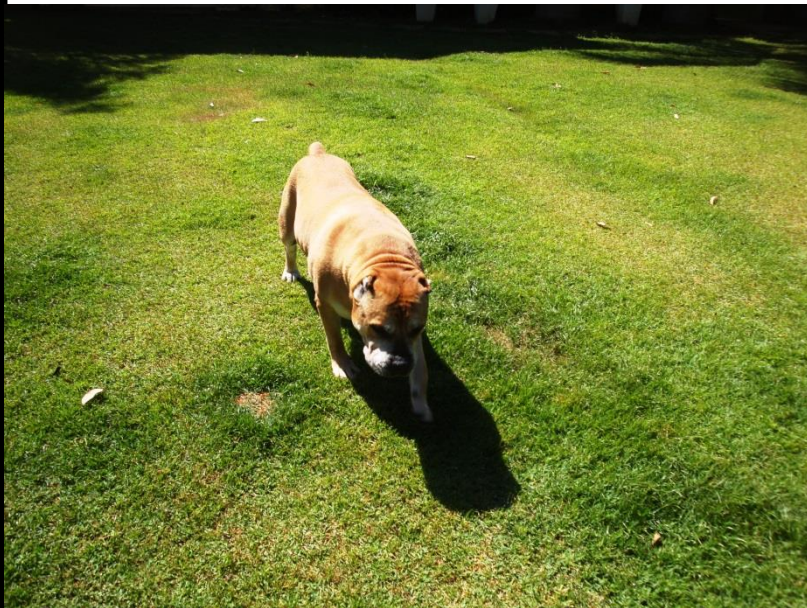


Oitava aula de ME5330

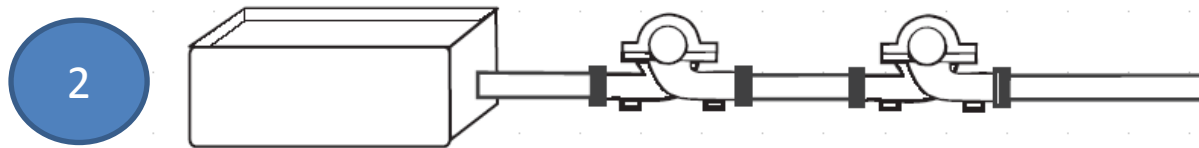
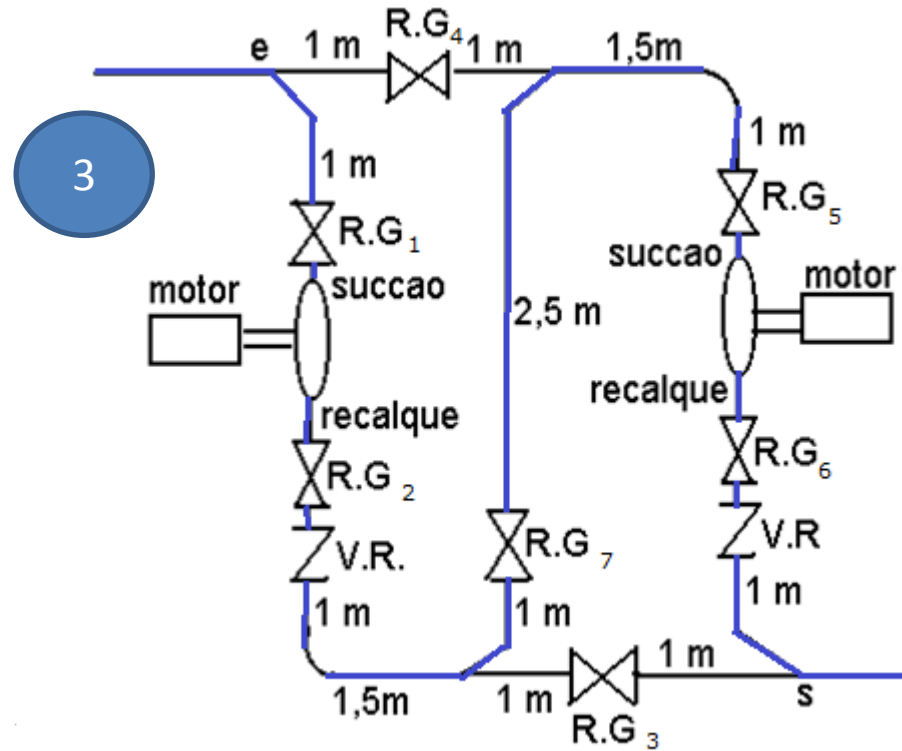
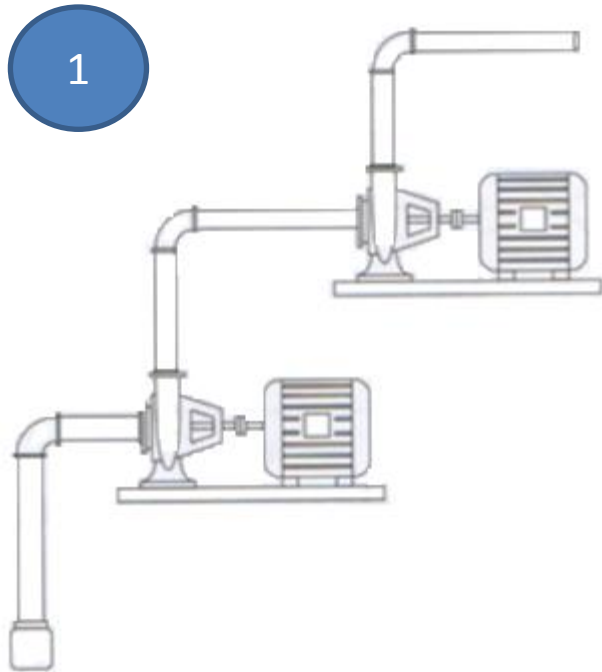
Primeiro semestre de
2014



Associação em
série de bombas
hidráulicas



Algumas das possibilidades da associação em série de bombas hidráulicas



Considerando os esquemas anteriores é fácil observar que:

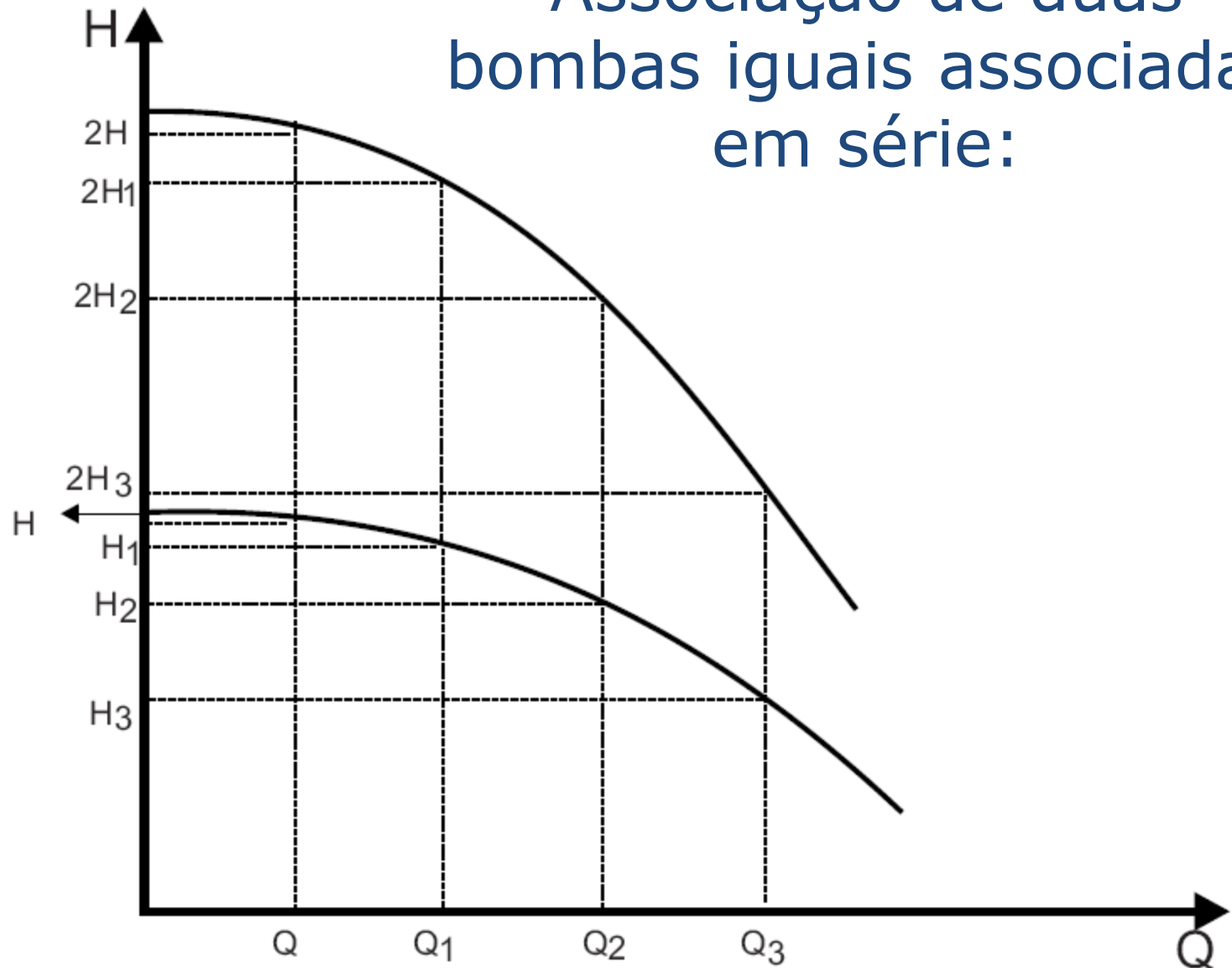
1. O líquido passará pela primeira bomba e receberá uma certa carga manométrica e ao entrar na segunda bomba, haverá um novo acréscimo de carga a fim de que o mesmo atinja as condições solicitadas.
2. A vazão que sai da primeira bomba é a mesma que entra na segunda, sendo portanto a vazão em uma associação de bombas em série constante.

Conclusão:

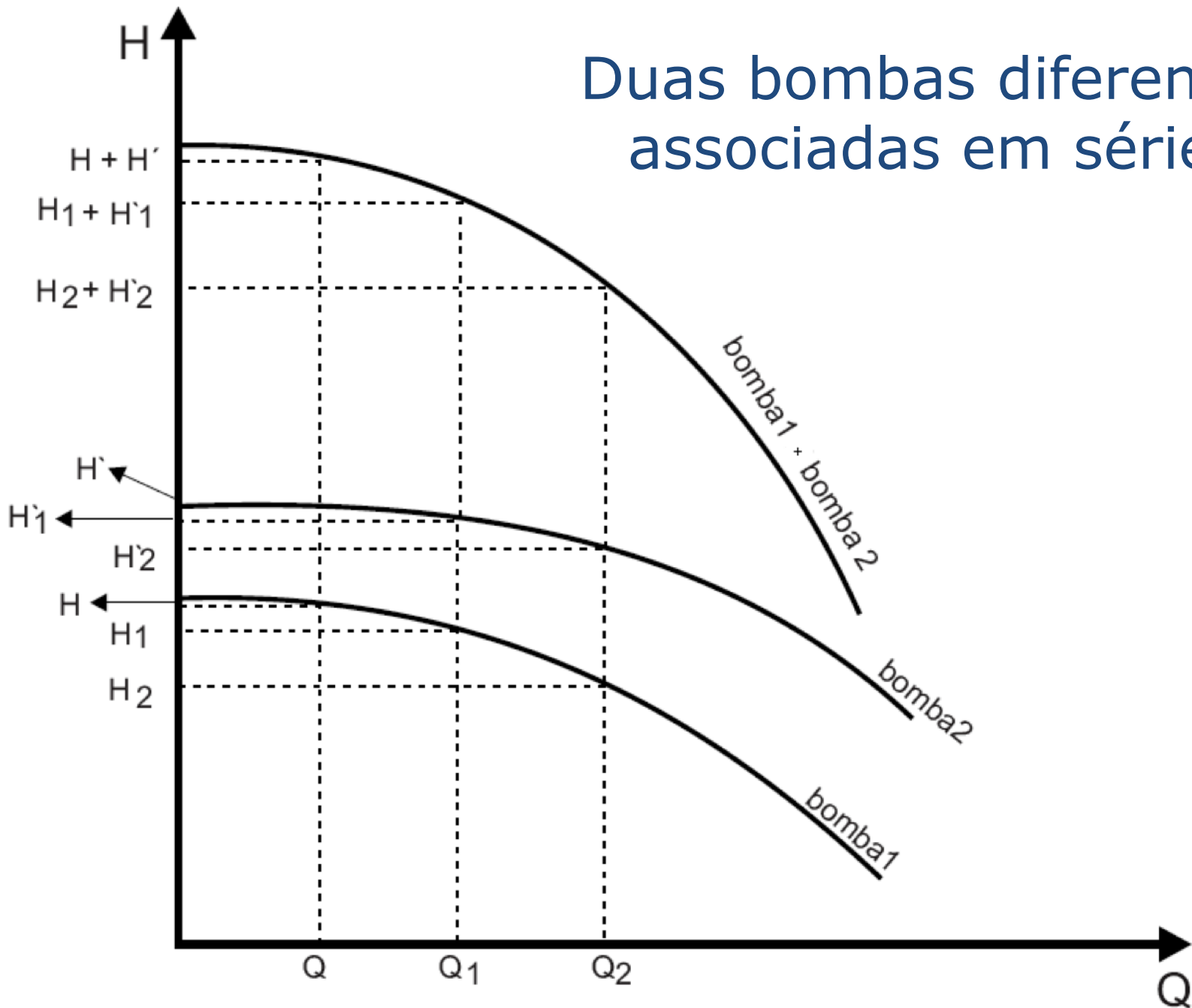
quando associamos duas ou mais bombas em série, para uma mesma vazão, a carga manométrica será a soma da carga manométrica fornecida por cada bomba.

Portanto, para se obter a curva característica resultante de duas bombas em série, iguais ou diferentes, basta somar as alturas manométricas totais, correspondentes aos mesmos valores de vazão, em cada bomba.

Associação de duas bombas iguais associadas em série:




Duas bombas diferentes associadas em série:





Cuidado:

verificar a pressão
máxima suportada
no flange das
bombas
subsequentes.



Cálculo do rendimento da associação em série de bombas.

$$N_{B_{\text{assoc}}} = N_{B_{B1}} + N_{B_{B2}}$$

$$\frac{\gamma \times Q \times H_{B_{\text{as}}}}{\eta_{B_{\text{as}}}} = \frac{\gamma \times Q \times H_{B_{B1}}}{\eta_{B_{B1}}} + \frac{\gamma \times Q \times H_{B_{B2}}}{\eta_{B_{B2}}}$$

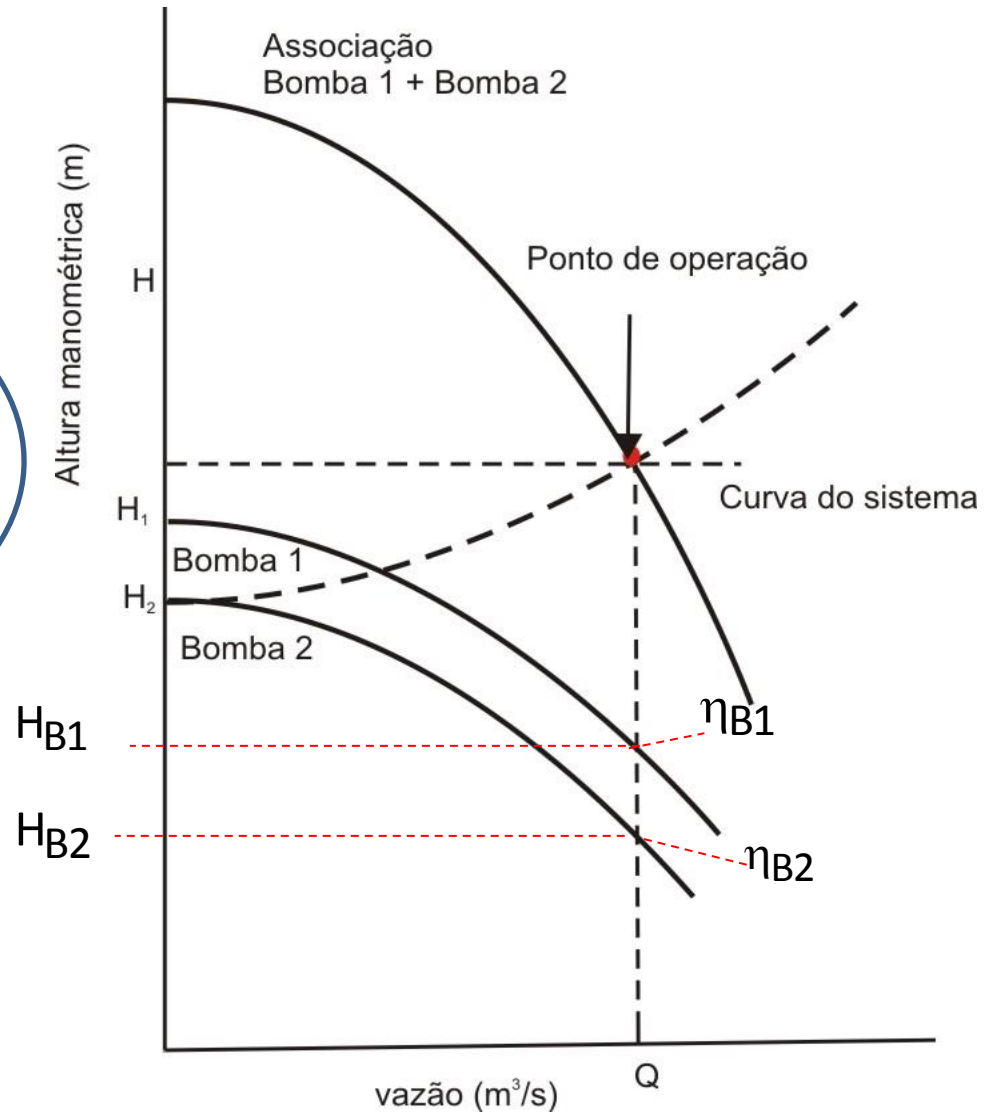
$$\frac{H_{B_{\text{as}}}}{\eta_{B_{\text{as}}}} = \frac{H_{B_{B1}}}{\eta_{B_{B1}}} + \frac{H_{B_{B2}}}{\eta_{B_{B2}}}$$

$$\eta_{B_{\text{as}}} = \frac{H_{B_{\text{as}}}}{\frac{H_{B_{B1}}}{\eta_{B_{B1}}} + \frac{H_{B_{B2}}}{\eta_{B_{B2}}}}$$

Operação de bombas diferentes em série



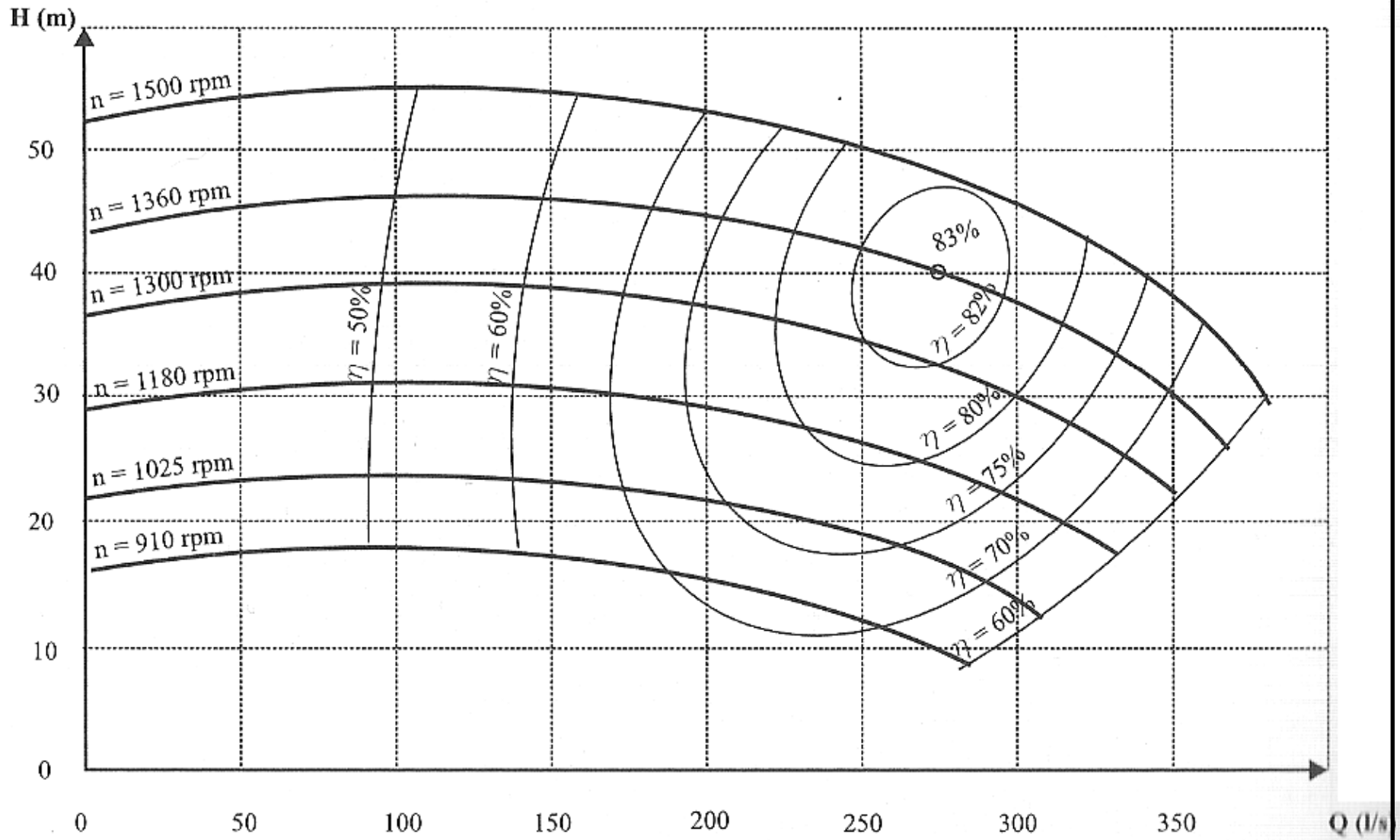
$$\eta_{B_{as}} = \frac{H_{B_{as}}}{\frac{H_{B_{B1}}}{\eta_{B_{B1}}} + \frac{H_{B_{B2}}}{\eta_{B_{B2}}}}$$



Exercício de associação em série

Uma lavoura de arroz distante do manancial de captação d'água necessita de 315 L/s ($\rho = 998,2 \text{ kg/m}^3$) para atender toda a área irrigada. O ponto de captação encontra-se na cota de 90 m acima do nível do mar e a lavoura situa-se na cota de 80 m. A tubulação que conduz a água possui diâmetro interno de 303,2 mm, área de seção livre igual a 722 cm² e coeficiente de atrito obtido com rugosidade equivalente (k) igual a $4,6 \cdot 10^{-5}$ m. O sistema de bombeamento é constituído pela associação em série de duas bombas iguais, operando com 1360 rpm, cujas curvas características encontram-se representadas a seguir. Desprezando o comprimento equivalente dos acessórios, considerando iguais as velocidades de escoamento na admissão e descarga das bombas, pressão na admissão da primeira bomba da associação $p_{a1} = 0$, manômetros nivelados, e que a perda entre as duas bombas associadas é desprezível e calculando a perda de carga pela equação de Darcy_Weisbach, determinar:

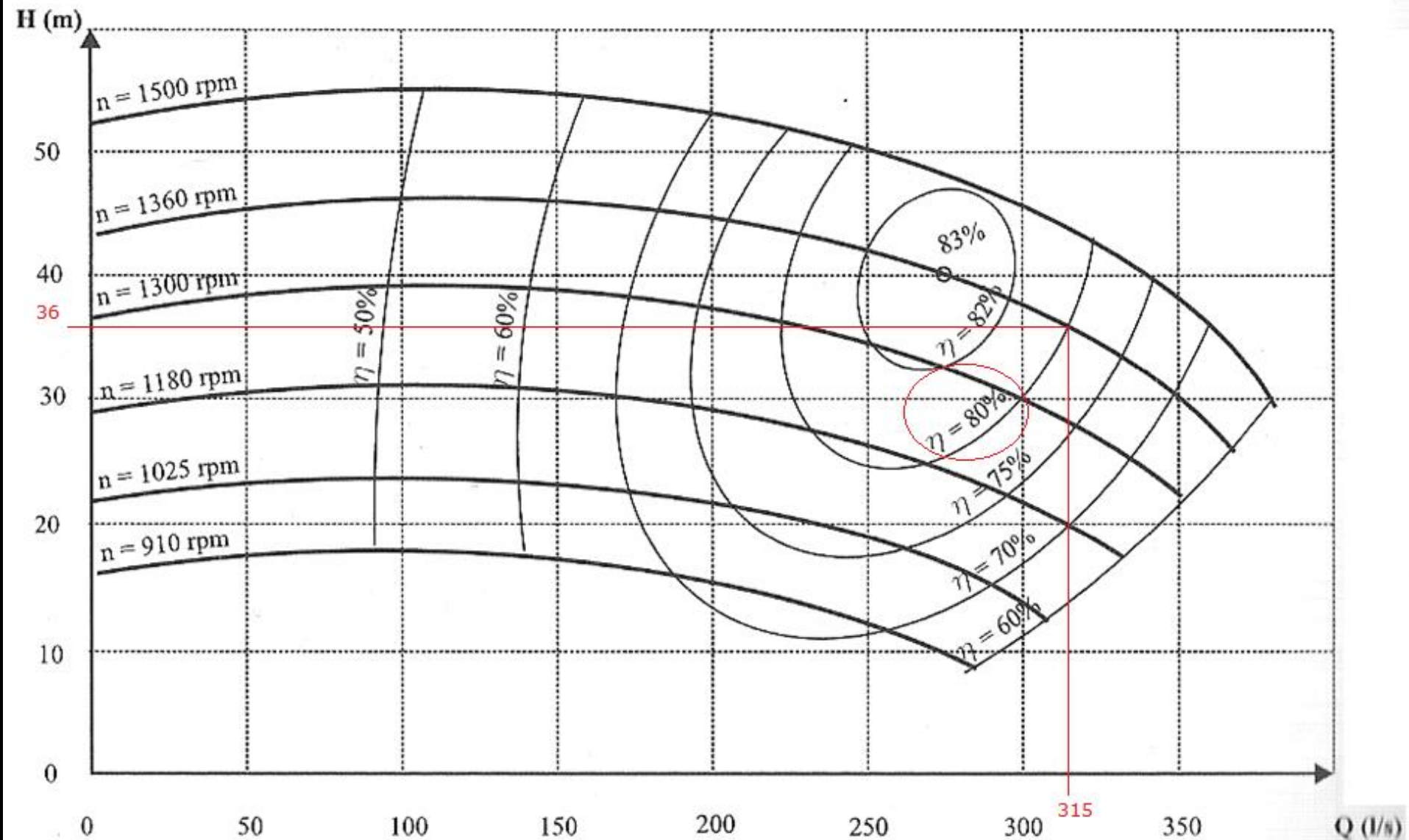
- a. a potência consumida pela associação;
- b. a perda de carga na tubulação em J/kg;
- c. a máxima pressão a que se encontra submetida a tubulação;
- d. o comprimento da canalização (distância entre o manancial e a lavoura);
- e. a vazão fornecida à lavoura quando uma das bombas é retirada da instalação através de um by-pass;
- f. a potência útil do motor elétrico neste caso;
- g. a vazão que chega à lavoura, considerando escoamento por ação da gravidade, quando as duas bombas são retiradas do circuito.



Resolvendo



a) Considerando as curvas da bomba que foram dadas para a vazão de 315 L/s, tem-se:



Portanto, como trata-se da associação em série de duas bombas iguais tem-se:

$$H_{B_{AS}} = 2 \times H_B = 2 \times 36 = 72\text{m}$$

$$\eta_{B_{AS}} = \eta_B = 80\%$$

$$N_{B_{AS}} = \frac{\gamma \times H_{B_{AS}} \times Q_{AS}}{\eta_{B_{AS}}} = \frac{998,2 \times 9,8 \times 72 \times 315 \times 10^{-3}}{0,80}$$

$$N_{B_{AS}} \cong 277329,9\text{W}$$

b) escrevendo a equação da CCI, tem-se:

$$H_{\text{inicial}} + H_S = H_{\text{final}} + H_{p_{\text{totais}}}$$

$$90 + H_S = 80 + H_{p_{\text{totais}}}$$

$$\therefore H_S = -10 + H_{p_{\text{totais}}}$$

Como no ponto de trabalho a carga do sistema é igual a carga manométrica, tem-se que:

$$72 = -10 + H_{p_{\text{totais}}}$$

$$\therefore H_{p_{\text{totais}}} = 82\text{m}$$

$$E_{p_{\text{totais}}} = 82 \times 9,8 = 803,6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

c) A máxima pressão que está submetida a tubulação será na saída da bomba, no caso da segunda bomba, portanto:

$$H_{B_{B1}} = \frac{p_{sI} - p_{aI}}{\gamma} \Rightarrow 36 = \frac{p_{sI} - 0}{998,2 \times 9,8}$$

$$p_{sI} \cong 352165 \text{ Pa}$$

$$H_{B_{B2}} = \frac{p_{sII} - p_{aII}}{\gamma} \Rightarrow 36 = \frac{p_{sII} - 352165}{998,2 \times 9,8}$$

$$p_{sII} = 704330 \text{ Pa}$$

d) o comprimento da canalização (distância entre o manancial e a lavoura)

Pela equação de Darcy Weisbach, tem-se:

$$h_f = f \times \frac{L_{\text{total}}}{D_H} \times \frac{v^2}{2g} = f \times \frac{(L_t + \sum Leq)}{D_H} \times \frac{Q^2}{2g \times A^2}$$

Com os dados:

$$Q = 315 \frac{\text{L}}{\text{s}} \rightarrow \rho_{\text{H}_2\text{O}} = 998,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ o que nos permite concluir}$$

que a mesma encontra-se a 20^0C e portanto $v_{\text{H}_2\text{O}} = 1,004 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

$D_{\text{int}} = 303,2\text{mm}$; $A = 722 \text{ mm}$ e $K = 4,6 \times 10^{-5} \text{ m}$, pode-se determinar $f \cong 0,014$

No item b) determinou-se a perda de carga total de 82 m e como a $\Sigma l_{eq}=0$, tem-se:

$$82 = 0,014 \times \frac{L_t}{303,2 \times 10^{-3}} \times \frac{(315 \times 10^{-3})^2}{2 \times 9,8 \times (722 \times 10^{-4})^2}$$

$$\therefore L = 1828,7 \text{ m}$$

e) Para a determinação da vazão de trabalho só com uma bomba deve-se traçar a sua CCI

$$H_S = H_{\text{estático}} + f \times \frac{L_t}{D_H} \times \frac{Q^2}{2g \times A^2}$$

$$H_S = -10 + f \times \frac{1828,7}{0,3032} \times \frac{Q^2}{19,6 \times (722 \times 10^{-4})^2}$$

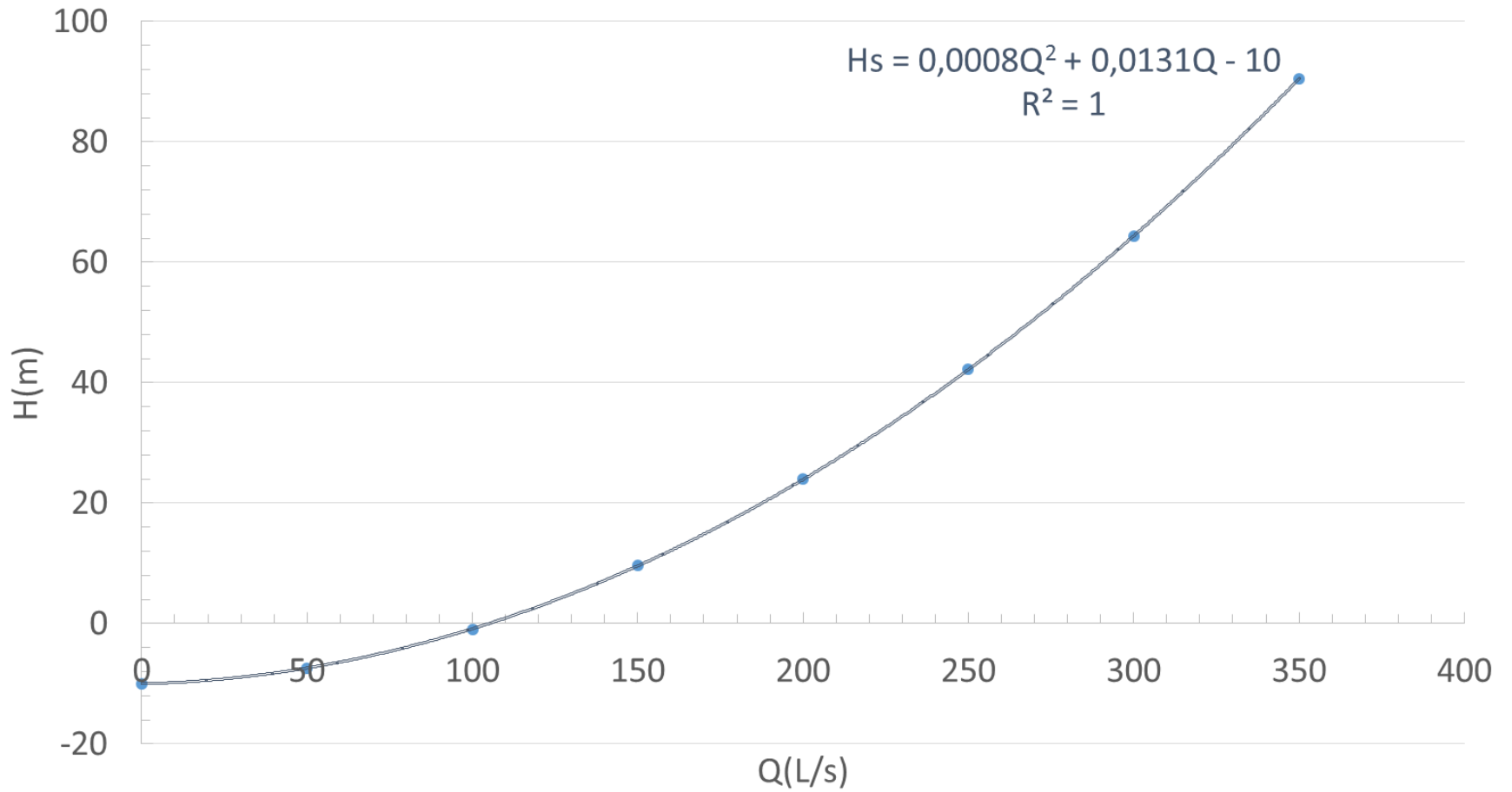
$$H_S = -10 + f \times 59031,4 \times Q^2$$

Pelo Excel, tem-se:

| Q (L/s) | f | Hs(m) |
|---------|--------|-------|
| 0 | 0 | -10 |
| 50 | 0,0167 | -7,5 |
| 100 | 0,0153 | -1,0 |
| 150 | 0,0147 | 9,6 |
| 200 | 0,0144 | 24,0 |
| 250 | 0,0142 | 42,3 |
| 300 | 0,0140 | 64,4 |
| 350 | 0,0139 | 90,4 |

CCI

$$H_s = 0,0008Q^2 + 0,0131Q - 10$$
$$R^2 = 1$$



• Hs(m) — Polinômio (Hs(m))

72

H (m)

41,7

n = 1500 rpm

n = 1360 rpm

n = 1300 rpm

n = 1180 rpm

n = 1025 rpm

n = 910 rpm

$\eta = 50\%$

$\eta = 60\%$

$\eta = 83\%$

$\eta = 82\%$

$\eta = 80\%$

$\eta = 75\%$

$\eta = 70\%$

$\eta = 60\%$

gráfico obtido com f variável

Curva característica do sistema ou da canalização

gráfico obtido com $f = cte.$

250

315

Q (l/s)

PORTANTO PARA UMA BOMBA SE TEM O PONTO DE
TRABALHO:

$$Q_{\tau} \cong 250 \frac{\text{L}}{\text{s}} \rightarrow H_{B_{\tau}} \cong 41,7\text{m} \rightarrow \eta_{B_{\tau}} \cong 82\%$$

e)

$$N_{B_{\tau}} = \frac{\gamma \times Q_{\tau} \times H_{B_{\tau}}}{\eta_{B_{\tau}}} = \frac{998,2 \times 9,8 \times 0,250 \times 41,7}{0,82}$$


$$N_{B_{\tau}} \cong 124367,2 \text{ W} \cong 124,4 \text{ kW}$$

f) Para se determinar a vazão de queda livre basta ler a vazão para carga do sistema igual a zero, ou colocar na equação da linha de tendência que $H_s = 0$, portanto:


$$0 = 0,0008 \times Q^2 + 0,0128 \times Q - 10$$

$$Q_{qL} = \frac{-0,0128 + \sqrt{0,0128^2 + 4 \times 0,0008 \times 10}}{2 \times 0,0008}$$

$$Q_{qL} \cong 104,1 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$



Vamos fazer
mais um
exercício de
associação
em série?



Ok!
Vou propor mais
um!

Foi solicitado, a um(a) engenheiro(a), que verificasse a possibilidade de se usar uma instalação de bombeamento existente para enviar água a 22^oC para a um novo reservatório localizado em nível mais elevado. O sistema deveria bombear água para um único reservatório de cada vez, sendo o controle feito através da abertura de registros do tipo gaveta (RG_j). No projeto original, a casa de máquina era composta de duas bombas iguais, cuja curva característica pode ser obtida com a tabela dada no próximo slide.



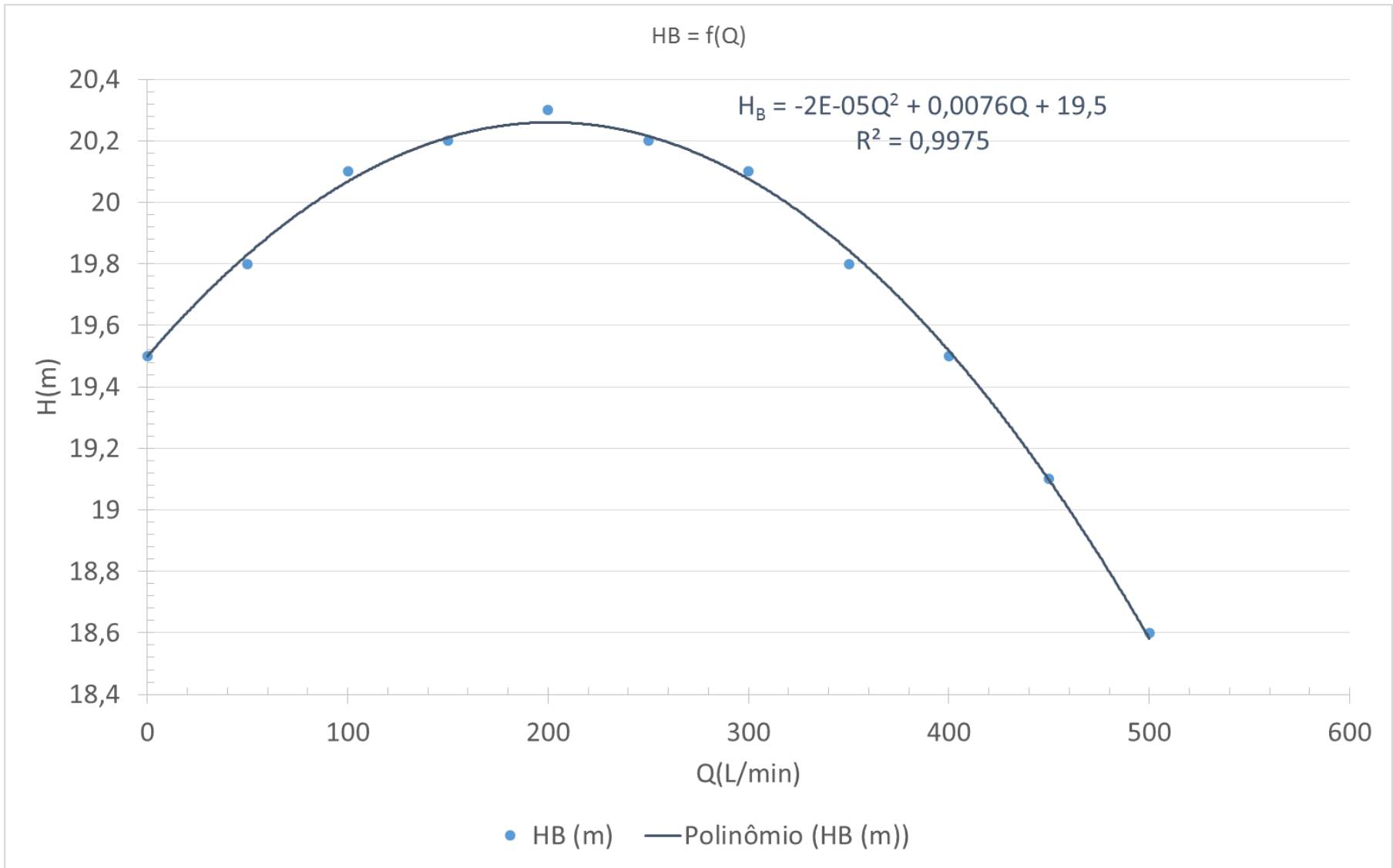
Também conhecemos o esquema da instalação de bombeamento proposta para alimentar os dois reservatórios.



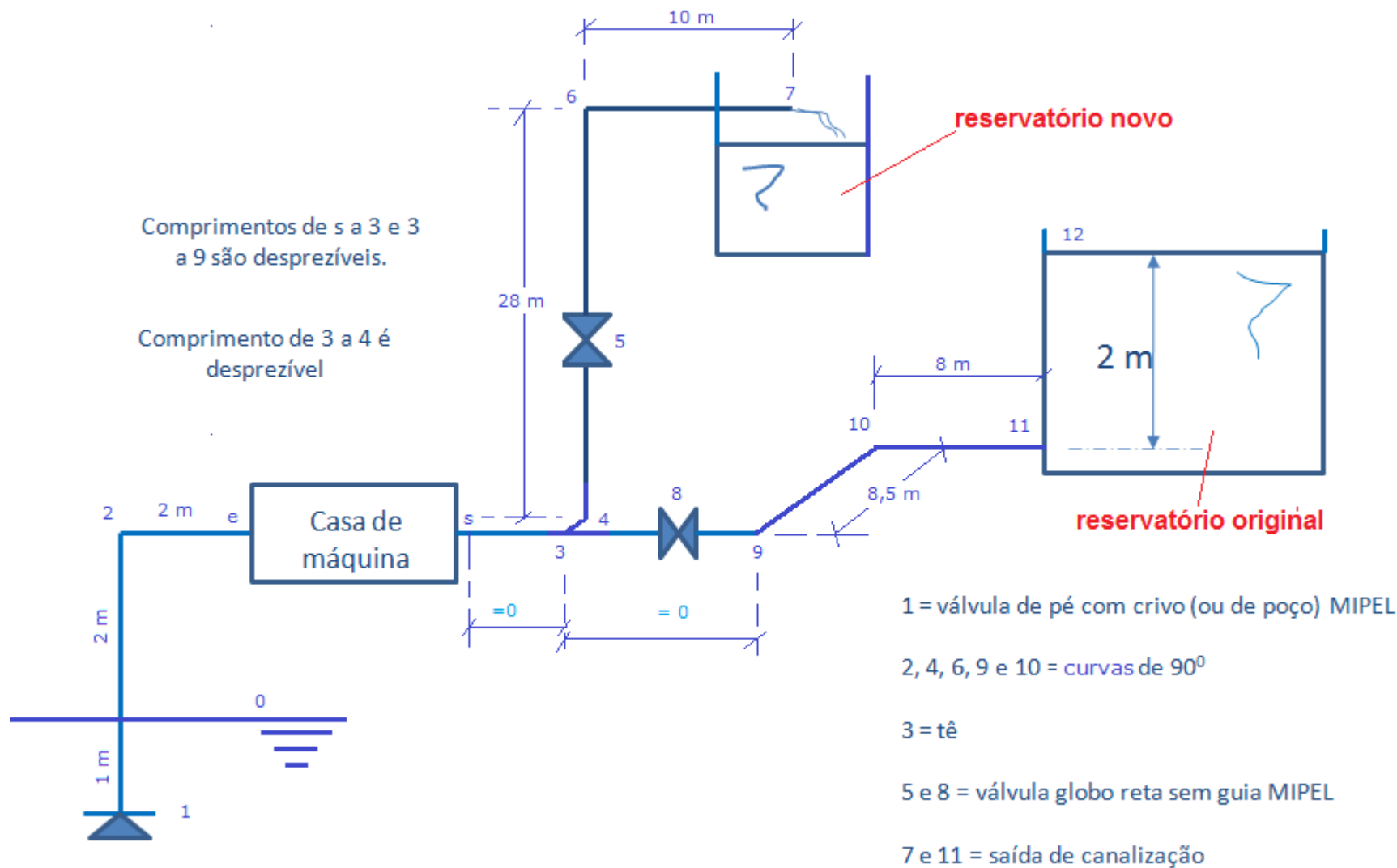
| Q(L/min) | H _B (m) |
|----------|--------------------|
| 0 | 19,5 |
| 50 | 19,8 |
| 100 | 20,1 |
| 150 | 20,2 |
| 200 | 20,3 |
| 250 | 20,2 |
| 300 | 20,1 |
| 350 | 19,8 |
| 400 | 19,5 |
| 450 | 19,1 |
| 500 | 18,6 |

Com essa tabela do Excel, obtemos a curva a seguir.

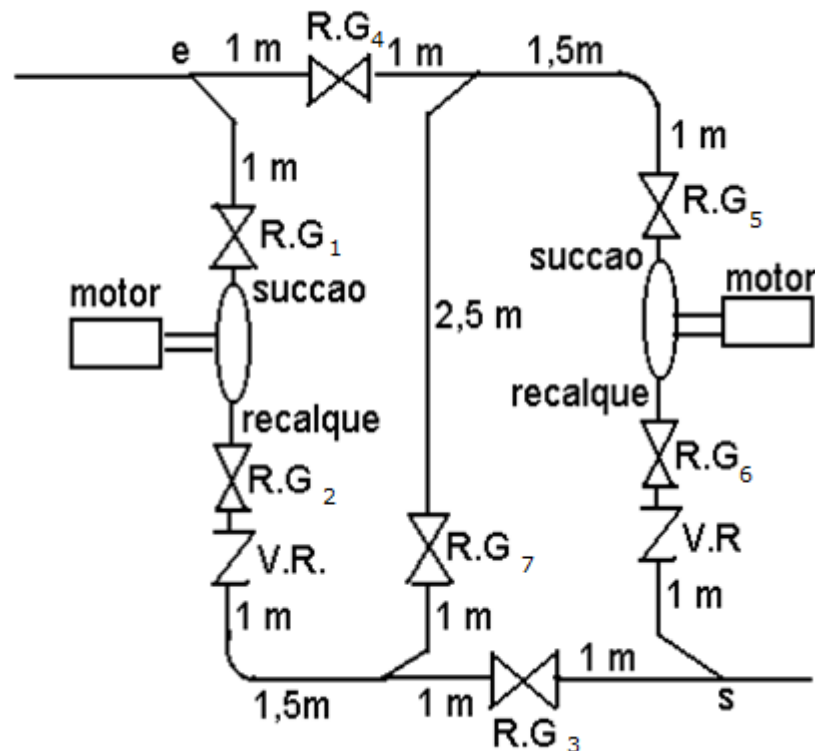




A figura mostra a instalação de bombeamento e a posição dos dois reservatórios.



É dado o detalhe da casa de máquina, onde as ligações possíveis das duas bombas encontram-se representadas na figura a seguir, em uma vista de cima.



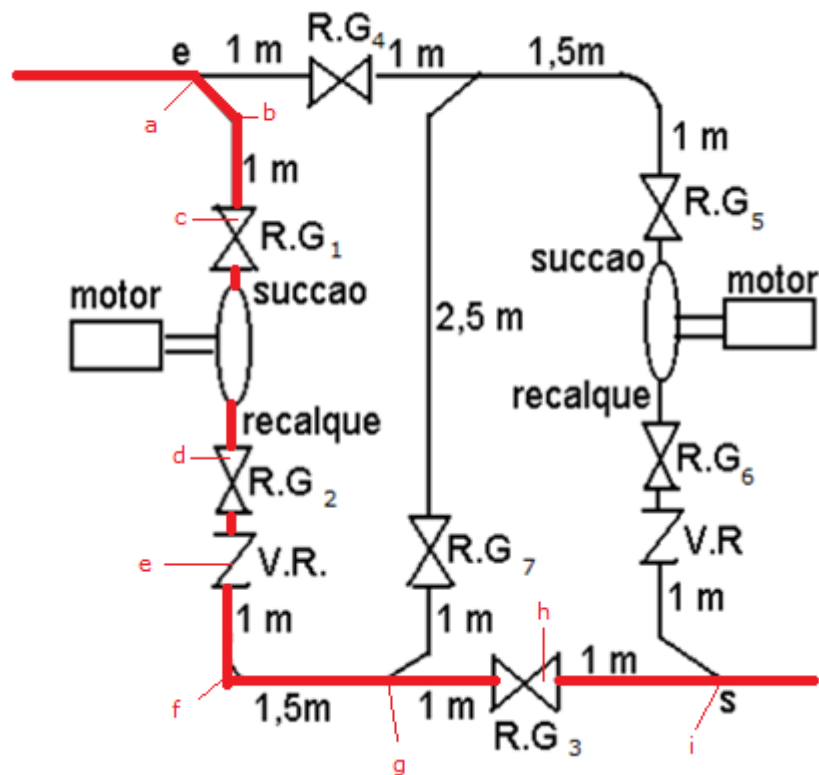
Sabendo que a instalação trabalha com um único diâmetro e que os tubos são de aço 40 com diâmetro nominal de 3", calcule a vazão originada na alimentação do reservatório superior explicando as operações com as válvulas gaveta.

Observação: analise o diâmetro especificado e se necessário proponha mudanças.



PRIMEIRA POSSIBILIDADE DE FUNCIONAMENTO: REGISTROS GAVETAS FECHADOS: 4, 5, 6 E 7 E REGISTROS GAVETAS ABERTOS: 1, 2 E 3. Nesse caso opera-se com uma só bomba.

LEGENDA



- a = tê de saída de lado (Tupy)
- b = joelho (fêmea) de 90° (Tupy)
- c, d, h = registros ou válvulas gaveta (Mipel)
- e = válvula de retenção com portinhola (Mipel)
- f = curva (fêmea) de 90° (Tupy)
- g, i = tê de passagem direta (Tupy)

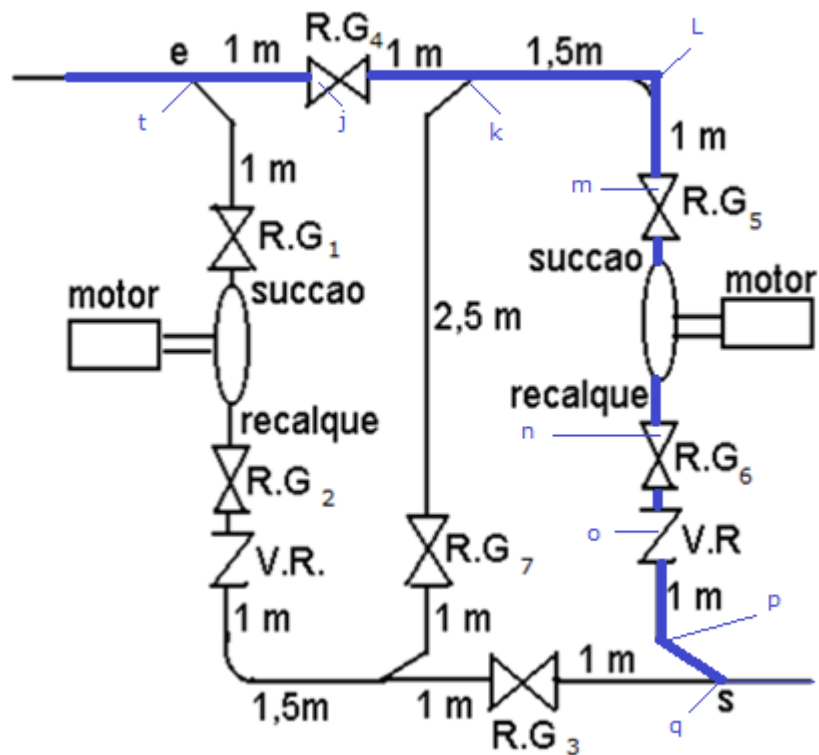
| Singularidades | Diâmetro nominal | Leq (m) |
|----------------|------------------|---------|
| a | 3" | 4,11 |
| b | 3" | 2,82 |
| c, d, h | 3" | 1,03 |
| e | 3" | 3,95 |
| f | 3" | 1,64 |
| g, i | 3" | 0,50 |

$$L_{CM} = 5,5 \text{ m e a}$$

$$\Sigma leq = 16,61 \text{ m}$$

SEGUNDA POSSIBILIDADE DE FUNCIONAMENTO: REGISTROS GAVETAS FECHADOS: 4, 5, 6 E 7 E REGISTROS GAVETAS ABERTOS: 1, 2 E 3. Nesse caso opera-se com uma só bomba.

LEGENDA



t, k = tê de passagem direta (Tupy)

p = joelho (fêmea) de 90° (Tupy)

j, m, n = registros ou válvulas gaveta (Mipel)

o = válvula de retenção com portinhola (Mipel)

L = curva (fêmea) de 90° (Tupy)

q = tê de passagem de lado (Tupy)

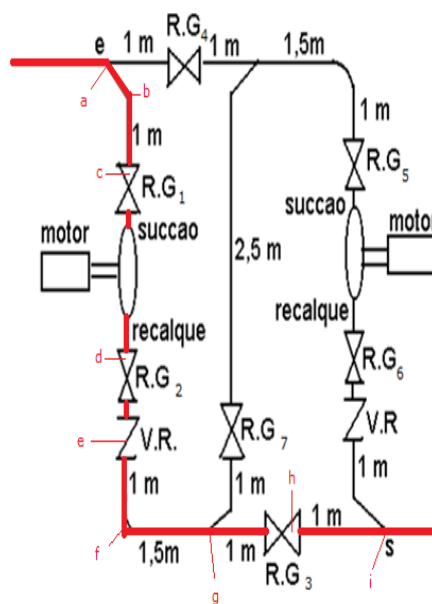
| Singularidades | Diâmetro nominal | Leq (m) |
|----------------|------------------|---------|
| q | 3" | 4,11 |
| p | 3" | 2,82 |
| j, m, n | 3" | 1,03 |
| o | 3" | 3,95 |
| L | 3" | 1,64 |
| t, k | 3" | 0,50 |

$L_{CM} = 5,5 \text{ m e a}$
 $\Sigma leq = 16,61 \text{ m}$

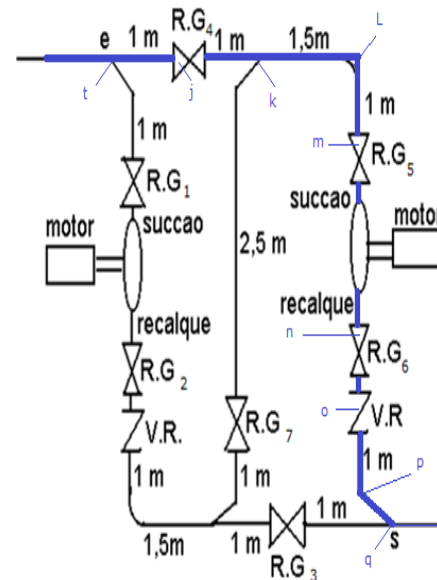
EM RELAÇÃO A CASA DE MÁQUINA AS
DUAS POSSIBILIDADES SÃO IDÊNTICAS,
POIS EM AMBAS SE TEM O MESMO
COMPRIMENTO TOTAL DE TUBULAÇÃO E
A MESMA SOMATÓRIA DE
COMPRIMENTOS EQUIVALENTES.



Primeira
possibilidade



Segunda
possibilidade



Vamos iniciar a determinação da vazão para o novo caminho (expansão para o reservatório novo). Adotando-se PHR no nível de captação (0) tem-se:

$$H_{\text{inicial}} + H_S = H_{\text{final}} + H_{p_{\text{total}}}$$

$$0 + H_S = 30 + \frac{Q^2}{2 \times 9,8 \times (47,7 \times 10^{-4})^2} + H_{p_{\text{total}}}$$

$$H_S = 30 + 2242,4 \times Q^2 + H_{p_{\text{total}}}$$



CONSIDERANDO O
TRECHO DO SISTEMA
SEM CONSIDERAR A
CASA DE MÁQUINA



$L = 43 \text{ m}$ e
 $\Sigma \text{leq} = 69,13 \text{ m}$

| Singularidade | Diâmetro nominal | Leq (m) |
|-------------------|------------------|---------|
| 1 | 3" | 32 |
| 2, 4 e 6 | 3" | 1,64 |
| 3 (saída lateral) | 3" | 4,11 |
| 5 | 3" | 25,9 |
| 7 | 3" | 2,2 |

Considerando a casa
de máquina, devemos
acrescentar: $L = 5,5 \text{ m}$
e $\Sigma \text{Leq} = 16,51 \text{ m}$



Portanto:
 $L = 48,5 \text{ m}$ e
 $\Sigma \text{leq} = 85,74 \text{ m}$

Pela equação da CCI anterior, pelo fato da carga estática (30 m) ser maior que a carga manométrica do shut off (19,5 m) já se poderia concluir a inviabilidade do funcionamento de uma única bomba, mesmo assim vamos demonstrar traçando a CCI para a situação de apenas uma bomba operar.

Água a 22°C, tem-se $\rho = 997,8 \text{ kg/m}^3$
e $\nu = 9,57 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ e para o trecho
novo $K = 4,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}$



$$H_S = 30 + 2242,4 \times Q^2 + f_{3''} \times \frac{(48,5 + 85,74)}{0,0779} \times \frac{Q^2}{19,6 \times (47,7 \times 10^{-4})^2}$$

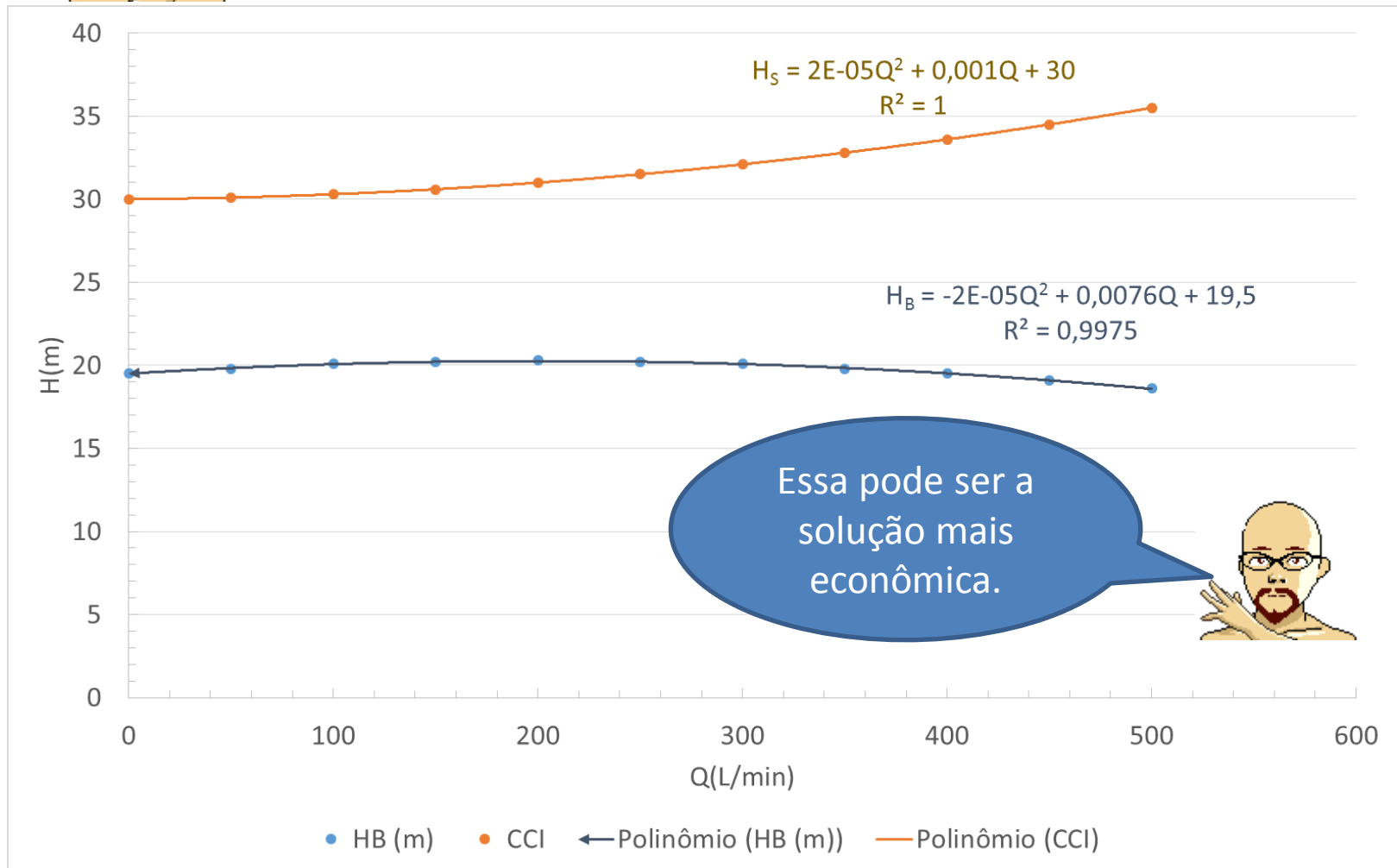
$$H_S = 30 + 2242,4 \times Q^2 + f_{3''} \times 3864129,4 \times Q^2$$

Através de uma planilha do Excel e considerando apenas uma bomba



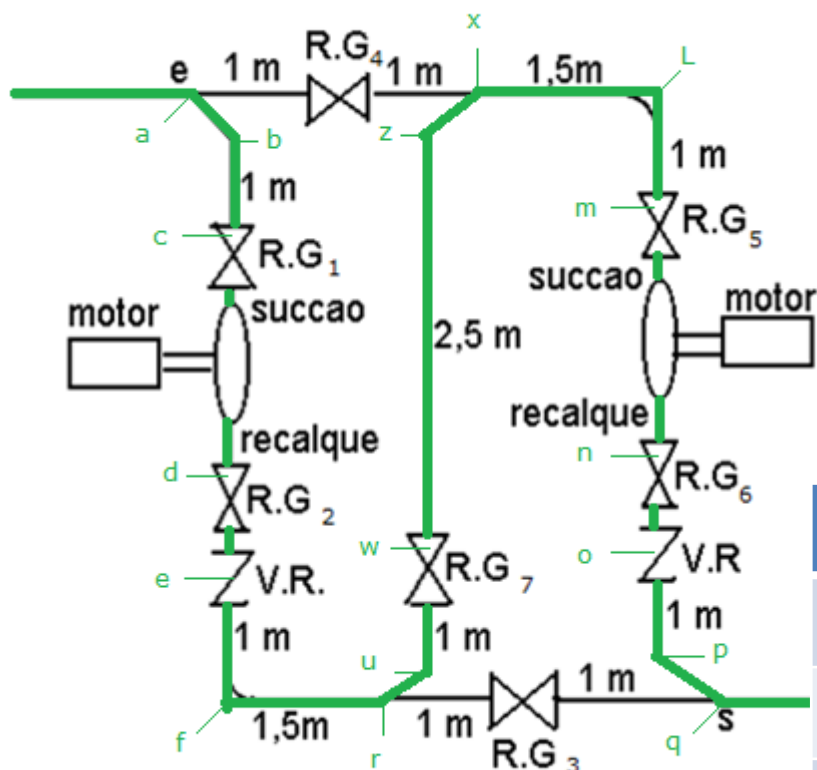
| Q(L/min) | H _B (m) | f _{3"} | H _S (m) |
|----------|--------------------|-----------------|--------------------|
| 0 | 19,5 | 0 | 30,0 |
| 50 | 19,8 | 0,0294 | 30,1 |
| 100 | 20,1 | 0,0254 | 30,3 |
| 150 | 20,2 | 0,0235 | 30,6 |
| 200 | 20,3 | 0,0225 | 31,0 |
| 250 | 20,2 | 0,0217 | 31,5 |
| 300 | 20,1 | 0,0212 | 32,1 |
| 350 | 19,8 | 0,0208 | 32,8 |
| 400 | 19,5 | 0,0205 | 33,6 |
| 450 | 19,1 | 0,0202 | 34,5 |
| 500 | 18,6 | 0,0200 | 35,5 |

Não existe o ponto de trabalho, portanto uma única bomba não consegue recalcar a água para o novo reservatório e como já existe uma bomba igual como reserva, vamos verificar se essa associada em série com a bomba em operação resolve o problema.



VIABILIZANDO A ASSOCIAÇÃO EM SÉRIE: REGISTROS GAVETAS FECHADOS: 3 E 4 E
 REGISTROS GAVETAS ABERTOS: 1, 2, 5, 6 E 7. Nesse caso opera-se com uma associação
 em série de bombas.

LEGENDA



a, r, x, q = tê de passagem de lado (Tupy)
 b, u, z, p = joelhos (fêmeas) de 90° (Tupy)
 c, d, w, m, n = válvulas gaveta (Mipel)
 e, o = válvula de retenção com portinhola (Mipel)
 f, L = curvas (fêmeas) de 90° (Tupy)

| Singularidade | Diâmetro nominal | Leq (m) |
|---------------|------------------|---------|
| a, r, x, q | 3" | 4,11 |
| b, u, z, p | 3" | 2,82 |
| c, d, w, m, n | 3" | 1,03 |
| e, o | 3" | 3,95 |
| f, L | 3" | 1,64 |

Devemos acrescentar:

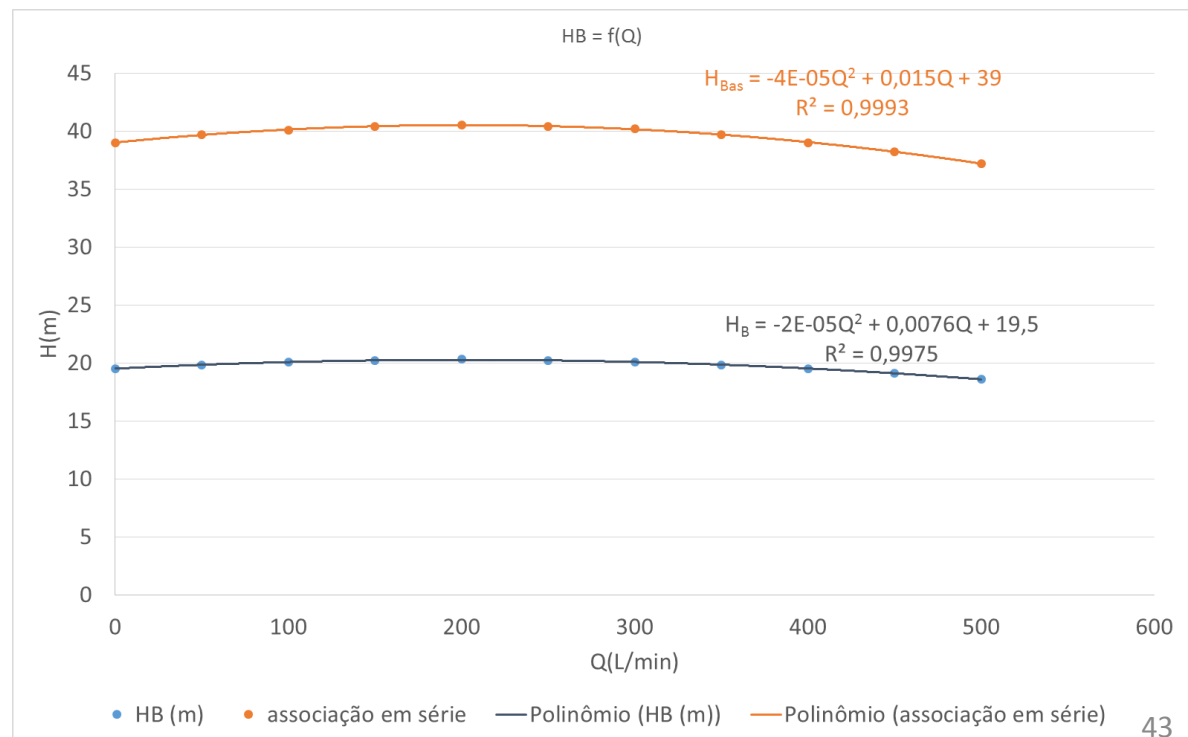
$$L_{CM} = 10,5 \text{ m e a}$$

$$\Sigma leq = 44,05 \text{ m}$$

IMPORTANTE OBSERVAR QUE EM TODAS AS POSSIBILIDADES DE FUNCIONAMENTO SÓ EXISTEM ALTERAÇÕES NA CASA DE MÁQUINA E DA OPERAÇÃO DE UMA SÓ BOMBA PARA A ASSOCIAÇÃO EM SÉRIE, ONDE SE “MANTÉM “A VAZÃO E SOMA-SE AS CARGAS MANOMÉTRICAS, EXISTE UMA MUDANÇA SIGNIFICATIVA TANTO NO COMPRIMENTO DA TUBULAÇÃO COMO NA SOMATÓRIA DOS COMPRIMENTOS EQUIVALENTES.



| Q(L/min) | H _B (m) | H _{BAS} (m) |
|----------|--------------------|----------------------|
| 0 | 19,5 | 39 |
| 50 | 19,8 | 39,7 |
| 100 | 20,1 | 40,1 |
| 150 | 20,2 | 40,4 |
| 200 | 20,3 | 40,5 |
| 250 | 20,2 | 40,4 |
| 300 | 20,1 | 40,2 |
| 350 | 19,8 | 39,7 |
| 400 | 19,5 | 39,0 |
| 450 | 19,1 | 38,2 |
| 500 | 18,6 | 37,2 |



Através da
associação em
série das duas
bombas, tem-se a
seguinte alteração
na CCI



$$H_{S_a} = 30 + 2242,4 \times Q^2 + f_{3''} \times \frac{(53,5 + 113,18)}{0,0779} \times \frac{Q^2}{19,6 \times (47,7 \times 10^{-4})^2}$$
$$H_{S_a} = 30 + 2242,4 \times Q^2 + f_{3''} \times 4797922,3 \times Q^2$$

Agora traçar a CCI e
obter, se êle existir,
o ponto de
trabalho.

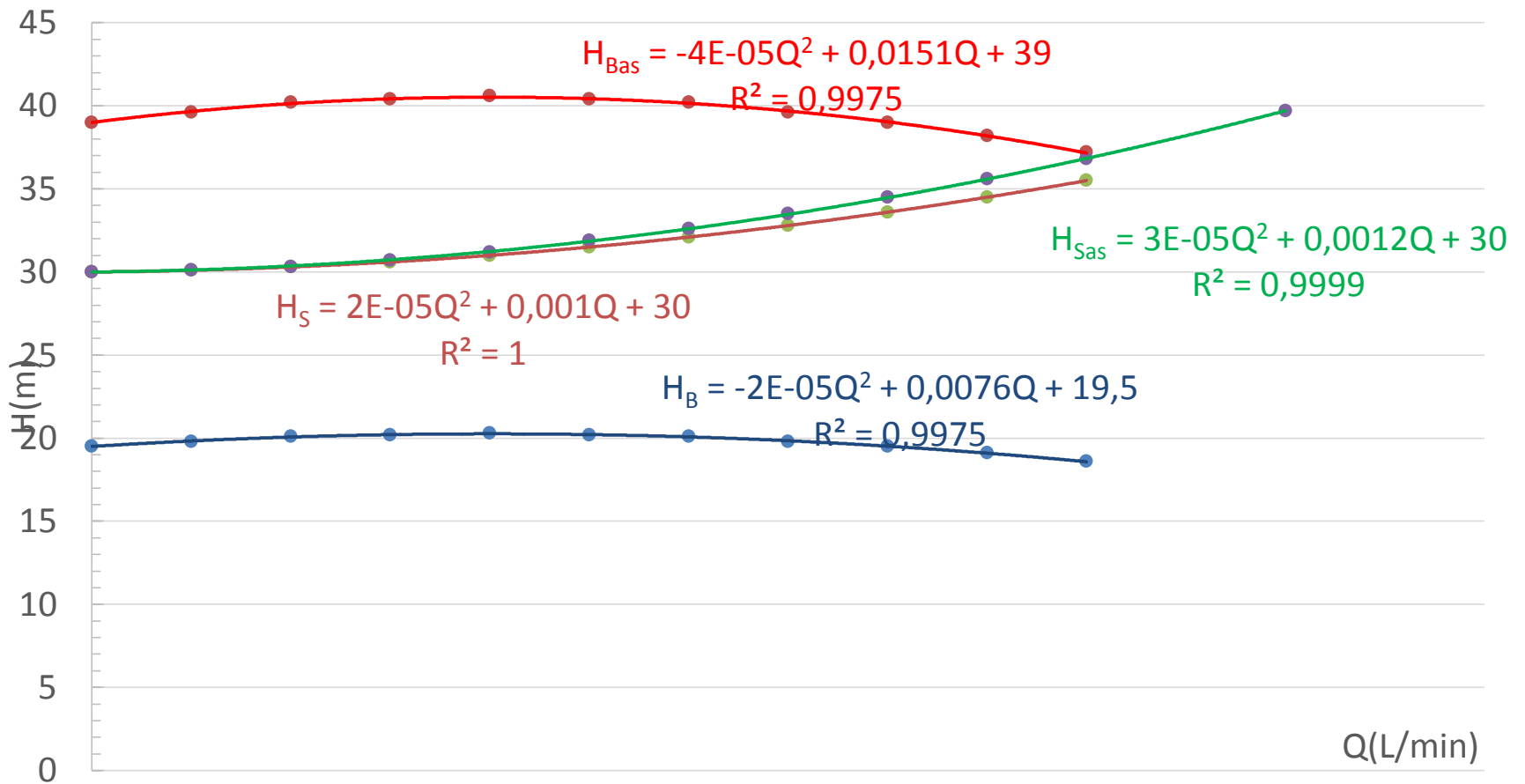


Através de uma planilha do Excel e considerando a associação em série das bombas



| Q(L/min) | H _B (m) | f _{3"} | H _S (m) | H _{BAS} (m) | H _{SAS} (m) |
|----------|--------------------|-----------------|--------------------|----------------------|----------------------|
| 0 | 19,5 | 0 | 30,0 | 39 | 30,0 |
| 50 | 19,8 | 0,0294 | 30,1 | 39,6 | 30,1 |
| 100 | 20,1 | 0,0254 | 30,3 | 40,2 | 30,3 |
| 150 | 20,2 | 0,0235 | 30,6 | 40,4 | 30,7 |
| 200 | 20,3 | 0,0225 | 31,0 | 40,6 | 31,2 |
| 250 | 20,2 | 0,0217 | 31,5 | 40,4 | 31,9 |
| 300 | 20,1 | 0,0212 | 32,1 | 40,2 | 32,6 |
| 350 | 19,8 | 0,0208 | 32,8 | 39,6 | 33,5 |
| 400 | 19,5 | 0,0205 | 33,6 | 39 | 34,5 |
| 450 | 19,1 | 0,0202 | 34,5 | 38,2 | 35,6 |
| 500 | 18,6 | 0,0200 | 35,5 | 37,2 | 36,8 |
| 600 | | 0,0197 | | | 39,7 |

Ponto de trabalho



- HB (m)
- As. Série
- CCI_original
- CCI_as série

$$H_B = -4 \times 10^{-5} \times Q^2 + 0,0151 \times Q + 39$$

$$H_S = 2 \times 10^{-5} \times Q^2 + 0,0012 \times Q + 30$$

Ponto de trabalho $\Rightarrow H_B = H_S$

$$-4 \times 10^{-5} \times Q^2 + 0,0151 \times Q + 39 = 2 \times 10^{-5} \times Q^2 + 0,0012 \times Q + 30$$

$$6 \times 10^{-5} \times Q^2 - 0,0139 \times Q - 9 = 0$$

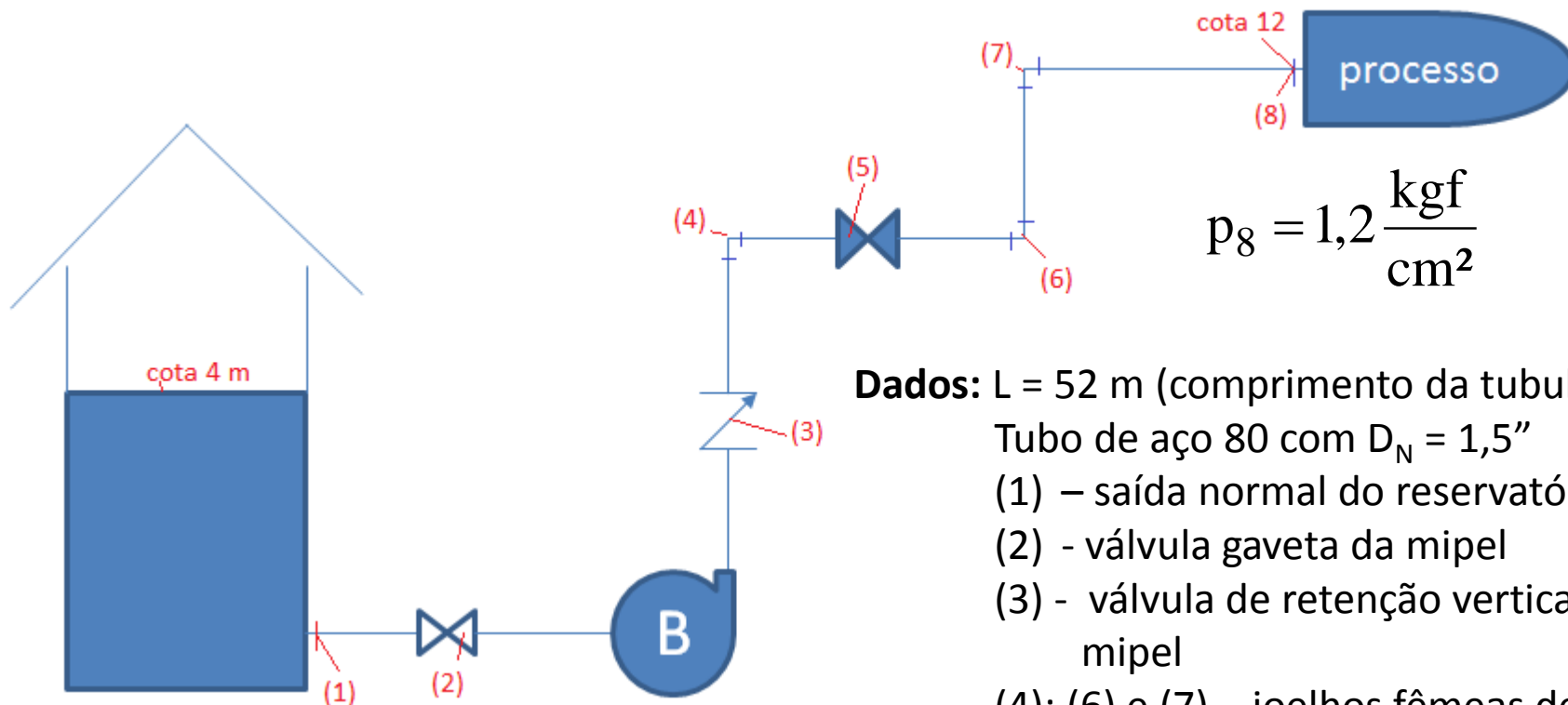
$$Q_\tau = \frac{0,0139 + \sqrt{0,0139^2 + 4 \times 6 \times 10^{-5} \times 9}}{2 \times 6 \times 10^{-5}} \cong 520 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

Uma bomba centrífuga com 1750 rpm apresenta as seguintes equações características de carga manométrica e rendimento:

$$H_B = -0,0141 \times Q^2 + 0,0664 \times Q + 22,6 \rightarrow R^2 = 0,9995 \rightarrow [H_B] = \text{m} \rightarrow [Q] = \text{L/s}$$

$$\eta_B = -0,1696 \times Q^2 + 6,9464 \times Q + 15,429 \rightarrow R^2 = 0,9995 \rightarrow [\eta_B] = \% \rightarrow [Q] = \text{L/s}$$

Pede-se determinar não graficamente a equação de $H_{Bas} = f(Q_{as})$ considerando a associação série de duas bombas idênticas à descrita no enunciado e o seu ponto de trabalho quando em operação na instalação representada no próximo slide.



$$p_8 = 1,2 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Dados: $L = 52 \text{ m}$ (comprimento da tubulação)

Tubo de aço 80 com $D_N = 1,5''$

(1) – saída normal do reservatório

(2) - válvula gaveta da mipel

(3) - válvula de retenção vertical da mipel

(4); (6) e (7) – joelhos fêmeas de 90°

(5) – válvula globo reta sem guia da mipel

(8) – seção final da instalação

Dados (cont.): água a 50°C , portanto: $\rho = 988 \text{ kg/m}^3$; $\mu = 5,462 \times 10^{-4} \text{ Pa} \times \text{s}$

Importante: após a determinação do ponto de trabalho verificar se as bombas estão operando de forma adequada, ou não, justificando.

Pela norma ANSI B3610, temos para aço 80 com $D_N = 1,5''$: $D_{int} = 38,1$ mm e $A = 11,4$ cm².

Pelo manual da Tupy, temos: $L_{eq1} = 0,5$ m e $L_{eq4} = L_{eq6} = L_{eq7} = 1,41$ m.

Pelo manual da Mipel, obtemos: $L_{eq2} = 0,55$ m; $L_{eq3} = 17,07$ m e $L_{eq5} = 13,72$ m.

Portanto a somatória dos comprimentos equivalentes é igual a 36,07 m.

Aplicando a equação da energia da seção inicial a seção final, resulta:

$$CCI \Rightarrow H_{inicial} + H_S = H_{final} + H_{p_{totais}}$$

$$4 + H_S = 12 + \frac{1,2 \times 9,8 \times 10^4}{988 \times 9,8} + \frac{\alpha_1 \times Q^2}{2 \times 9,8 \times (11,4 \times 10^{-4})^2} + H_{p_{totais}}$$

$$H_{p_{totais}} = f_{1,5''} \times \frac{(52 + 36,07)}{0,0381} \times \frac{Q^2}{2 \times 9,8 \times (11,4 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_S = 20,2 + 39258,6 \times \alpha_1 \times Q^2 + f_{1,5''} \times 90748038,5 \times Q^2$$

Transformação de L/s para m³/s

Primeira possibilidade de solução é considerando o f constante e obtido por Rouse

$$0,1328 \times Q = \frac{0,1328}{10^{-3}} \times Q = 132,8 \times Q$$

$$0,0282 \times Q^2 = \frac{0,0282}{(10^{-3})^2} \times Q^2 = 28200 \times Q^2$$

$$\frac{D_H}{K} = \frac{0,0381}{4,6 \times 10^{-5}} \cong 828,3 \therefore f \approx 0,022 \Rightarrow \alpha_f \cong 1$$

$$\therefore H_S = 20,2 + 2035715,5 \times Q^2 \Rightarrow [H_S] = m; [Q] = \frac{m^3}{s}$$

$$H_{B_{as}} = -28200 \times Q^2 + 132,8 \times Q + 45,2 \Rightarrow [H_{B_{as}}] = m; [Q] = \frac{m^3}{s}$$

$$20,2 + 2035715,5 \times Q^2 = -28200 \times Q^2 + 132,8 \times Q + 45,2$$

$$2063915,5 \times Q^2 - 132,8 \times Q - 25 = 0$$



$$Q_{\tau} = \frac{132,8 + \sqrt{132,8^2 + 4 \times 2063915,5 \times 25}}{2 \times 2063915,5} \cong 3,51 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$Q_{\tau} = 3,51 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

$$H_{B_{\tau}} = -28200 \times (3,51 \times 10^{-3})^2 + 132,8 \times 3,51 \times 10^{-3} + 45,2 \cong 45,3 \text{m}$$

$$\eta_{B_{\tau}} = -0,1696 \times (3,51)^2 + 6,9464 \times 3,51 + 15,429 \cong 37,7\%$$

$$N_{B_{\tau}} = \frac{988 \times 9,8 \times 3,51 \times 10^{-3} \times 45,3}{0,377} \cong 4083,6 \text{W}$$

Será que as bombas estão funcionando adequadamente?



Segunda possibilidade
de solução é
considerando o f variável
com a vazão e
resolvendo com auxílio
do Excel



Equação da CCI

$$H_S = 20,2 + 39258,6 \times \alpha_1 \times Q^2 + f_{1,5''} \times 90748038,5 \times Q^2$$

Dados da bomba

$$H_B = -0,0141 \times Q^2 + 0,0664 \times Q + 22,6 \rightarrow R^2 = 0,9995 \rightarrow [H_B] = \text{m} \rightarrow [Q] = \text{L/s}$$

$$\eta_B = -0,1696 \times Q^2 + 6,9464 \times Q + 15,429 \rightarrow R^2 = 0,9995 \rightarrow [\eta_B] = \% \rightarrow [Q] = \text{L/s}$$

propriedades do fluido transportado

| | | | | | |
|-----------|--|---------------|-----------------------------|------------|-------------------------|
| temp (°C) | | μ (kg/ms) | ρ (kg/m ³) | p_v (Pa) | v (m ² /s) |
| 50 | | 5,46E-04 | 988 | | 5,528E-07 |

propriedades do local

$g =$ m/s²
 $p_{atm} =$ Pa

mat. tubo aço

| | | |
|----------------------|-----------------------|----------------------|
| espessura | D _{int} (mm) | A (cm ²) |
| <input type="text"/> | 38,1 | 11,4 |

| | |
|----------|------|
| K(m) | DH/k |
| 4,60E-05 | 828 |

Dados de entrada com exceção das vazões.



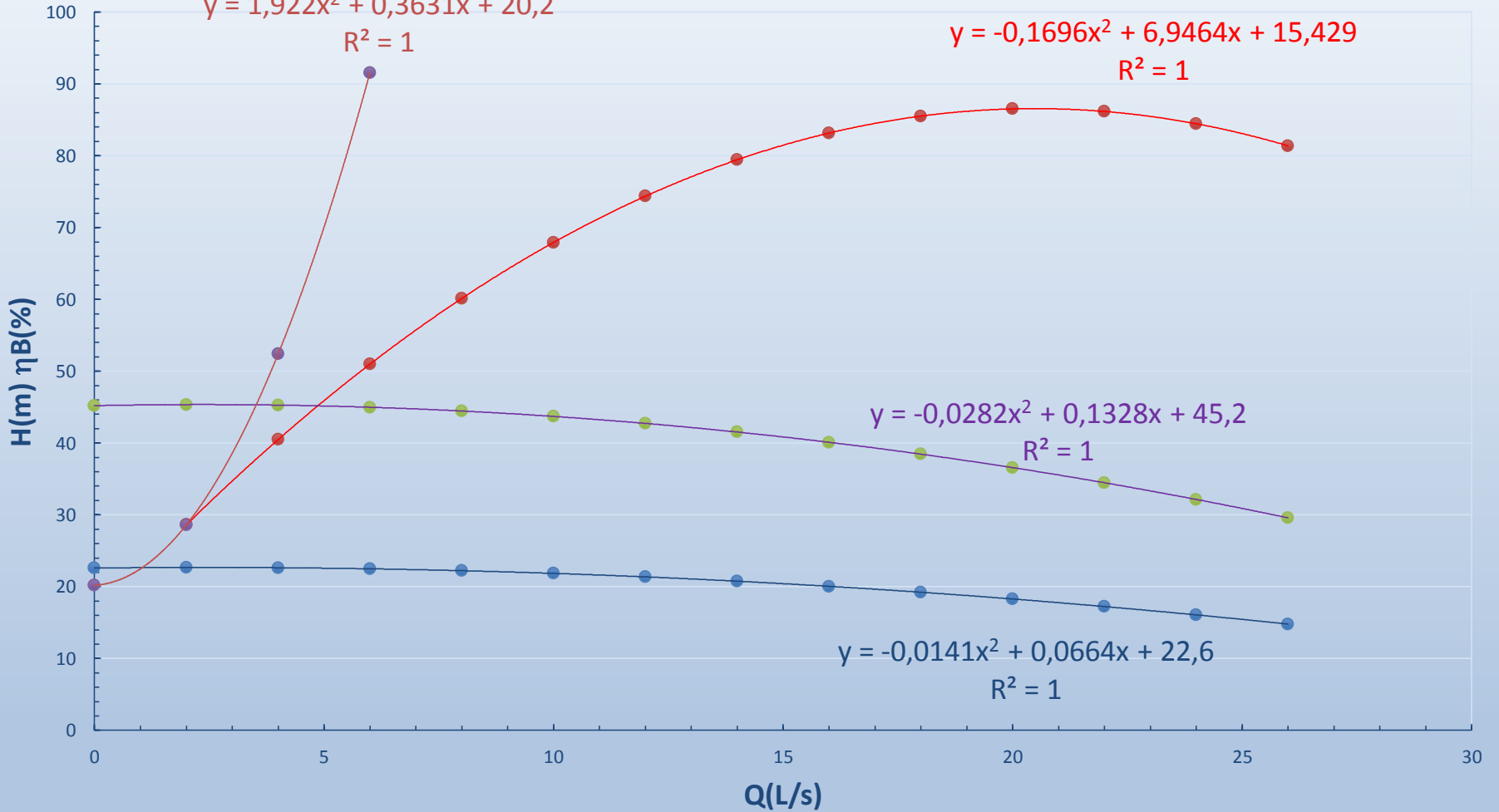
| Q(m ³ /h) | v(m/s) | Re | f _{Haaland} | f _{Swamee e Jain} | f _{Churchill} | f _{planilha} |
|----------------------|--------|---------|----------------------|----------------------------|------------------------|-----------------------|
| 7,2 | 1,75 | 120908 | 0,0223 | 0,0227 | 0,0227 | 0,0225 |
| 14,4 | 3,51 | 241816 | 0,0215 | 0,0218 | 0,0218 | 0,0216 |
| 21,6 | 5,26 | 362724 | 0,0212 | 0,0214 | 0,0214 | 0,0213 |
| 28,8 | 7,02 | 483632 | 0,0210 | 0,0212 | 0,0212 | 0,0211 |
| 36,0 | 8,77 | 604540 | 0,0210 | 0,0211 | 0,0211 | 0,0210 |
| 43,2 | 10,53 | 725449 | 0,0209 | 0,0210 | 0,0210 | 0,0209 |
| 50,4 | 12,28 | 846357 | 0,0208 | 0,0210 | 0,0210 | 0,0209 |
| 57,6 | 14,04 | 967265 | 0,0208 | 0,0209 | 0,0209 | 0,0208 |
| 64,8 | 15,79 | 1088173 | 0,0208 | 0,0209 | 0,0209 | 0,0208 |
| 72,0 | 17,54 | 1209081 | 0,0208 | 0,0209 | 0,0209 | 0,0208 |
| 79,2 | 19,30 | 1329989 | 0,0207 | 0,0208 | 0,0208 | 0,0208 |
| 86,4 | 21,05 | 1450897 | 0,0207 | 0,0208 | 0,0208 | 0,0207 |
| 93,6 | 22,81 | 1571805 | 0,0207 | 0,0208 | 0,0208 | 0,0207 |

Vamos considerar Churchill!



| Q (L/s) | H _B (m) | h _B (%) | H _{Bas} (m) | f | Re | a | H _s (m) |
|---------|--------------------|--------------------|----------------------|--------|---------|-----|--------------------|
| 0 | 22,6 | | 45,2 | 0 | | | 20,2 |
| 2 | 22,7 | 28,6 | 45,4 | 0,0227 | 120908 | 1,0 | 28,6 |
| 4 | 22,6 | 40,5 | 45,3 | 0,0218 | 241816 | 1,0 | 52,4 |
| 6 | 22,5 | 51,0 | 45,0 | 0,0214 | 362724 | 1,0 | 91,6 |
| 8 | 22,2 | 60,1 | 44,5 | 0,0212 | 483632 | 1,0 | 146,0 |
| 10 | 21,9 | 67,9 | 43,7 | 0,0211 | 604540 | 1,0 | 215,7 |
| 12 | 21,4 | 74,4 | 42,7 | 0,0210 | 725449 | 1,0 | 300,6 |
| 14 | 20,8 | 79,4 | 41,5 | 0,0210 | 846357 | 1,0 | 400,8 |
| 16 | 20,1 | 83,2 | 40,1 | 0,0209 | 967265 | 1,0 | 516,3 |
| 18 | 19,2 | 85,5 | 38,5 | 0,0209 | 1088173 | 1,0 | 647,0 |
| 20 | 18,3 | 86,5 | 36,6 | 0,0209 | 1209081 | 1,0 | 793,0 |
| 22 | 17,2 | 86,2 | 34,5 | 0,0208 | 1329989 | 1,0 | 954,2 |
| 24 | 16,1 | 84,5 | 32,1 | 0,0208 | 1450897 | 1,0 | 1130,7 |
| 26 | 14,8 | 81,4 | 29,6 | 0,0208 | 1571805 | 1,0 | 1322,4 |

Ponto de trabalho



- HB (m)
- rendimento
- série
- CCI
- Polinômio (HB (m))
- Polinômio (rendimento)
- Polinômio (série)
- Polinômio (CCI)

$$1,922 \times Q^2 + 0,3631 \times Q + 20,2 = -0,0282 \times Q^2 + 0,1328 \times Q + 45,2$$

$$1,9502 \times Q^2 + 0,2303 \times Q - 25 = 0$$

$$Q_{B_{\tau}} = \frac{-0,2303 + \sqrt{0,2303^2 + 4 \times 1,9502 \times 25}}{2 \times 1,9502} \cong 3,52 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

$$H_{B_{\tau}} = 1,922 \times 3,52^2 + 0,3631 \times 3,52 + 20,2 \cong 45,3 \text{m}$$

$$\eta_{B_{\tau}} = -0,1696 \times 3,52^2 + 6,9464 \times 3,52 + 15,429 \cong 37,8\%$$

$$N_{B_{\tau}} = \frac{988 \times 9,8 \times 3,52 \times 10^{-3} \times 45,3}{0,378} \cong 4084,4 \text{W}$$

Falta analisar o funcionamento adequado da bomba!



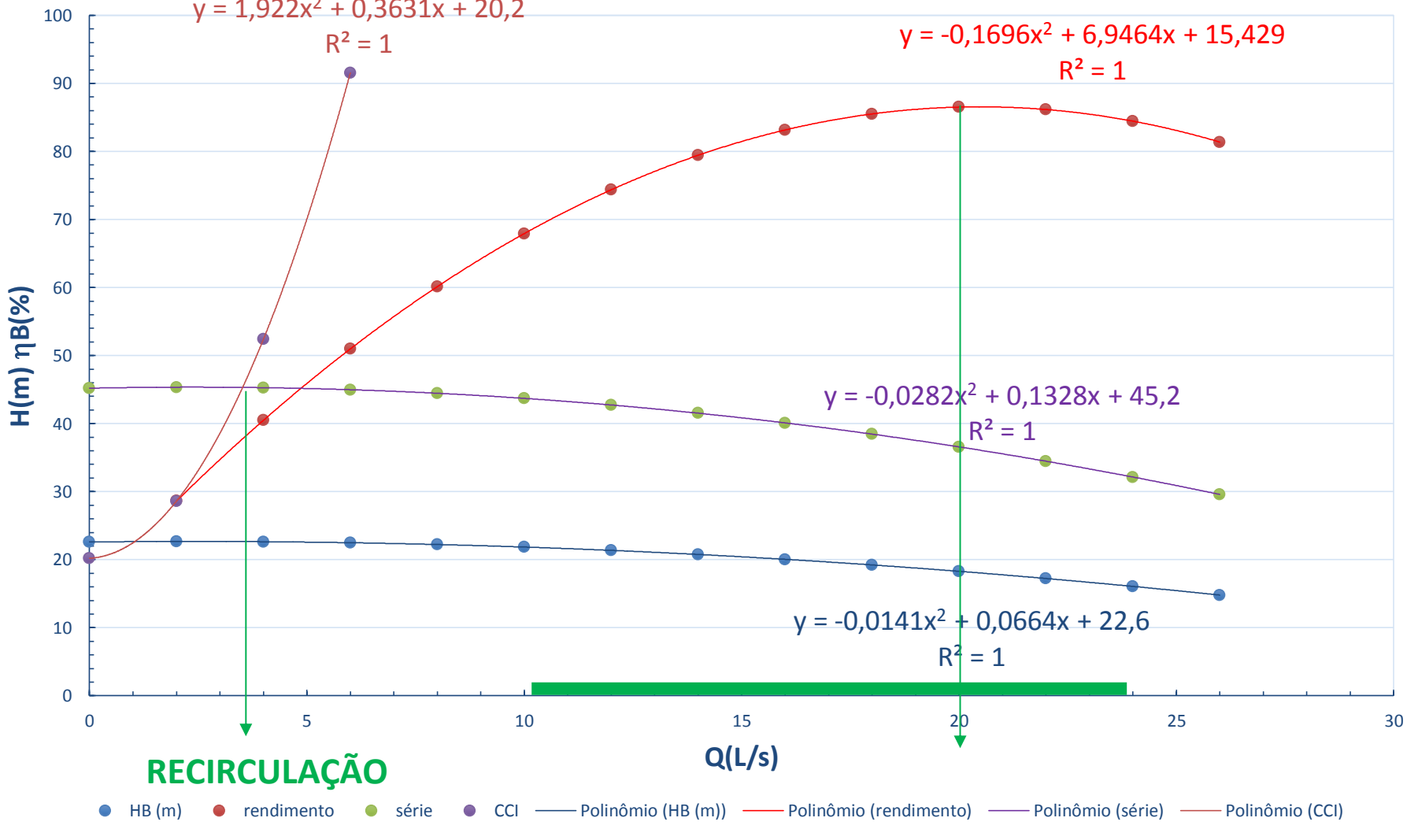
Farei esta análise pelas curvas da bomba, aonde
lerei a vazão para o rendimento máximo e aí
estabelecerei a faixa ideal de funcionamento, ou
seja, $0,5 \times Q_{\eta B \max} \leq Q_{\tau} \leq 1,2 \times Q_{\eta B \max}$



A vazão de
trabalho é 3,52
L/s.



Ponto de trabalho



Mais um!

Dadas as características de duas bombas:

| Bomba | Q(m ³ /h) | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 |
|-------|----------------------|------|------|------|------|------|
| A | H _B (m) | 16,3 | 15,4 | 14,2 | 12,9 | 11,1 |
| | η _B (%) | 73 | 78 | 80 | 79 | 75 |

| Bomba | Q(m ³ /h) | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 |
|-------|----------------------|------|------|------|------|------|
| B | H _B (m) | 14,8 | 14,5 | 14,1 | 13,4 | 12,3 |
| | η _B (%) | 73,2 | 77,4 | 79,6 | 80 | 77,6 |

e sabendo-se que a instalação de bombeamento em questão tem uma carga estática igual a 18,2 m; $L_{\text{total}} = L + \Sigma L_{\text{eq}} = 850$ m e uma tubulação com um único diâmetro de aço 40 com DN = 18", pede-se determinar o ponto de trabalho da associação em série das bombas para a instalação dada considerando que o fluido a ser transportado é a água a 30°C e que a carga cinética na instalação é desprezível em relação as demais cargas.

Iniciamos determinando o diâmetro interno e a área da seção livre do tubo de aço 40 com diâmetro nominal igual a 18" e em seguida escrevemos a equação da CCI

$$D_N = 18" \Rightarrow \text{aço 40}$$

$$D_{\text{int}} = 428,6\text{mm}; A = 1443,3\text{cm}^2$$

$$H_S = H_{\text{estática}} + H_{p_{\text{total}}} \Rightarrow \frac{v^2}{2g} \cong 0$$

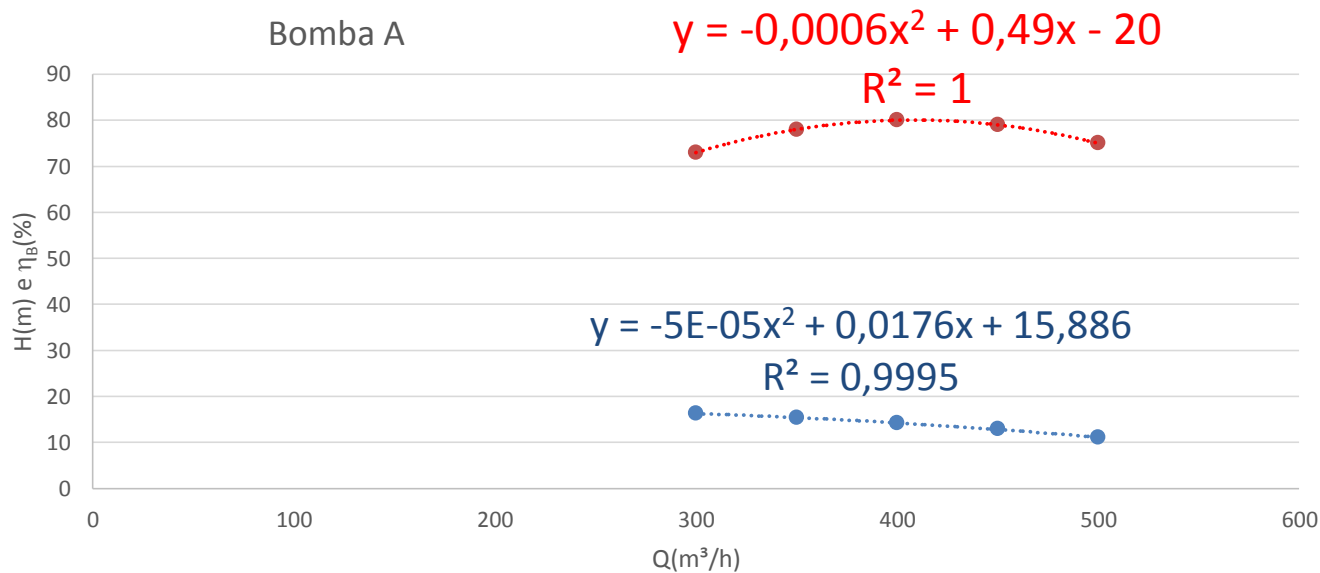
$$H_S = 18,2 + f_{18"} \times \frac{850}{0,4286} \times \frac{Q^2}{19,6 \times (1443,3 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_S = 18,2 + f_{18"} \times 4857,4 \times Q^2$$



Devemos traçar as curvas das bombas, pois caso não haja o cruzamento com a CCI, devemos ampliar os pontos dados.

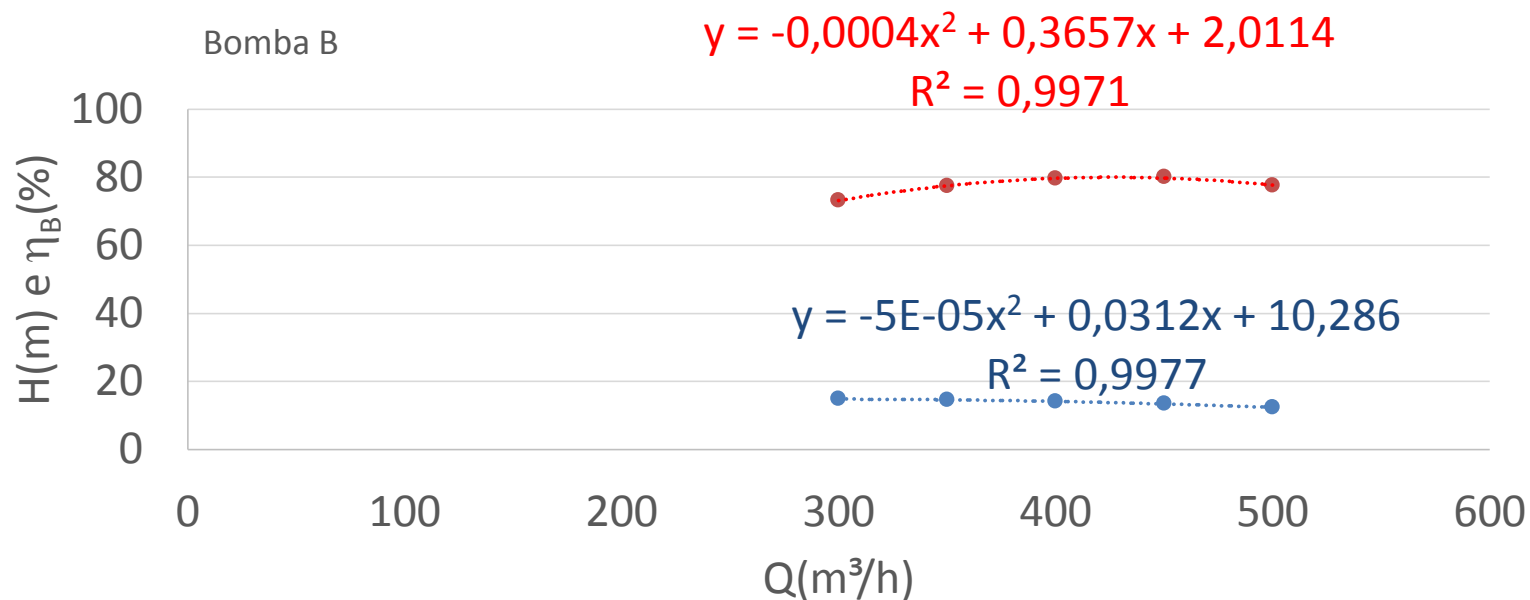
| BOMBA A | | |
|----------------------|--------------------|--------------------|
| Q(m ³ /h) | H _B (m) | η _B (%) |
| 300 | 16,3 | 73 |
| 350 | 15,4 | 78 |
| 400 | 14,2 | 80 |
| 450 | 12,9 | 79 |
| 500 | 11,1 | 75 |



● HB(m) ● rendimento da bomba A Polinômio (HB(m)) Polinômio (rendimento da bomba A)

BOMBA B

| Q(m ³ /h) | H _B (m) | η _B (%) |
|----------------------|--------------------|--------------------|
| 300 | 14,8 | 73,2 |
| 350 | 14,5 | 77,4 |
| 400 | 14,1 | 79,6 |
| 450 | 13,4 | 80 |
| 500 | 12,3 | 77,6 |



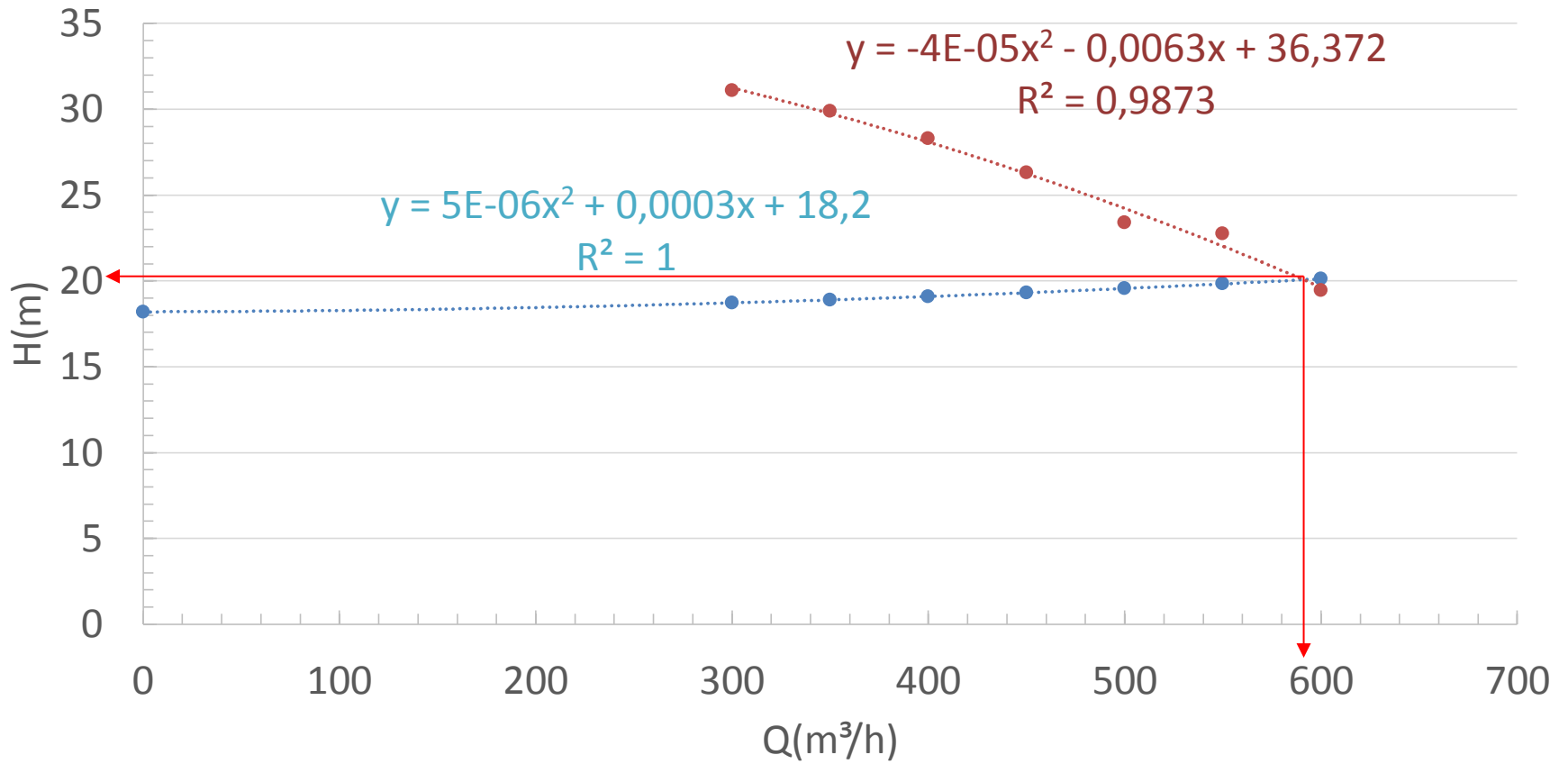
- HB(m)
- rendimento da B
- Polinômio (HB(m))
- Polinômio (rendimento da B)

| BOMBA A | | | BOMBA B | | A Série | CCI | | |
|----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|----------------------|--------------------|----------|
| Q(m ³ /h) | H _B (m) | η _B (%) | H _B (m) | η _B (%) | H _{Bas} (m) | Q(m ³ /h) | H _S (m) | f |
| 300 | 16,3 | 73 | 14,8 | 73,2 | 31,1 | 0 | 18,2 | |
| 350 | 15,4 | 78 | 14,5 | 77,4 | 29,9 | 300 | 18,7 | 0,015447 |
| 400 | 14,2 | 80 | 14,1 | 79,6 | 28,3 | 350 | 18,9 | 0,015137 |
| 450 | 12,9 | 79 | 13,4 | 80 | 26,3 | 400 | 19,1 | 0,014887 |
| 500 | 11,1 | 75 | 12,3 | 77,6 | 23,4 | 450 | 19,3 | 0,01468 |
| 550 | 10,4 | 68 | 12,3 | 82,1 | 22,8 | 500 | 19,6 | 0,014505 |
| 600 | 8,4 | 58 | 11,0 | 77,4 | 19,5 | 550 | 19,8 | 0,014356 |
| | | | | | | 600 | 20,1 | 0,014226 |

Esta tabela já foi ampliada e através dela nós podemos visualizar o ponto de trabalho.



Ponto de trabalho



● HS(m) ● As. Série Polinômio (HS(m)) Polinômio (As. Série)

$$H_B = H_S \Rightarrow 5 \times 10^{-6} \times Q^2 + 0,0003 \times Q + 18,2 = -4 \times 10^{-5} \times Q^2 - 0,0063 \times Q + 36,372$$

$$4,5 \times 10^{-5} \times Q^2 + 6,6 \times 10^{-3} \times Q - 18,172 = 0$$

$$Q_\tau = \frac{-6,6 \times 10^{-3} + \sqrt{(6,6 \times 10^{-3})^2 + 4 \times 4,5 \times 10^{-5} \times 18,172}}{2 \times 4,5 \times 10^{-5}} \cong 566,4 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Como esta vazão não está coerente com o que está representado no cruzamento da CCI com a CCB, vou procurar calcular o ponto de trabalho sem ampliar os dados!

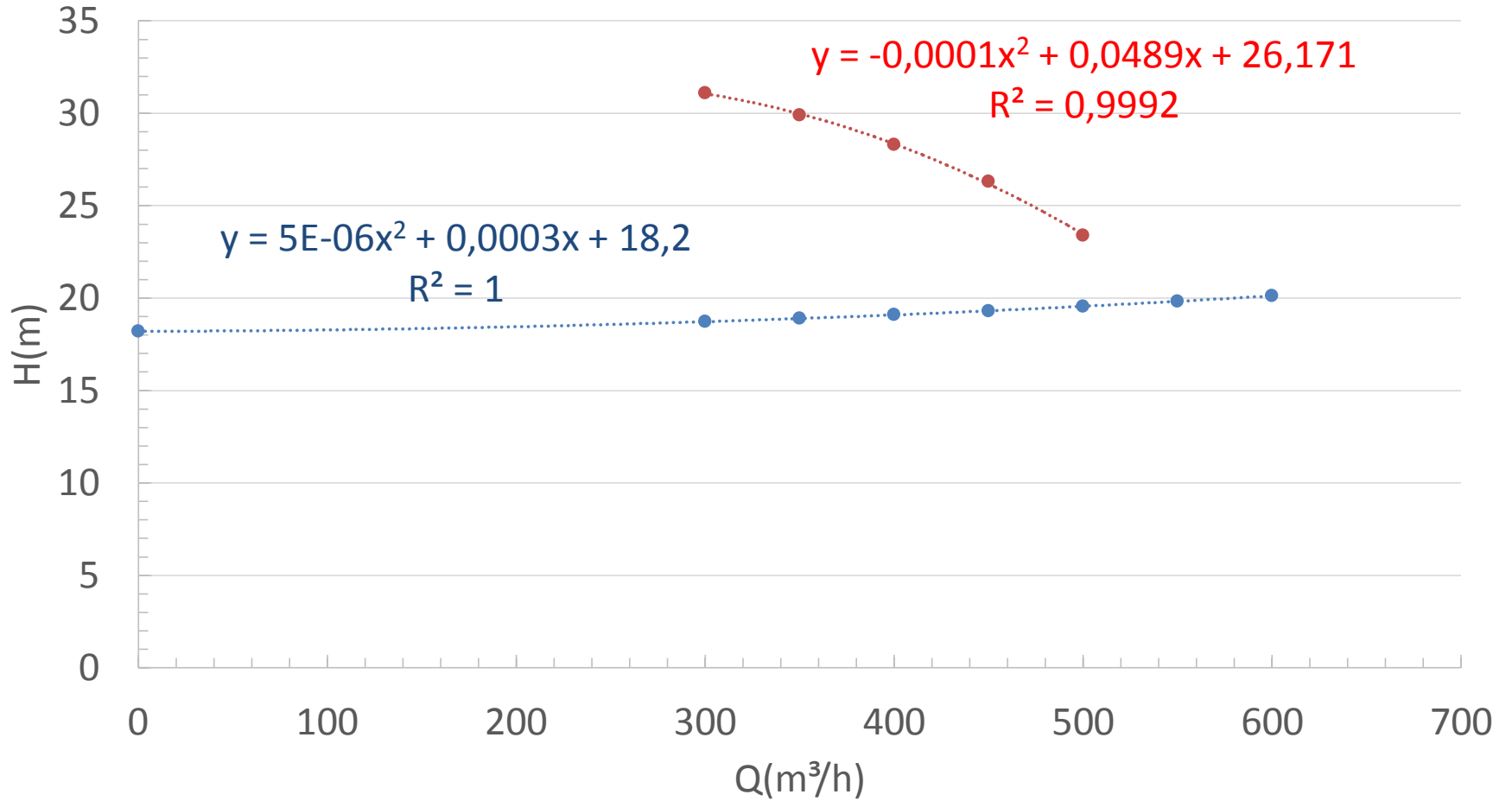
$$H_{B_\tau} = -4 \times 10^{-5} \times 566,4^2 - 0,0063 \times 566,4 + 36,372 \cong 20\text{m}$$



| BOMBA A | | | BOMBA B | | A Série | CCI | | |
|----------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|----------------------|--------------------|----------|
| Q(m ³ /h) | H _B (m) | h _B (%) | H _B (m) | h _B (%) | H _{Bas} (m) | Q(m ³ /h) | H _S (m) | f |
| 300 | 16,3 | 73 | 14,8 | 73,2 | 31,1 | 0 | 18,2 | |
| 350 | 15,4 | 78 | 14,5 | 77,4 | 29,9 | 300 | 18,7 | 0,015447 |
| 400 | 14,2 | 80 | 14,1 | 79,6 | 28,3 | 350 | 18,9 | 0,015137 |
| 450 | 12,9 | 79 | 13,4 | 80 | 26,3 | 400 | 19,1 | 0,014887 |
| 500 | 11,1 | 75 | 12,3 | 77,6 | 23,4 | 450 | 19,3 | 0,01468 |
| | | | | | | 500 | 19,6 | 0,014505 |
| | | | | | | 550 | 19,8 | 0,014356 |
| | | | | | | 600 | 20,1 | 0,014226 |



Através desta planilha, obtemos as representação e as equações das linhas de tendências da CCI e da curva da associação em série das bombas



● HS(m) ● série Polinômio (HS(m)) Polinômio (série)

$$H_B = H_S \Rightarrow -0,0001 \times Q^2 + 0,0489 \times Q + 26,171 = 5 \times 10^{-6} \times Q^2 + 0,0003 \times Q + 18,2$$

$$1,05 \times 10^{-4} \times Q^2 - 0,0486 \times Q - 7,971 = 0$$

$$Q_\tau = \frac{0,0486 + \sqrt{(0,0486)^2 + 4 \times 1,05 \times 10^{-4} \times 7,971}}{2 \times 1,05 \times 10^{-4}} \cong 591,3 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

Como esta vazão está coerente com o que está representado no cruzamento da CCI com a CCB, vou considerá-la como correta!

$$H_{B_{\tau_{as}}} = 5 \times 10^{-6} \times 591,3^2 + 0,0003 \times 591,3 + 18,2 \cong 20,1\text{m}$$

$$N_{B_{\tau_{as}}} = N_{B_{\text{bombaA}}} + N_{B_{\text{bombaB}}} = \frac{\gamma \times Q_\tau \times H_{B_A}}{\eta_{B_{\text{bombaA}}}} + \frac{\gamma \times Q_\tau \times H_{B_B}}{\eta_{B_{\text{bombaB}}}}$$



Portanto para a vazão de 591,3L/s devemos calcular a carga manométrica e rendimento, tanto para a bomba A como para a bomba B.

BOMBA → A

$$H_{BA} = -5 \times 10^{-5} \times 591,3^2 + 0,0176 \times 591,3 + 15,886 \cong 8,8\text{m}$$

$$\eta_{BA} = -0,0006 \times 591,3^2 + 0,49 \times 591,3 - 20 \cong 60\%$$

$$N_{BA} = \frac{995,7 \times 9,8 \times (591,3 / 3600) \times 8,8}{0,60} \cong 23506,7\text{W}$$

$$H_{BB} = -5 \times 10^{-5} \times 591,3^2 + 0,0312 \times 591,3 + 10,286 \cong 11,3\text{m}$$

$$\eta_{BB} = -0,0004 \times 591,3^2 + 0,3657 \times 591,3 + 2,0114 \cong 78,4\%$$

$$N_{BB} = \frac{995,7 \times 9,8 \times (591,3 / 3600) \times 11,3}{0,784} \cong 23100,6\text{W}$$

$$N_{Bas} = 23506,7 + 23100,6 = 46607,3\text{W}$$

