


Décima primeira aula de ME5330

Primeiro semestre de 2015

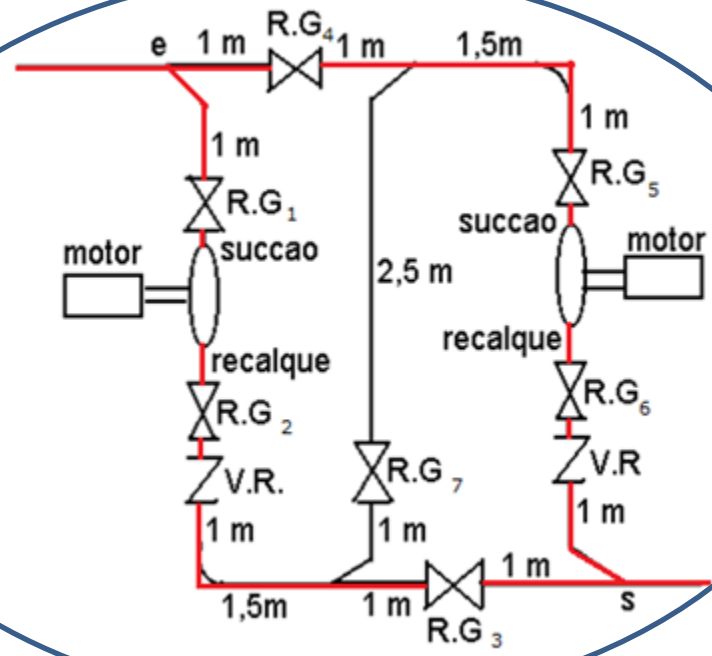
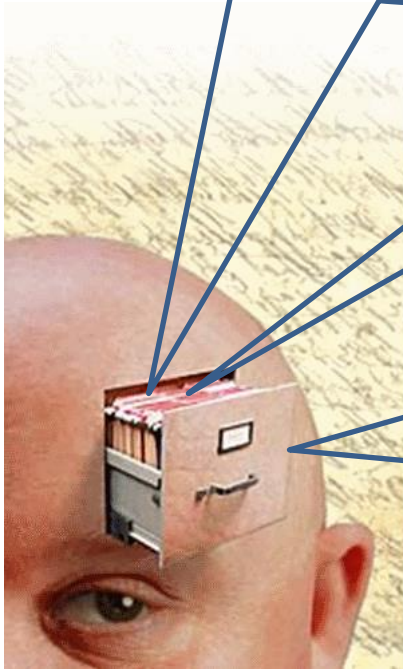
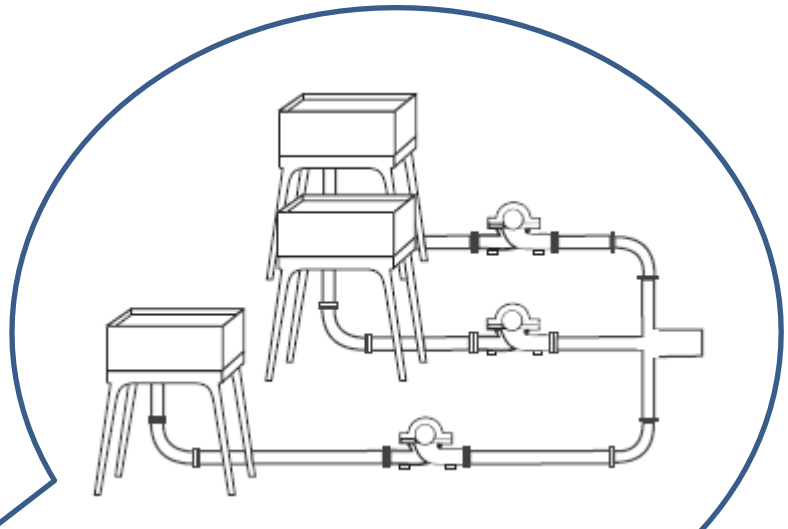
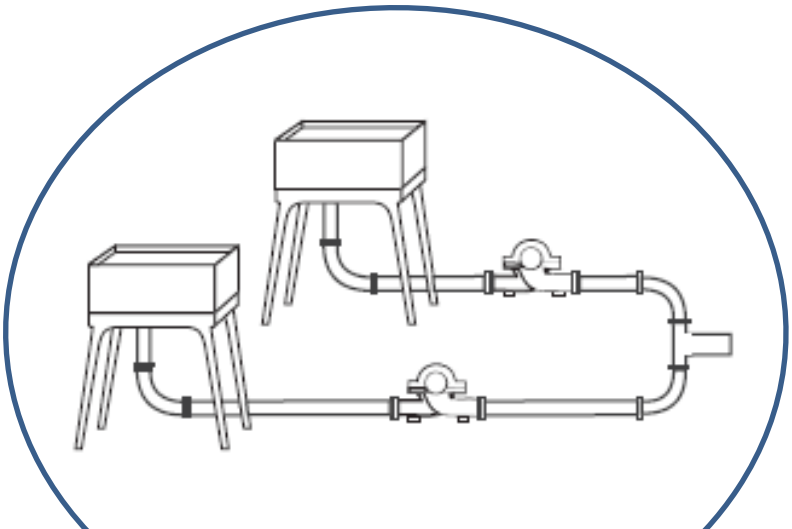
**Associação paralelo
de bombas
hidráulicas**





Vamos voltar à casa de máquina, onde a bomba reserva, permite tanto o funcionamento da bomba isolada, como associada em série e paralelo.

Como já vimos em série, agora iremos estudar a associação em paralelo!



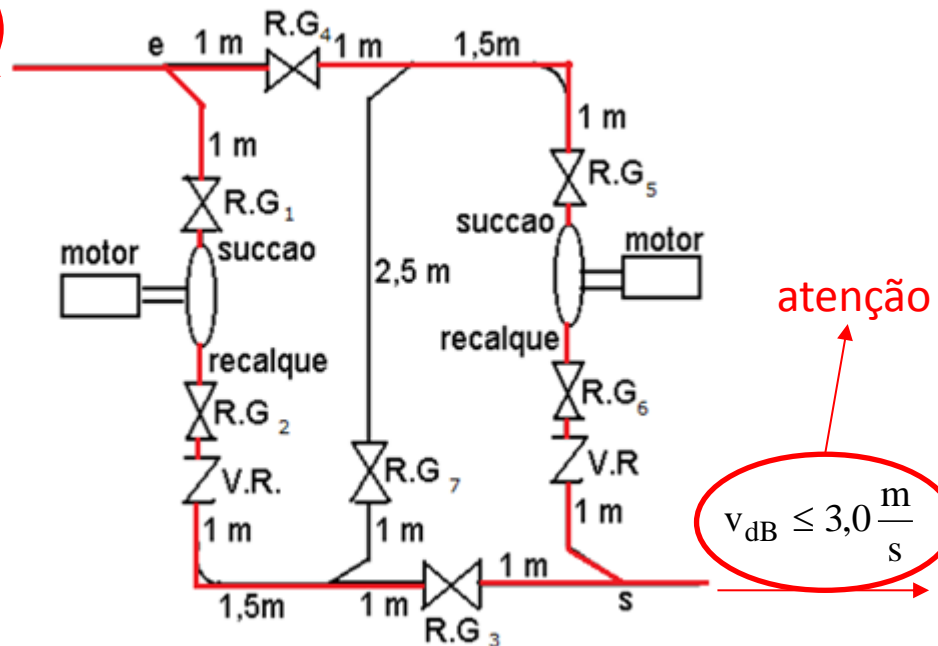
Aqui é importante se pensar na alimentação pela tubulação que causa menor perda de carga, pois se houver acentuadas perda de carga na linha, o aumento da vazão com duas ou mais bombas em paralelo será pequeno e pouco compensador.

A figura abaixo especifica as recomendações para as velocidades em uma associação em paralelo.



$$v_{aB} \leq 2,0 \frac{m}{s}$$

atenção



atenção

$$v_{dB} \leq 3,0 \frac{m}{s}$$



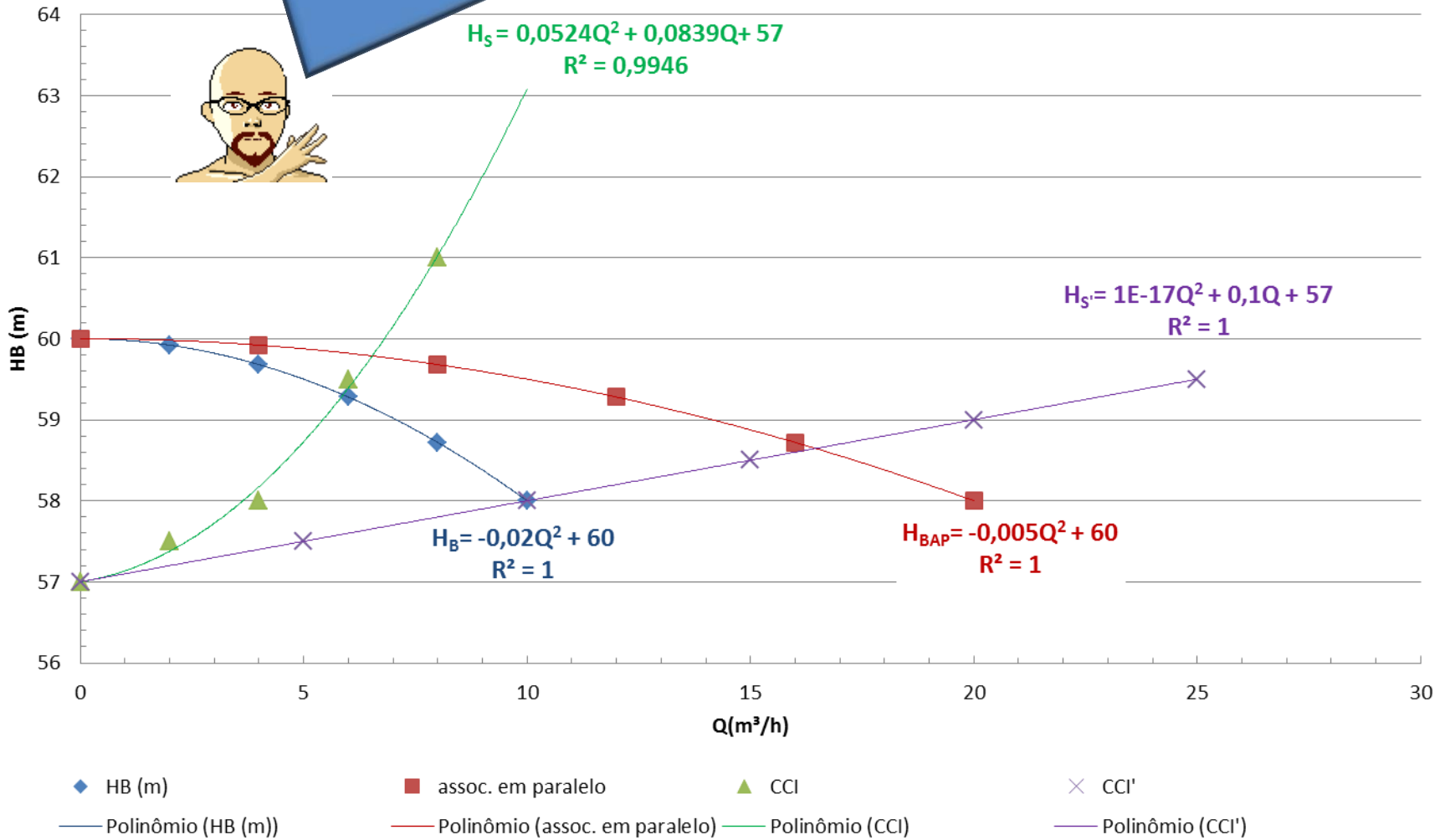
O próximo slide objetiva possibilitar a visualização do que foi mencionado anteriormente, lembrando que para a obtenção da curva $H_{Bap} = f(Q_{ap})$, devemos para a mesma carga manométrica somar as vazões.

$$H_{Bap} = H_{BB1} = H_{BB2}$$

$$Q_{ap} = Q_{B1} + Q_{B2}$$

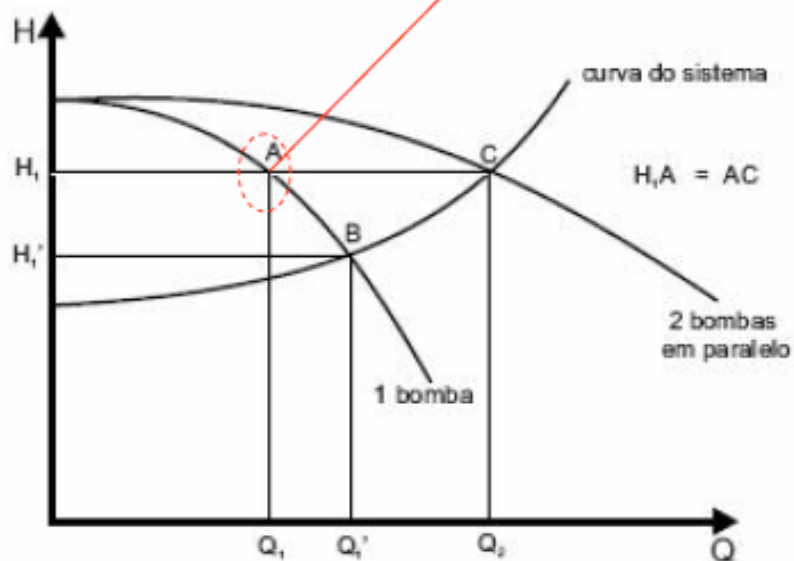
Observe que para a perda acentuada (CCI verde) a contribuição para o aumento da vazão na associação em paralelo é muito pequena.

CCB



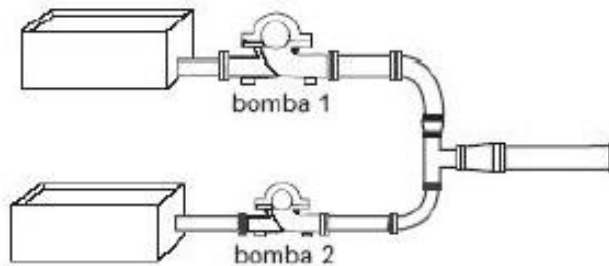
Na associação de bombas hidráulicas iguais, tem-se a curva característica da associação obtida como mencionado no slide anterior e como mostrado a seguir:

$$\eta_{B_{ap}} = \eta_{B_1} = \eta_{B_2}$$



Observe que a vazão Q_2 é menor que $2 * Q_1'$

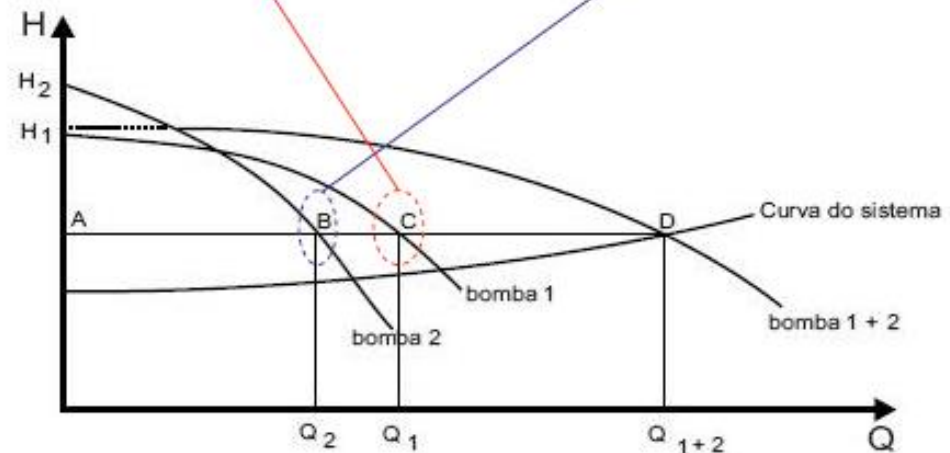




Bombas diferentes
o procedimento é
o mesmo, ou seja,
para o mesmo HB
se soma as vazões

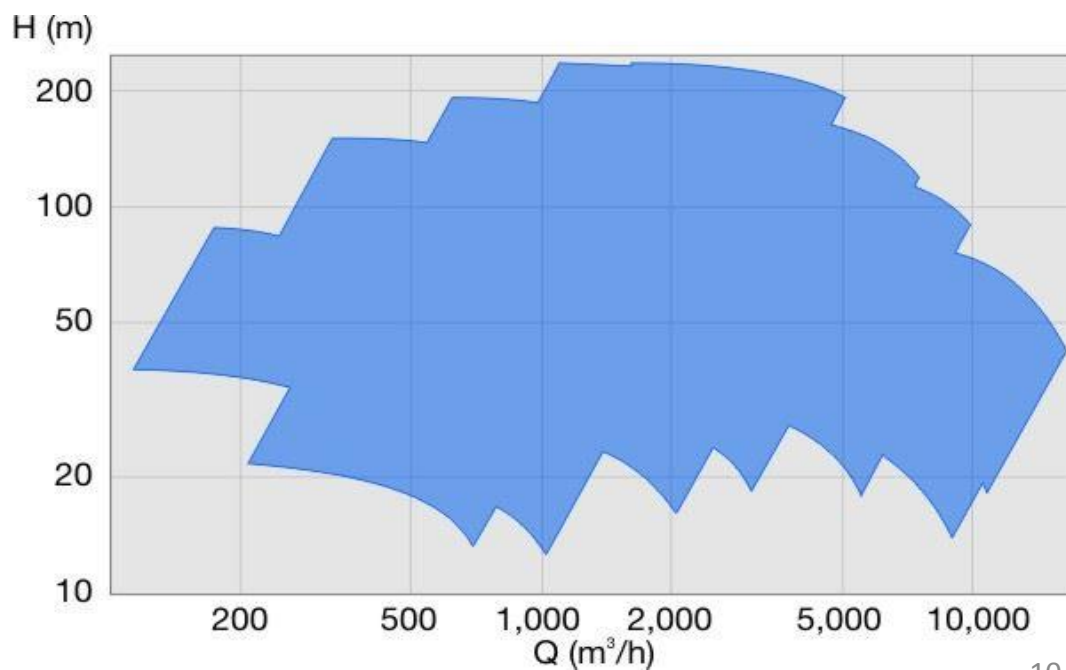
$$\eta_{B_{ap}} = \frac{Q_{ap}}{\frac{Q_1}{\eta_{B_1}} + \frac{Q_2}{\eta_{B_2}}}$$

onde η_{B_1} se lê no ponto C e η_{B_2} se lê no ponto B





BOMBAS DE DUPLA SUCÇÃO OU
ADMISSÃO PODEM SUBSTITUIR
AS ASSOCIAÇÕES EM PARALELO
DE DUAS BOMBAS.



Considero os exercícios 87 e
88 como resolvidos e
estudados.



100⁰ (3^a Questão): Uma instalação de bombeamento transporta um fluido com viscosidade menor que 20 mm²/s e que não tem variação de carga cinética entre a seção inicial e final, tem a sua CCI representada pela equação a seguir:

$$H_S = 20 + 6000 \times Q^2$$

com a vazão em m³/s e a carga do sistema em m, isto para o funcionamento de uma única bomba. Para o funcionamento das bombas idênticas que se encontram na casa de máquina em série temos a carga estática igual a 42 m e a parcela de perdas com um aumento de 5% . Já para o funcionamento das bombas idênticas em paralelo a carga estática é igual a do funcionamento da bomba isolada e a parcela de perda tem uma redução de 3%.

Conhecendo os dados para obtenção das curvas $H_B = f(Q)$ e $\eta_B = f(Q)$, pede-se determinar a vazão, a carga manométrica, o rendimento e a potência mecânica para:

- o uso de uma única bomba;
- o uso da associação em série das duas bombas idênticas;
- o uso da associação em paralelo das duas bombas idênticas.

Dado:

H_B (m)	70	63,5	51	38	28	20
Q (m ³ /h)	0	75,6	122,4	154,8	176,4	190,8
η_B (%)	0	75,5	81	65	47	30

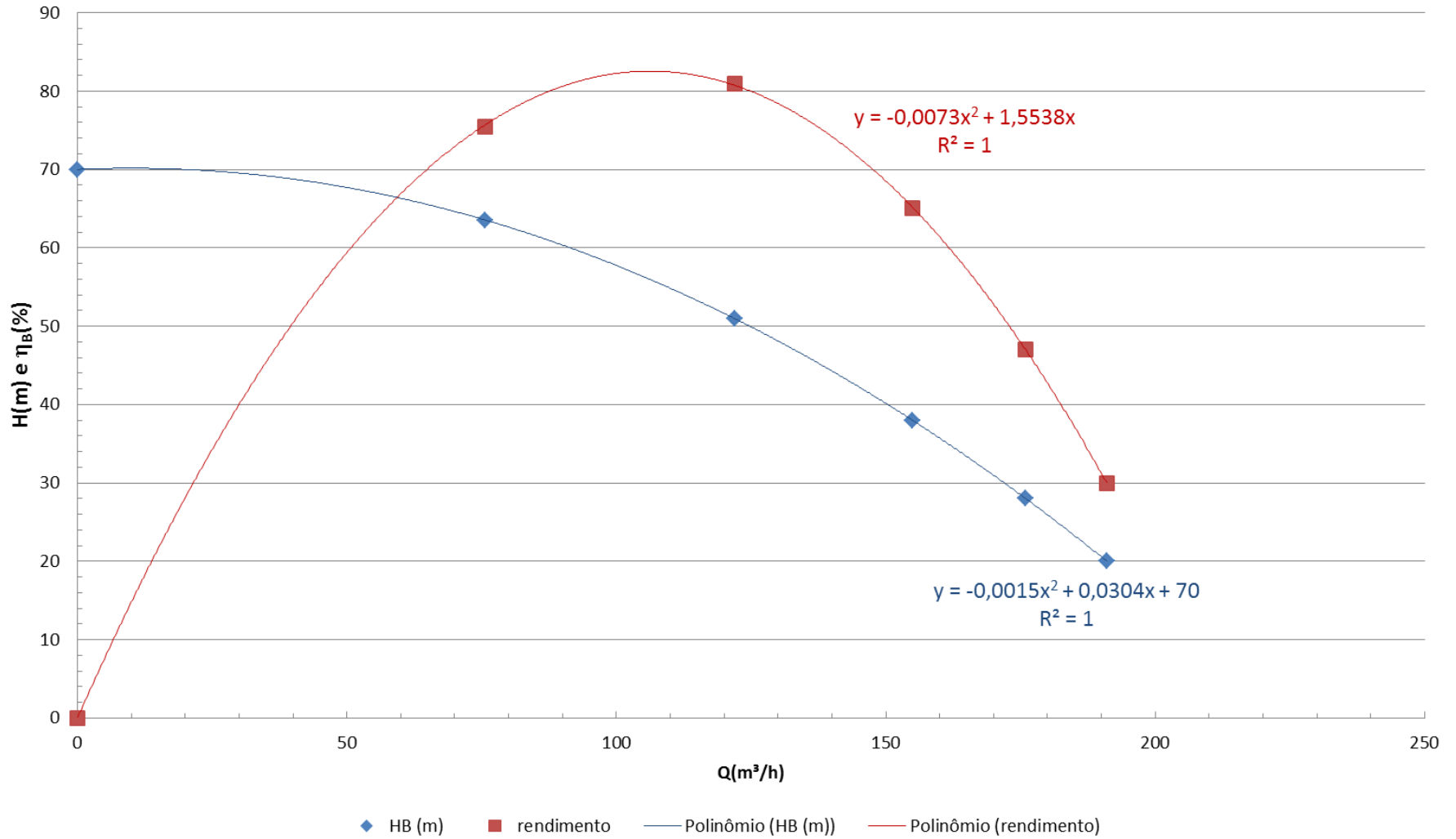
Instalação
operando com
uma única
bomba, resulta:



Funcionamento de uma só bomba

$Q(\text{m}^3/\text{h})$	H_B (m)	$\eta_B(\%)$	$H_s(\text{m})$
0	70	0	20
75,6	63,5	75,5	22,6
122	51	81	26,9
155	38	65	31,1
176	28	47	34,3
191	20	30	36,9

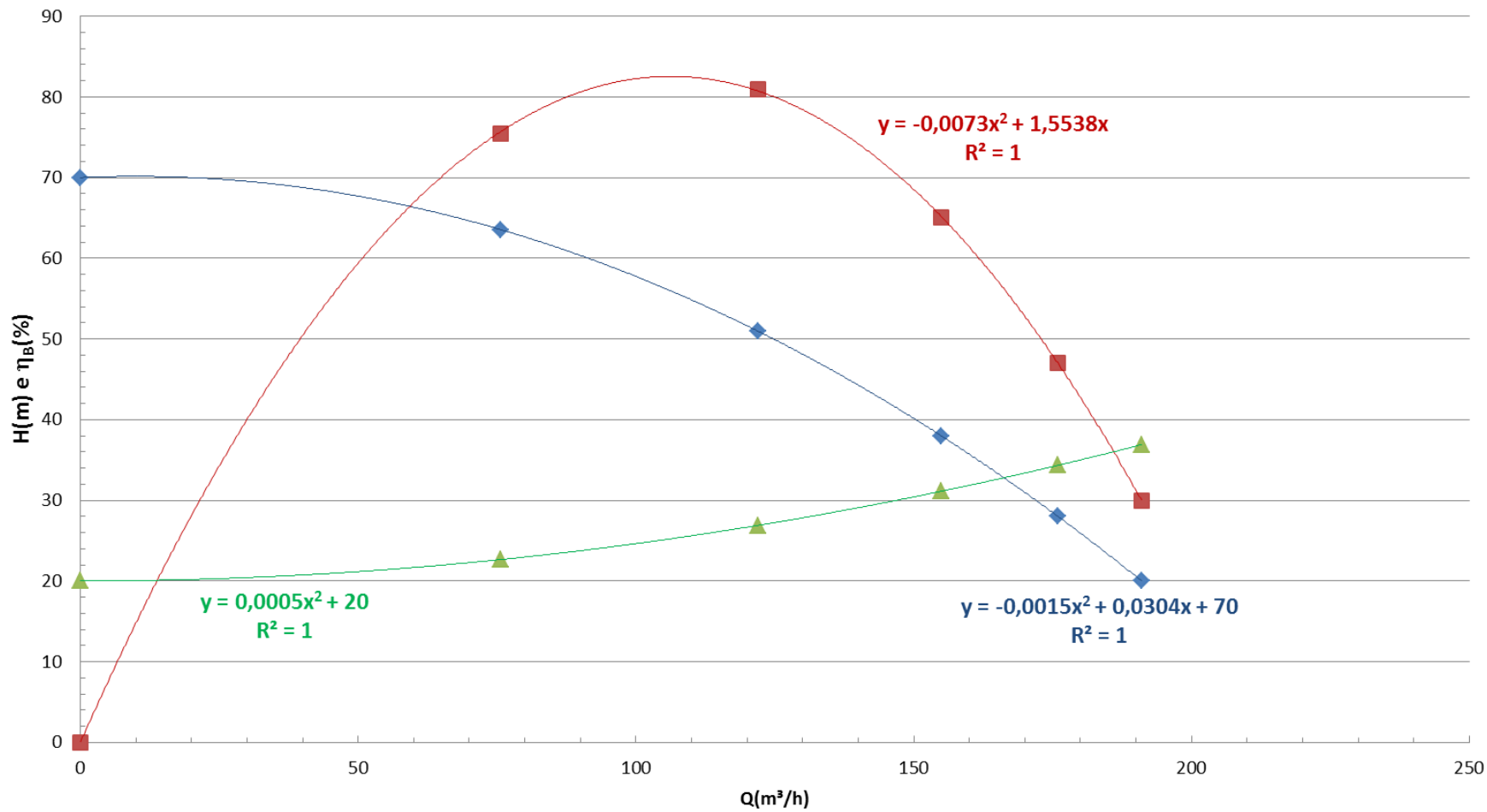
Uma só bomba



Traçamos a CCI e
obtemos o ponto de
trabalho!



Uma só bomba



◆ HB (m) ■ rendimento ▲ CCI — Polinômio (HB (m)) — Polinômio (rendimento) — Polinômio (CCI)

$$-0,0015 \times Q^2 + 0,0304 \times Q + 70 = 0,0005 \times Q^2 + 20$$

$$0,002 \times Q^2 - 0,0304 \times Q - 50 = 0$$

$$Q_{\tau} = \frac{0,0304 + \sqrt{0,0304^2 + 4 \times 0,002 \times 50}}{2 \times 0,002} \cong 165,9 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$H_{B_{\tau}} = 0,0005 \times 165,9^2 + 20 \cong 33,8\text{m}$$

$$\eta_{B_{\tau}} = -0,0073 \times 165,9^2 + 1,5538 \times 165,9 \cong 56,9\%$$

$$N_{B_{\tau}} = \frac{1000 \times 9,8 \times \left(\frac{165,9}{3600} \right) \times 33,8}{0,569} \cong 26827,1\text{W}$$

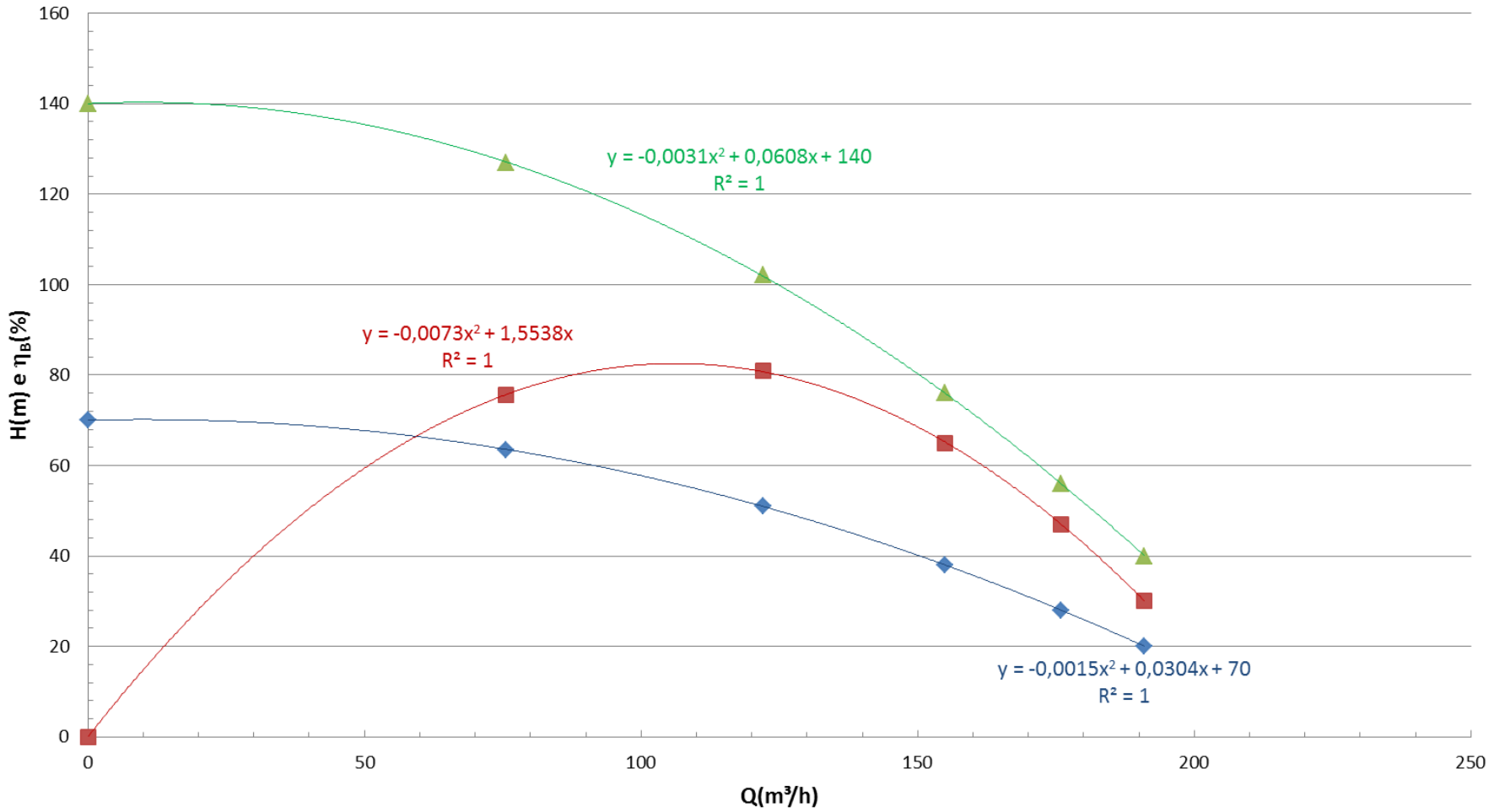
Instalação
operando com
duas bombas
em série,
resulta:

Funcionando com duas bombas em série

Q(m ³ /h)	H _B (m)	η _B (%)	Q _{as} (m ³ /h)	H _{Bas} (m)	H _s (m)
0	70	0	0	140	42
75,6	63,5	75,5	75,6	127	44,8
122	51	81	122	102	49,2
155	38	65	155	76	53,7
176	28	47	176	56	57,1
191	20	30	191	40	59,7



Duas bombas em série

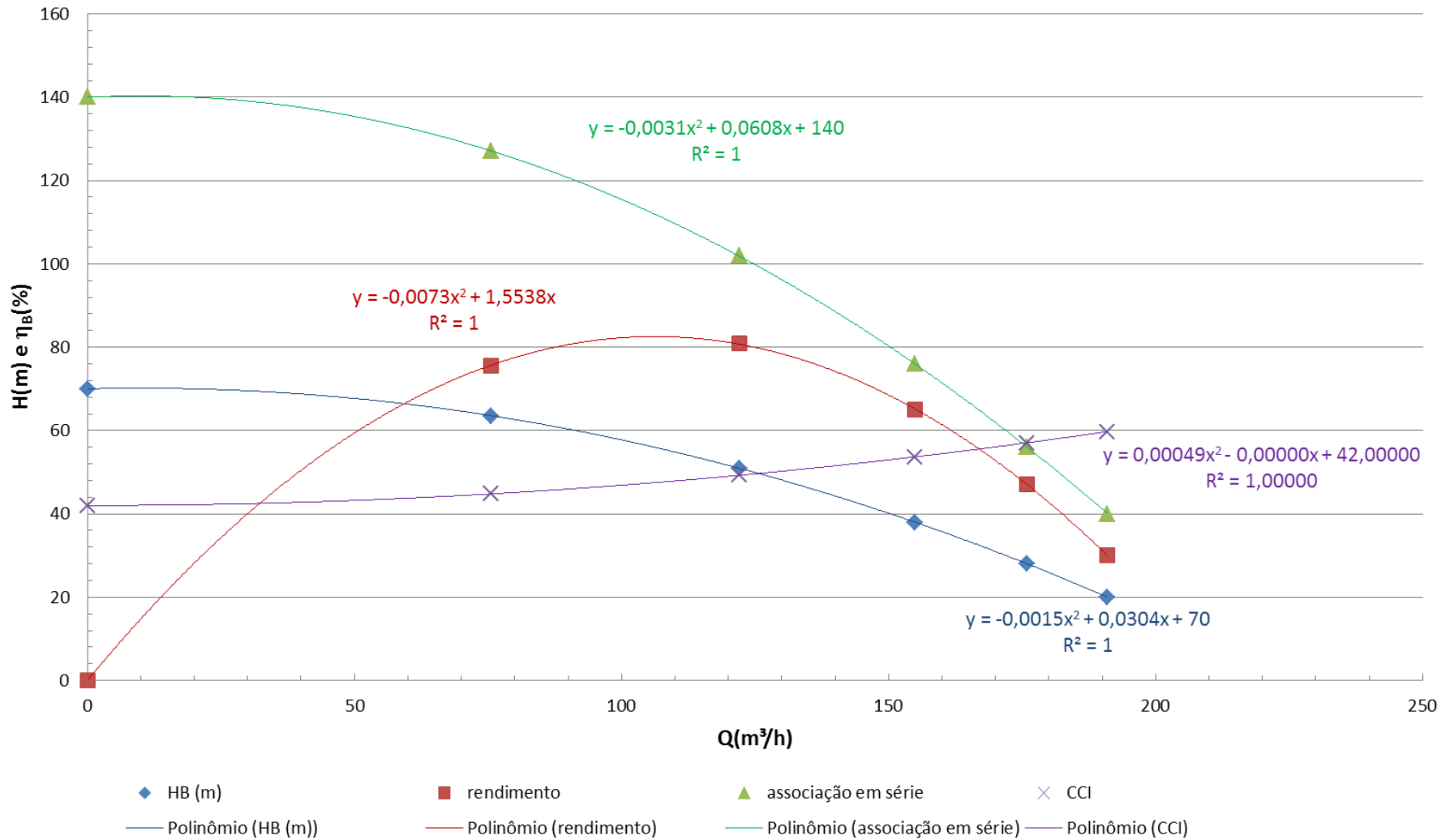


◆ HB (m) ■ rendimento ▲ associação em série — Polinômio (HB (m)) — Polinômio (rendimento) — Polinômio (associação em série)

Novamente traçamos a CCI e obtemos o ponto de trabalho!



Duas bombas em série



$$-0,0031 \times Q^2 + 0,0608 \times Q + 140 = 0,00049 \times Q^2 + 42$$

$$0,00359 \times Q^2 - 0,0608 \times Q - 98 = 0$$

$$Q_{\tau_{as}} = \frac{0,0608 + \sqrt{0,0608^2 + 4 \times 0,00359 \times 98}}{2 \times 0,00359} \cong 173,9 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$H_{B_{\tau_{as}}} = 0,00049 \times 173,9^2 + 42 \cong 56,8\text{m}$$

$$\eta_{B_{\tau_{as}}} = -0,0073 \times 173,9^2 + 1,5538 \times 173,9 \cong 49,4\%$$

$$N_{B_{\tau_{as}}} = \frac{1000 \times 9,8 \times \left(\frac{173,9}{3600} \right) \times 56,8}{0,494} \cong 54430,8\text{W}$$

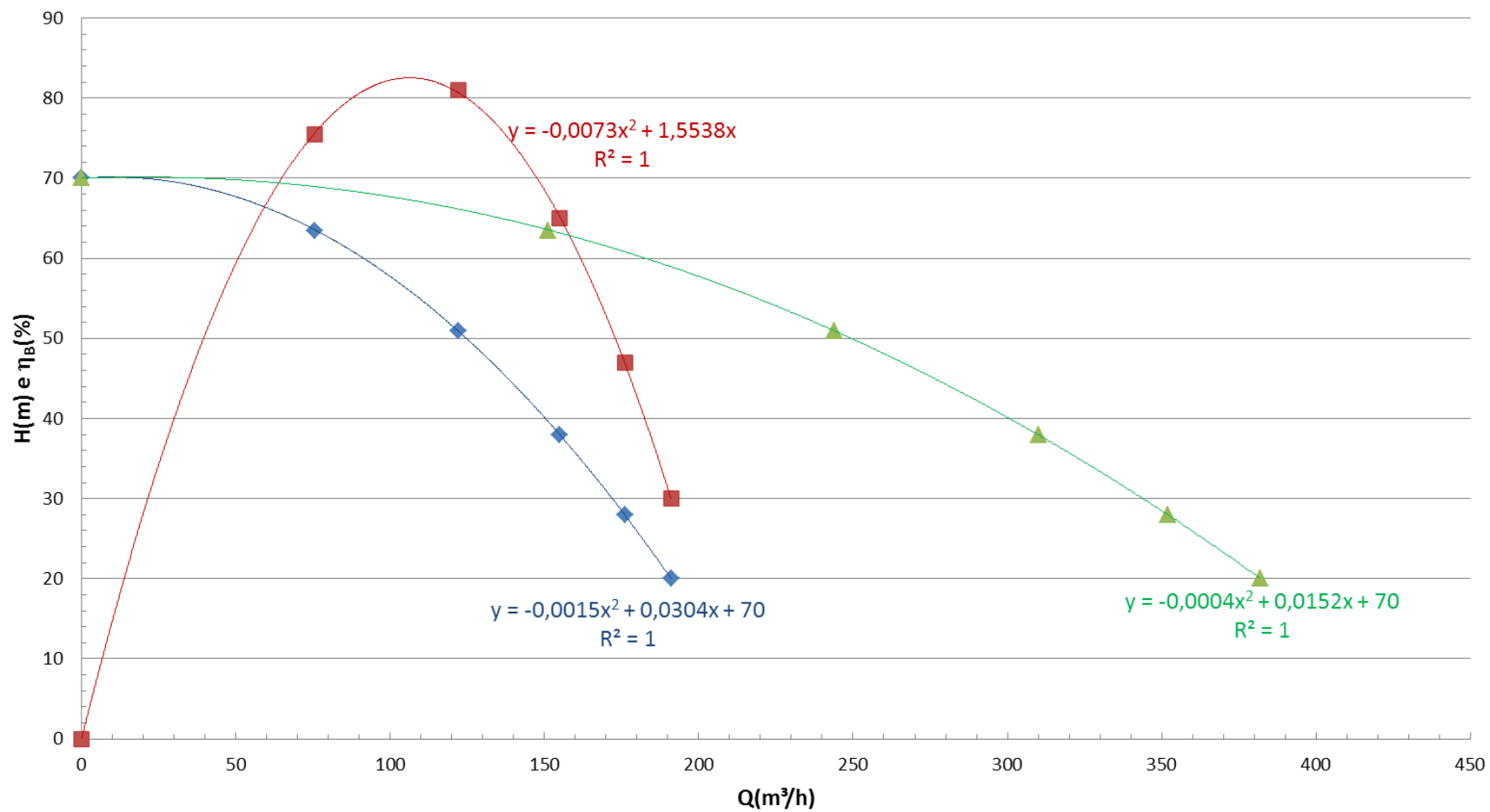
Instalação
operando com
duas bombas
em paralelo,
resulta:



Funcionando com duas bombas em paralelo

$Q(\text{m}^3/\text{h})$	$H_B \text{ (m)}$	$\eta_B(\%)$	$Q_{ap}(\text{m}^3/\text{h})$	$H_{Bap} \text{ (m)}$	$H_s(\text{m})$
0	70	0	0	70	20
75,6	63,5	75,5	151,2	63,5	22,6
122	51	81	244	51	26,7
155	38	65	310	38	30,8
176	28	47	352	28	33,9
191	20	30	382	20	36,4

duas bombas em paralelo

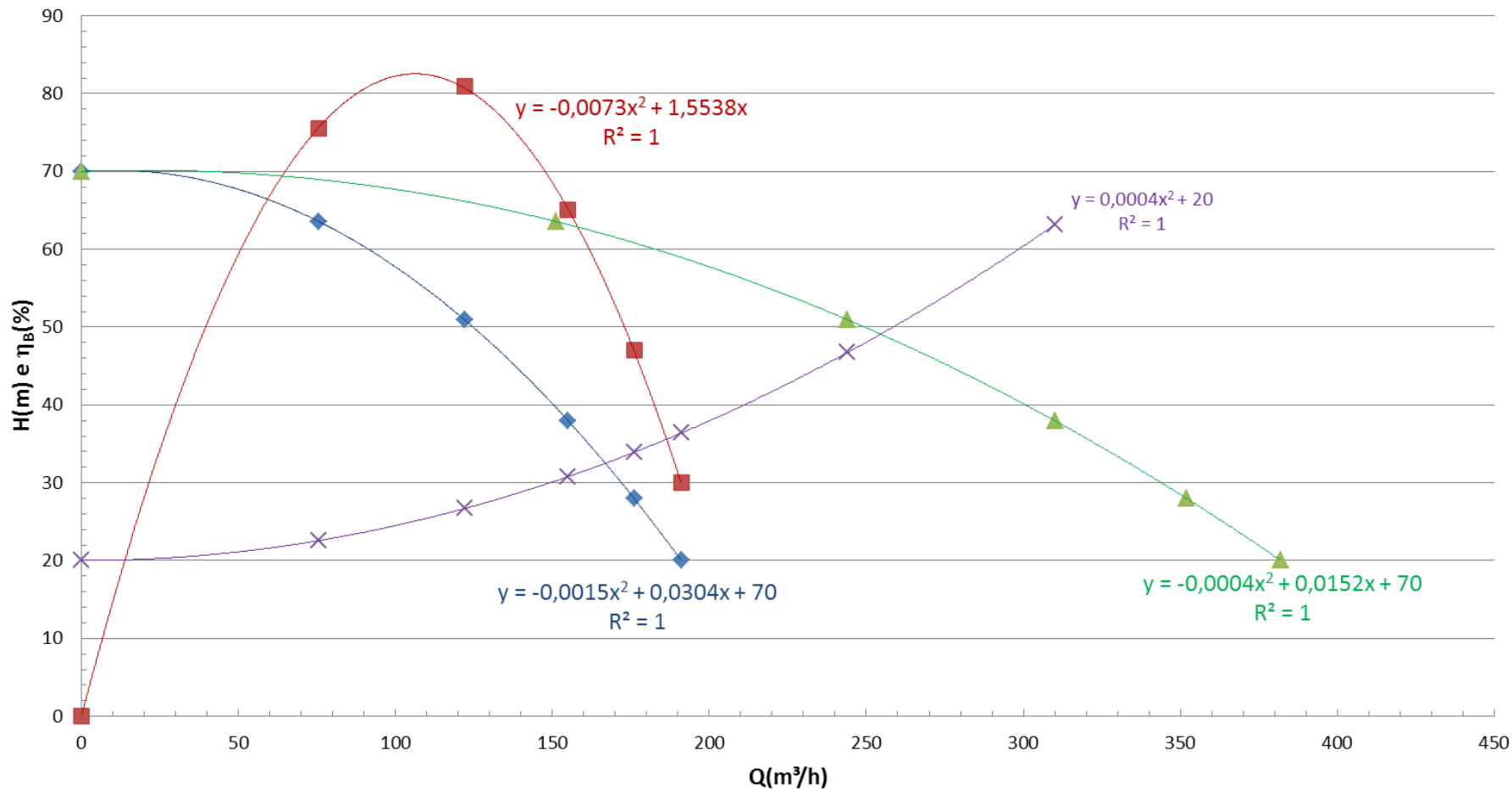


◆ HB (m) ■ rendimento ▲ associação em paralelo — Polinômio (HB (m)) — Polinômio (rendimento) — Polinômio (associação em paralelo)

Novamente traçamos a CCI e obtemos o ponto de trabalho!



duas bombas em paralelo



- ◆ HB (m)
- rendimento
- ▲ associação em paralelo
- × CCI
- Polinômio (HB (m))
- Polinômio (rendimento)
- Polinômio (associação em paralelo)
- Polinômio (CCI)

$$-0,0004 \times Q^2 + 0,0152 \times Q + 70 = 0,0004 \times Q^2 + 20$$

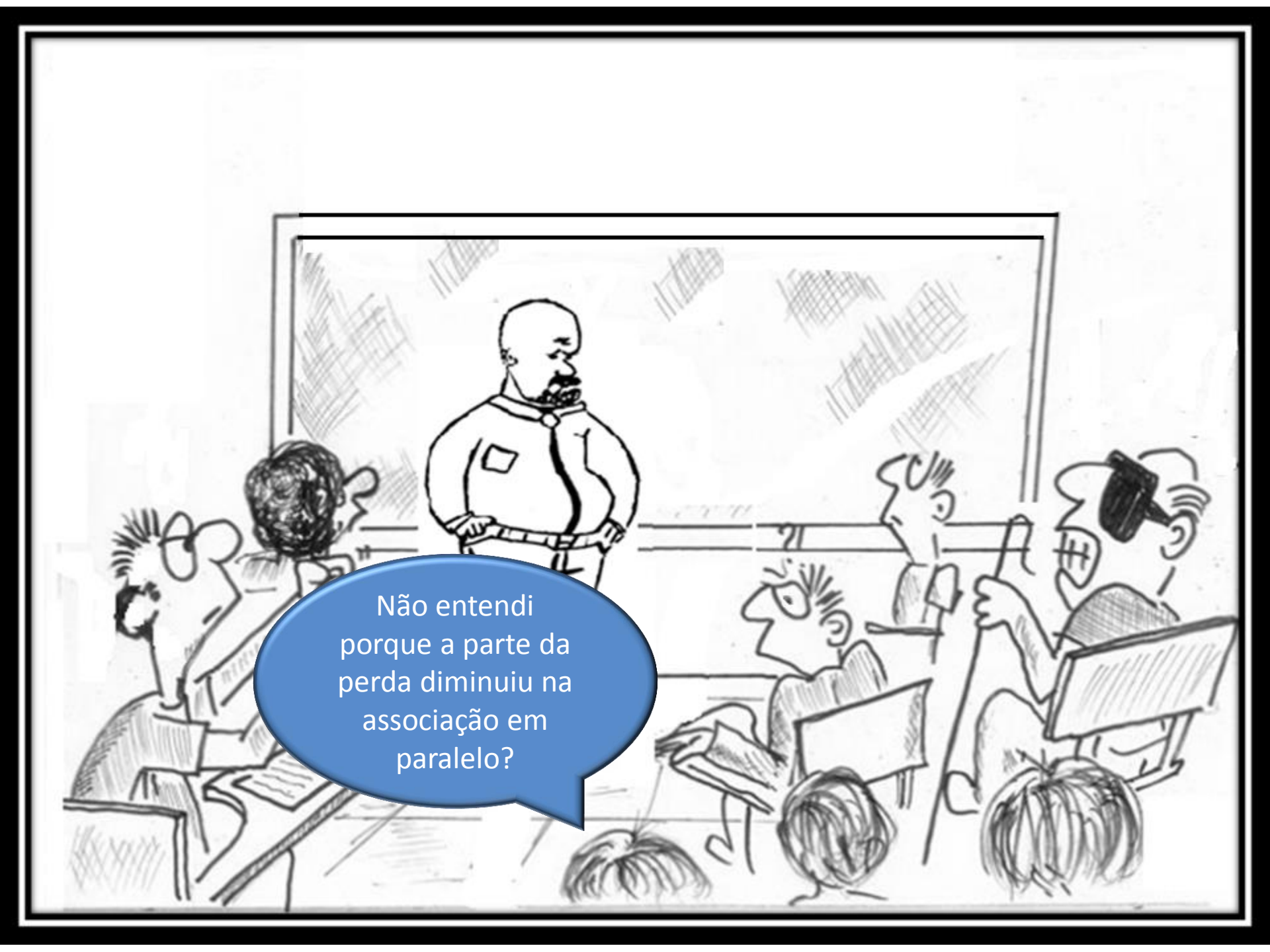
$$0,0008 \times Q^2 - 0,0152 \times Q - 50 = 0$$

$$Q_{\tau_{as}} = \frac{0,0152 + \sqrt{0,0152^2 + 4 \times 0,0008 \times 50}}{2 \times 0,0008} \cong 259,7 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$H_{B_{\tau_{as}}} = 0,0004 \times 259,7^2 + 20 \cong 47\text{m}$$

$$\eta_{B_{\tau_{as}}} = -0,0073 \times \left(\frac{259,7}{2}\right)^2 + 1,5538 \times \left(\frac{259,7}{2}\right) \cong 78,7\%$$

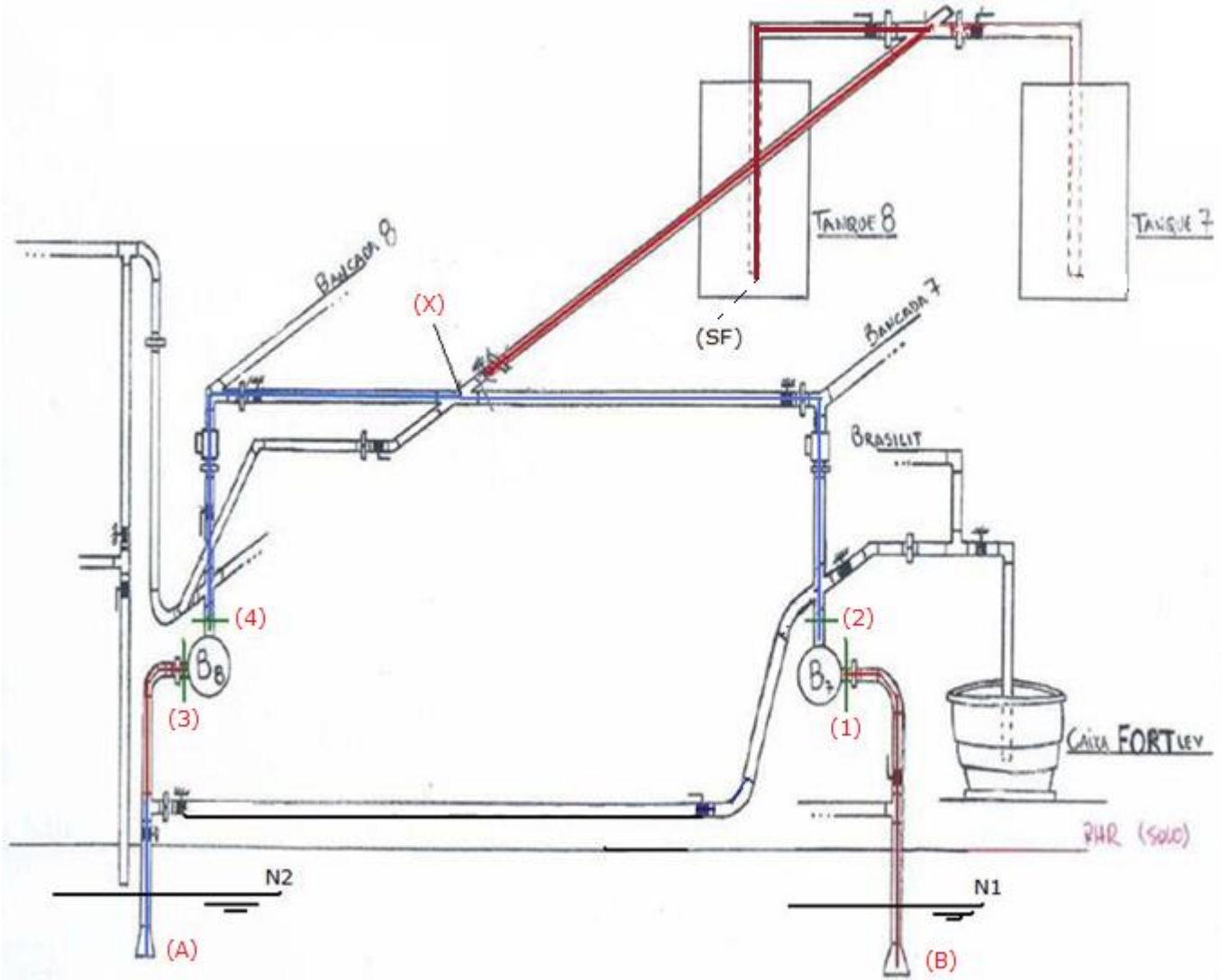
$$N_{B_{\tau_{as}}} = \frac{1000 \times 9,8 \times \left(\frac{259,7}{3600}\right) \times 47}{0,787} \cong 42220\text{W}$$



Não entendi
porque a parte da
perda diminuiu na
associação em
paralelo?

Para responder a sua pergunta
vou considerar a instalação a
seguir que têm um único
diâmetro de um único material
e que representa a associação
em paralelo de duas bombas.





Inicialmente vou obter a CCI só com uma bomba funcionando

$$H_{N1} + H_S = H_{SF} + H_{p\text{ totais}}$$

$$0 + H_S = z_{SF} + \frac{\alpha_{SF} \times Q^2}{2g \times A_{SF}^2} + H_{paB} + H_{pdB-X} + H_{pX-SF}$$

$$\alpha_{SF} = 1; f_{aB} = f_{dB-X} = f_{X-SF} = f_{\text{médio}}$$

$$\therefore H_S = H_{\text{est}} + K_0 \times Q^2 + K_1 \times Q^2 + K_2 \times Q^2 + K_3 \times Q^2$$

$$K_4 = K_0 + K_1 + K_2 + K_3 \Rightarrow H_S = H_{\text{est}} + K_4 \times Q^2$$

Considerando as duas bombas operando em paralelo

$$\sum_{\text{entram}} (\gamma \times Q \times H) + \sum_{\text{saem}} N = \sum (\gamma \times Q \times H) + \sum N_{\text{dissipadas}}$$

$$\begin{aligned} \gamma \times Q_{B7} \times H_{N1} + \gamma \times Q_{B8} \times H_{N2} + \gamma \times Q_{B7} \times H_{B7} + \gamma \times Q_{B8} \times H_{B8} &= \gamma \times (Q_{B7} + Q_{B8}) \times H_{SF} + \\ \gamma \times Q_{B7} \times H_{paB7} + \gamma \times Q_{B8} \times H_{paB8} + \gamma \times Q_{B7} \times H_{pdB7-X} + \gamma \times Q_{B8} \times H_{pdB8-X} &+ \\ \gamma \times (Q_{B7} + Q_{B8}) \times H_{pX-SF} & \end{aligned}$$

$$H_{N1} = H_{N2} = 0; H_{B7} = H_{B8} = H_{Bap}$$

$$\gamma \times Q_{B7} \times H_{B7} + \gamma \times Q_{B8} \times H_{B8} = \gamma \times Q_{ap} \times H_{Bap}$$

$$\gamma \times Q_{B7} \times H_{paB7} = \gamma \times Q_{B8} \times H_{paB8}$$

$$\gamma \times Q_{B7} \times H_{pdB7-X} = \gamma \times Q_{B8} \times H_{pdB8-X}$$

$$Q_{B7} + Q_{B8} = Q_{ap} \Rightarrow Q_{B7} = Q_{B8} = \frac{Q_{ap}}{2}$$

$$\gamma \times Q_{ap} \times H_{Bap} = \gamma \times Q_{ap} \times H_{SF} + 2 \times \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{p_{aB-\left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)}} + 2 \times \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{p_{dB-X-\left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)}} + \gamma \times Q_{ap} \times H_{pX-SF}$$

$$H_{Bap} = z_{SF} + \frac{Q_{ap}^2}{2g \times A_{SF}^2} + H_{p_{aB-\left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)}} + H_{p_{dB-X-\left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)}} + H_{pX-SF}$$

Desprezando a variação dos f, resulta :

$$H_{Bap} = H_{est} + K_0 \times Q_{ap}^2 + \frac{K_1}{4} \times Q_{ap}^2 + \frac{K_2}{4} \times Q_{ap}^2 + K_3 \times Q_{ap}^2$$

$$K_5 = K_0 + \frac{K_1}{4} + \frac{K_2}{4} + K_3 \Rightarrow H_{Bap} = H_{est} + K_5 \times Q_{ap}^2$$

$$K_5 < K_4$$

Existem situações
que desprezamos
esta variação!



Prova sem
consulta –
duração 100
minutos



96^o (1^a Questão) - A água é bombeada entre dois reservatórios de grandes dimensões e ambos com respiro, ou seja, submetidos a pressão atmosfera. A instalação de bombeamento apresenta as seguintes características: tubulação de um único diâmetro interno igual a 300 mm, comprimento sem considerar a casa de máquina igual a 70 m, coeficiente de perda de carga distribuída médio igual a 0,0135, somatória dos coeficientes singulares sem considerar a casa de máquina igual a 21, casa de máquina com duas bombas idênticas que podem operar isoladamente, associadas em série e em paralelo.

No caso que operaram isoladamente, devemos acrescentar em relação à casa de máquina: $L_{is} = 3,0$ m e $\sum Ks_{is} = 3,0$; já no caso de operarem associadas em série acrescentamos $L_{as} = 5,0$ m e $\sum Ks_{as} = 6,6$ e na associação em paralelo acrescentamos para cada $Q_{ap}/2$ $L_{ap} = 3,0$ m e $\sum Ks_{ap} = 3,0$.

Sabendo que a bomba selecionada tem a curva $H_B = f(Q)$ representada pela equação:

$$H_B = 21,2 + 0,00297 \times Q - 8,57 \times 10^{-6} \times Q^2$$

com a carga manométrica (H_B) em metro (m) e a vazão (Q) em metros cúbicos por hora (m^3/h). Pede-se determinar a vazão de bombeamento ($Q\tau$) e a carga manométrica correspondente ($HB\tau$) para as seguintes situações:

- a. carga estática da instalação igual a 15 m e uma única bomba operando;
- b. carga estática da instalação igual a 15 m e as bombas operando em paralelo;
- c. carga estática igual a 25 m e as bombas operando em série.

Importante: nas três situações considere o coeficiente de perda de carga distribuída médio igual a 0,0135.

Detalhe da casa de máquina

