -0,1483 \times \left(\frac{48,66}{2}\right)^2 + 9,8127 \times \left(\frac{48,66}{2}\right) - 87,523 \cong 63,4\%$$

$$N_{B_{\tau}} = \frac{998,2 \times 9,8 \times \left(\frac{48,66}{3600}\right) \times 57,45}{0,634} \cong 11981,6\text{W} \approx 12\text{kW}$$

## Verificando o fenômeno de cavitação

$$\text{NPSH}_{\text{disponível}} = H_{1\text{abs}} - H_{\text{paB}} - \frac{P_{\text{vapor}}}{\gamma}$$

$$\text{NPSH}_{\text{disponível}} = -1 + \frac{0,7 \times 13600 \times 9,8 - 0,0238 \times 9,8 \times 10000}{998,2 \times 9,8}$$

$$- 0,02047323 \times 185808,7 \times \left( \frac{50,74}{2 \times 3600} \right)^2$$


$$\text{NPSH}_{\text{disponível}} \cong 8,1\text{m}$$

$$\text{NPSH}_{\text{requerido}} = -0,0012 \times \left( \frac{50,74}{2} \right)^2 + 0,2225 \times \left( \frac{50,74}{2} \right) - 0,9319$$


$$\text{NPSH}_{\text{requerido}} \cong 4\text{m}$$

$$\text{NPSH}_{\text{disponível}} - \text{NPSH}_{\text{requerido}} = 8,1 - 4 = 4,1\text{m}$$

∴ não cavita



A vazão aumentou muito pouco (de 43,14 m<sup>3</sup>/h para 50,74m<sup>3</sup>/h), por que?



Porque o dimensionamento da tubulação após a seção 6 está inadequado, já que temos velocidades muito altas!

Proponha alterações na instalação anterior para melhorar a vazão obtida com a associação em paralelo e resolva os itens c) e d) novamente. Resolva também o item a) e b) e compare as CCI's para o funcionamento da bomba só e para a associação em paralelo.

