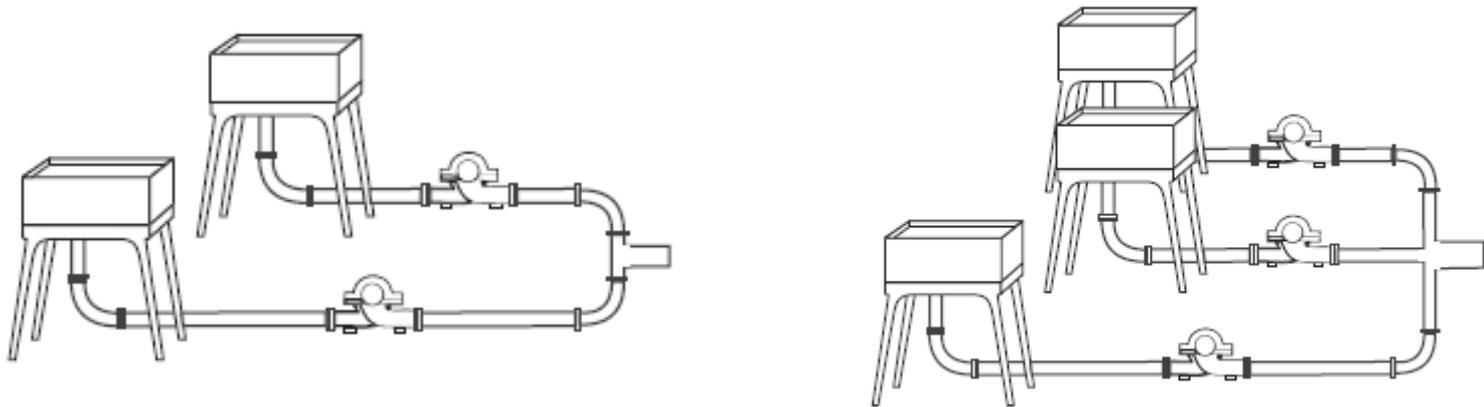


# Décima aula de ME5330 – associação em paralelo de bombas



08 de maio de 2012



Quando pensar em uma associação em paralelo?



Quando existe a necessidade de aumentar a vazão!

EM SÉRIE VISA ATENDER A DEMANDA DE UMA CARGA MAIOR

**A associação de bombas hidráulicas em série ou paralelo**  
01/05/2011 - v3

recurso adotado pelo projetista visando

- redução de custos do projeto
- aumento de segurança de operação
- flexibilidade do processo de manutenção

associação em série

oleodutos

irrigação e abastecimento

associação em paralelo

EM PARALELO VISA ATENDER UMA VAZÃO MAIOR, QUE PODE NÃO SER CONTINUA

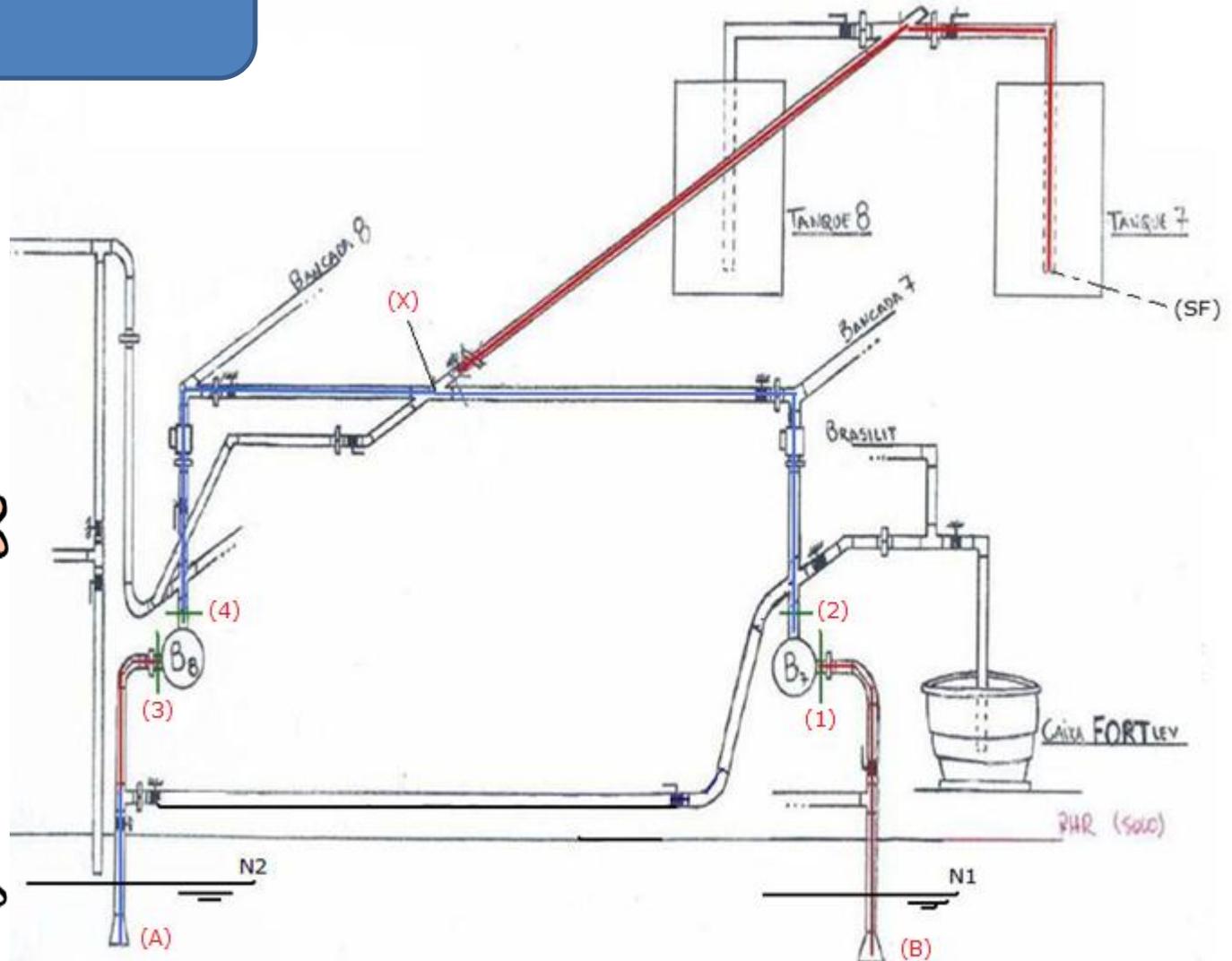
Hoje vamos falar da  
associação em  
paralelo de bombas



Como os transdutores de pressão não estão funcionando, alteramos as bancadas



Esquemáticamente



Aqui é importante se pensar na alimentação pela tubulação do centro, pois se houver acentuadas perdas de carga na linha, o aumento da vazão com duas ou mais bombas em paralelo será pequeno e, portanto, pouco compensador.

A figura abaixo mostra exemplo para velocidades em associação em paralelo

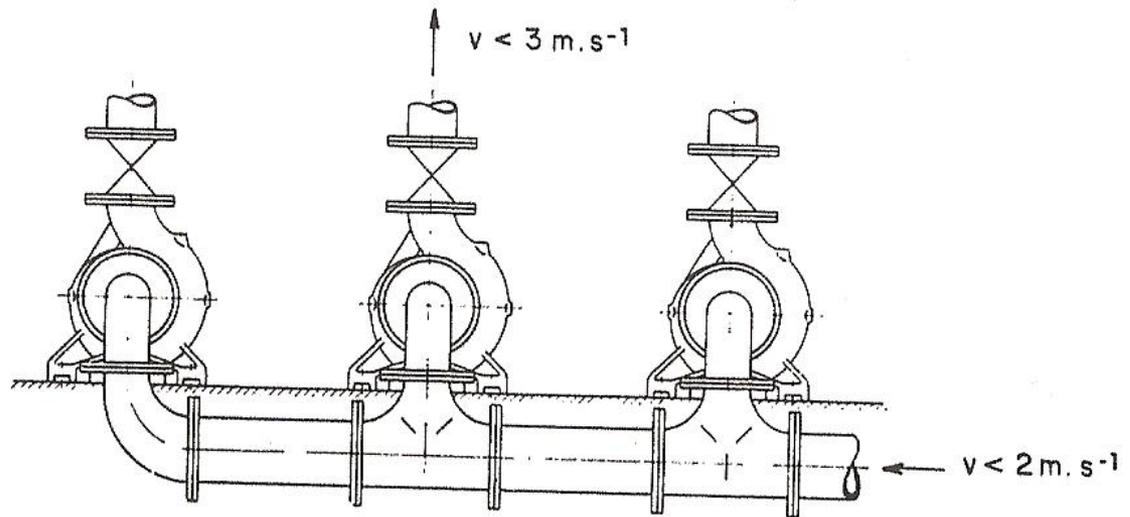
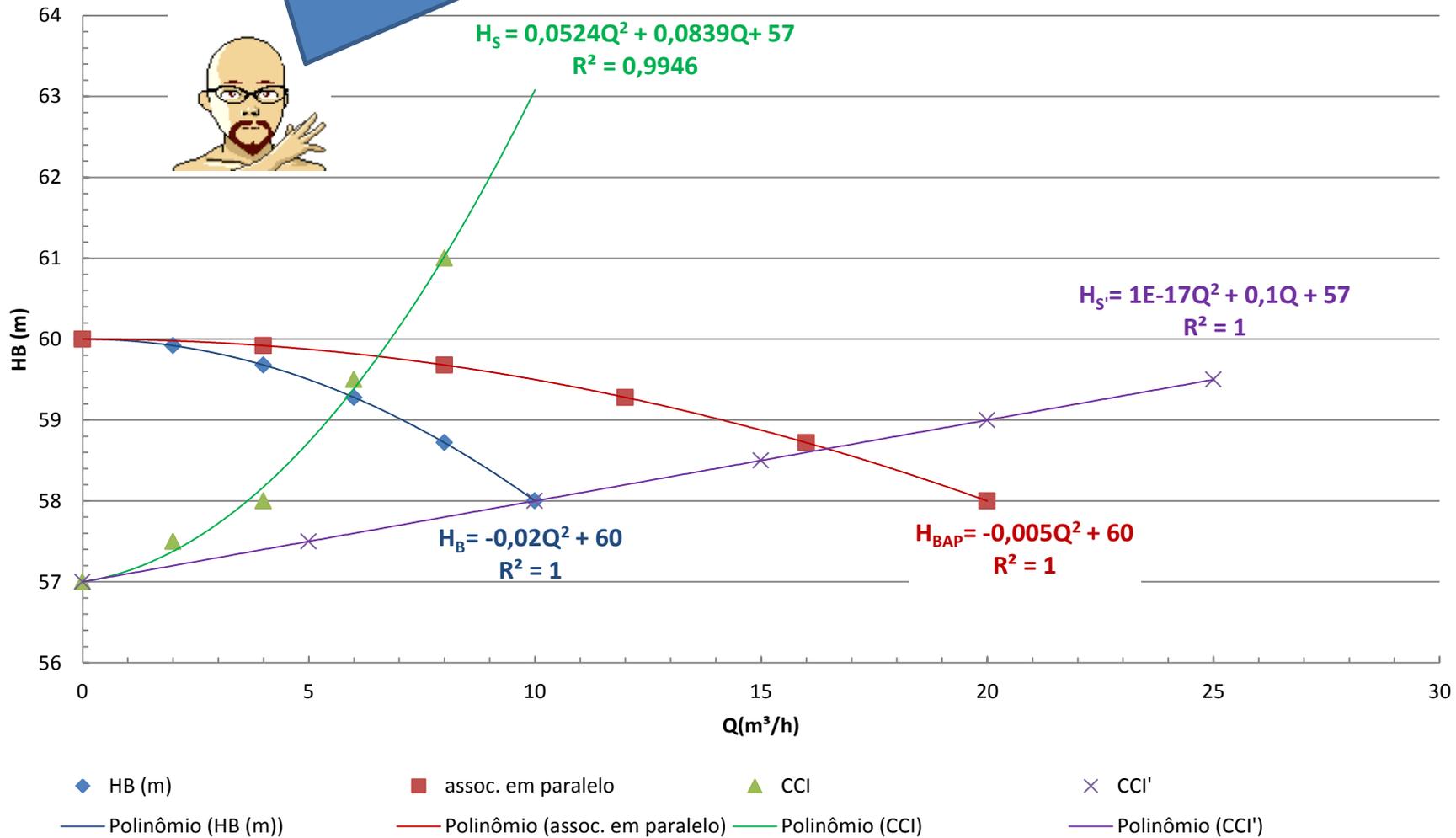


Fig. 7.7 Ligação em paralelo.



Observe que para a perda acentuada (CCI verde) a contribuição para o aumento da vazão na associação em paralelo é muito pequena.

### CCB



Após a obtenção da equação da CCI, para se especificar o ponto de trabalho, é preciso se obter a CCB da associação em paralelo e para tal tem-se que:

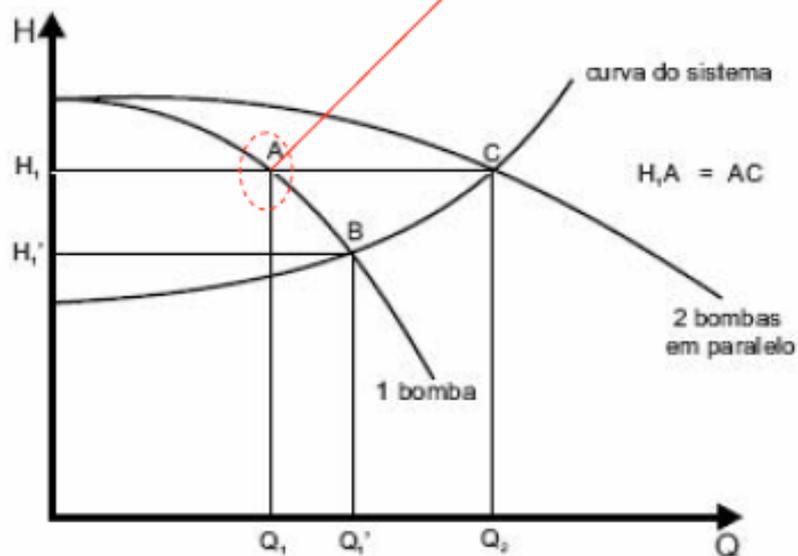
$$H_{B_{ap}} = H_{B_1} = H_{B_2}$$

$$Q_{ap} = Q_1 + Q_2$$



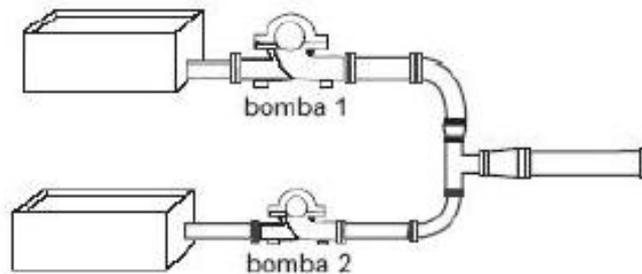
Na associação de bombas hidráulicas iguais, tem-se a curva característica da associação obtida como mencionado no slide anterior e como mostrado a seguir:

$$\eta_{B_{ap}} = \eta_{B_1} = \eta_{B_2}$$



Observe que a vazão  $Q_2$  é menor que  $2 * Q_1'$

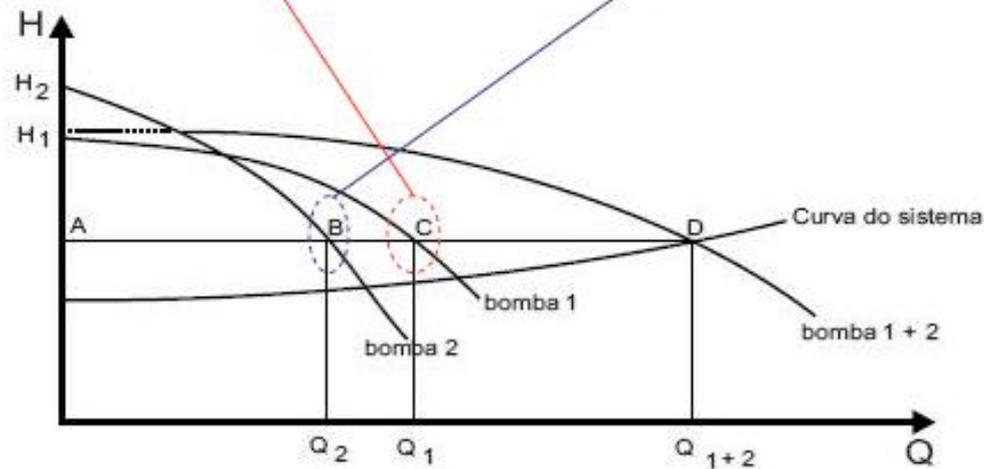




Bombas diferentes  
o procedimento é  
o mesmo, ou seja,  
para o mesmo HB  
se soma as vazões

$$\eta_{B_{ap}} = \frac{Q_{ap}}{\frac{Q_1}{\eta_{B_1}} + \frac{Q_2}{\eta_{B_2}}}$$

onde  $\eta_{B_1}$  se lê no ponto C e  $\eta_{B_2}$  se lê no ponto B





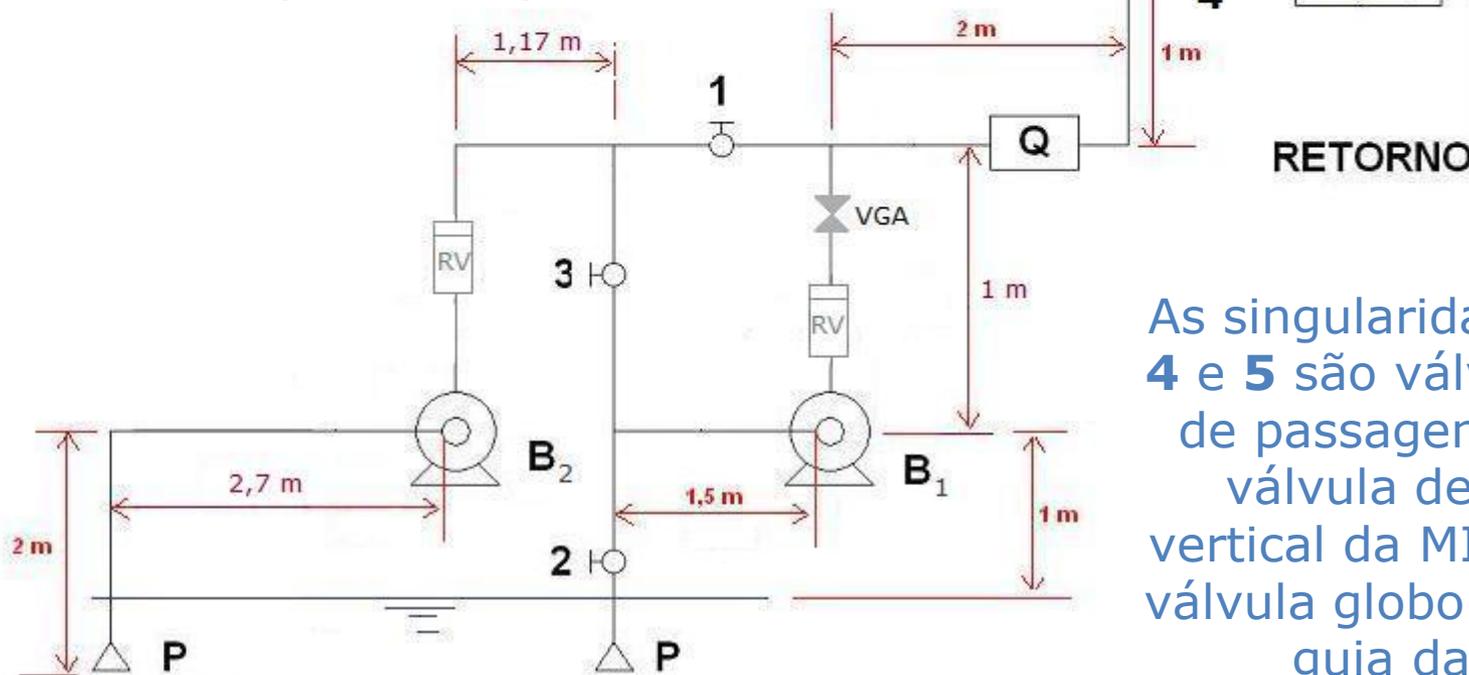
BOMBAS DE DUPLA SUCÇÃO OU  
ADMISSÃO PODEM SUBSTITUIR  
AS ASSOCIAÇÕES EM PARALELO  
DE DUAS BOMBAS.

É MUITO IMPORTANTE SE ANALISAR  
O RENDIMENTO E A RESERVA  
CONTRA A CAVITAÇÃO AO SE  
TRABALHAR COM BOMBAS  
ASSOCIADAS, BOMBAS DE  
MULTIESTÁGIOS E A BOMBA DE  
DUPLA SUCÇÃO OU ADMISSÃO

## Exemplo

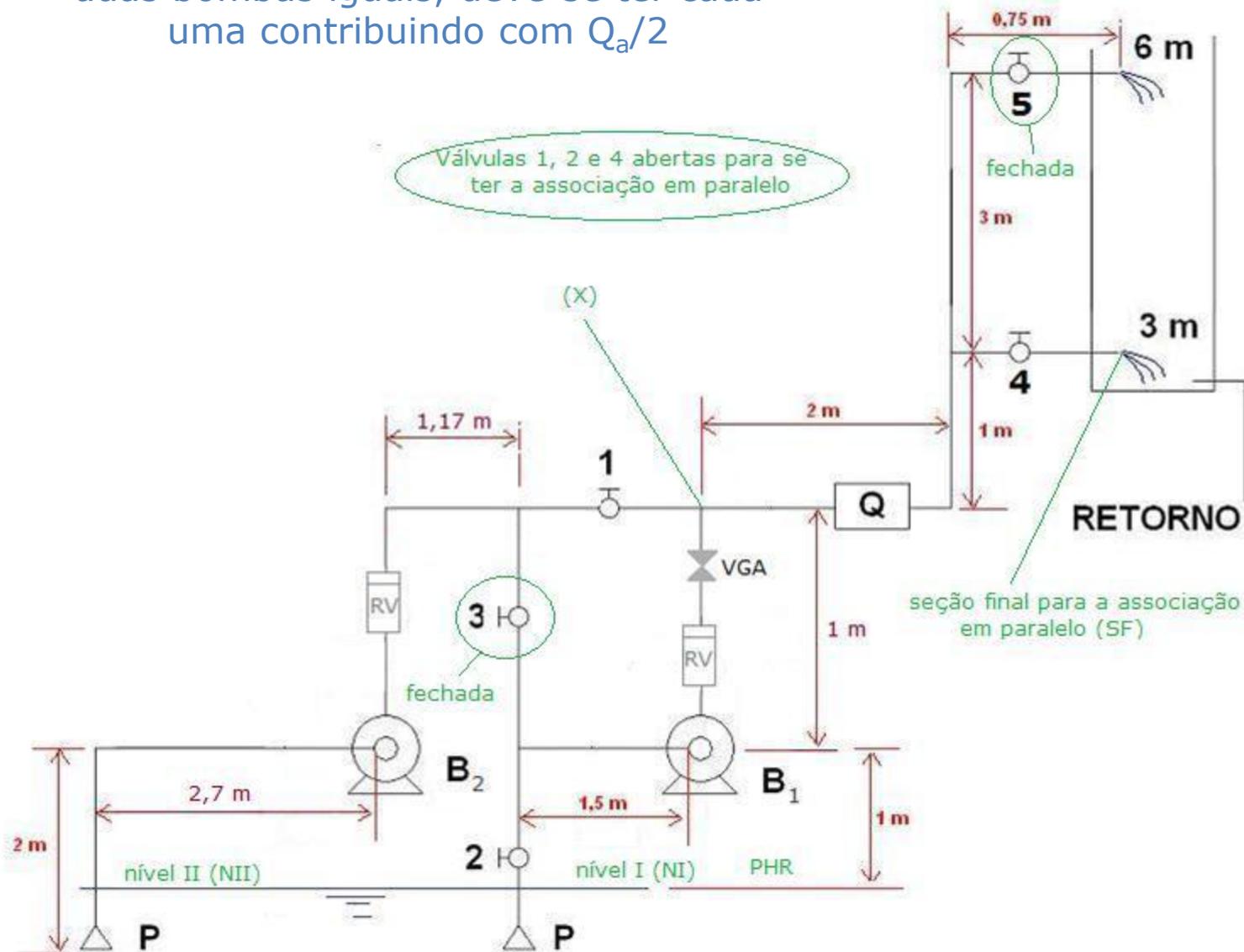
Considere a instalação ao lado, que pode operar só com uma bomba, com bombas associadas em série e paralelo.

Sabe-se que a tubulação é de aço 40 com um único diâmetro nominal de 1,5" ( $K=4,6e-5$  m), que as válvulas são da MIPEL e os demais acessórios são da Tupy e que o medidor de vazão (**Q**) é um Venturi com comprimento equivalente igual a 4,36 m.



As singularidades **1**, **2**, **3**, **4** e **5** são válvulas esferas de passagem plena, RV válvula de retenção vertical da MIPEL e VGA é válvula globo angular sem guia da MIPEL

Para viabilizar o funcionamento adequado da associação em paralelo de duas bombas iguais, deve-se ter cada uma contribuindo com  $Q_a/2$



SÓ EXISTIRÃO VAZÕES  
IGUAIS ATRAVÉS DAS  
BOMBAS ASSOCIADAS SE A  
PERDA DE CARGA ANTES  
DAS MESMAS E DEPOIS  
DELAS ATÉ O PONTO QUE  
AS VAZÕES SE SOMAM  
FOREM IGUAIS!



Para demonstrar as condições anteriores, parte-se dos dados a seguir:

<b>singularidade</b>	<b>Leq (m)</b>
Válvula globo angular sem guia	4,88
válvula de pé com crivo	17,07
cotovelo de 90°	1,41
válvula de retenção	17,07
T de saída lateral	2,06
T de passagem direta	0,25
T de saída bilateral	2,50
válvula esfera	0,55
venturi	4,36
Saída de tub.	1,0



<b>água</b>	<b>T (°C)</b>	<b><math>\rho</math> (kg/m<sup>3</sup>)</b>	998,2
	20	<b><math>\gamma</math> (N/m<sup>3</sup>)</b>	9782,36
		<b><math>\nu</math> (m<sup>2</sup>/s)</b>	1,00E-06

<b>D (mm)</b>	<b>A (cm<sup>2</sup>)</b>
40,8	13,1

<b><math>g</math> (m/s<sup>2</sup>)</b>	9,8
---	-----

Perdas de NI até a entrada da bomba B<sub>1</sub>

$$H_{P_{NI-eB_1}} = f \times \frac{(3,5 + 17,07 + 0,55 + 2,06)}{0,0408} \times \frac{Q_1^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{P_{NI-eB_1}} = f \times 16890970,59 \times Q_1^2$$

Perdas de NII até a entrada da bomba B<sub>2</sub>

$$H_{P_{NII-eB_2}} = f \times \frac{(4,7 + 17,07 + 1,41)}{0,0408} \times \frac{Q_2^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{P_{NII-eB_2}} = f \times 16890970,59 \times Q_2^2$$

Perdas da saída da bomba B<sub>1</sub> até (X)

$$H_{P_{sB_1-X}} = f \times \frac{(1 + 17,07 + 4,88)}{0,0408} \times \frac{Q_1^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{P_{sB_1-X}} = f \times 16723372,53 \times Q_1^2$$

Perdas da saída da bomba B<sub>2</sub> até (X)

$$H_{P_{sB_2-X}} = f \times \frac{(1 + 17,07 + 1,41 + 1,17 + 0,25 + 0,55 + 1,5)}{0,0408} \times \frac{Q_2^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{P_{sB_2-X}} = f \times 16723372,53 \times Q_2^2$$

CQD e onde  
 $Q_1 = Q_2 = Q_{ap}/2$





Obtendo a equação da  
CCI

$$\gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{NI} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{NII} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{B1} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{B1} = \gamma \times Q_{ap} \times H_{SF} + \sum N_{dissipadas}$$

$$\sum N_{dissipadas} = \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{P_{NI-eB1}} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{P_{NII-eB2}} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{P_{sB1-X}} + \gamma \times \frac{Q_{ap}}{2} \times H_{P_{sB2-X}} + \gamma \times Q_{ap} \times H_{P_{X-SF}}$$

Agora é aplicar  
no exercício  
proposto



$$H_S = H_{SF} + \frac{1}{2} \times 16890970,59 \times f_{Q_{ap}/2} \times \left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 16890970,59 \times f_{Q_{ap}/2} \times \left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)^2 +$$

$$\frac{1}{2} \times 16723372,53 \times f_{Q_{ap}/2} \times \left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 16723372,53 \times f_{Q_{ap}/2} \times \left(\frac{Q_{ap}}{2}\right)^2 + H_{P_{X-SF}}$$

$$H_{P_{X-SF}} = f_{Q_{ap}} \times \frac{(2+1+0,75+2,5+4,36+1,41+2,06+0,55+1)}{0,0408} \times \frac{Q_{ap}^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{P_{X-SF}} = f_{Q_{ap}} \times 11389381,81 \times Q_{ap}^2$$

$$H_{SF} = 3 + \frac{Q_{ap}^2}{2 \times 9,8 \times (13,1 \times 10^{-4})^2} = 3 + 29730,5 \times Q_{ap}^2$$

$$H_S = 3 + 29730,5 \times Q_{ap}^2 + 4222742,65 \times f_{Q_{ap}/2} \times Q_{ap}^2 + 4180843,14 \times f_{Q_{ap}/2} \times Q_{ap}^2$$

$$+ 11389381,81 \times f_{Q_{ap}} \times Q_{ap}^2$$

$$H_S = 3 + 29730,5 \times Q_{ap}^2 + 8403585,79 \times f_{Q_{ap}/2} \times Q_{ap}^2 + 11389381,81 \times f_{Q_{ap}} \times Q_{ap}^2$$

Dados do fabricante:



### CCB FABRICANTE

$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	$H_B$ (m)	$\eta$ (%)
0	26	-
2	26,8	52
4	26,3	54
6	24,6	55,5
8	21,5	56
10	17,1	56
12	11,5	55,5
14	4,5	54
14,5	2,6	

Obtendo a CCB



CCB FABRICANTE			
$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	$Q_{ap}$ (m <sup>3</sup> /h)	$H_B$ (m)	$\eta$ (%)
0	0	26	-
2	4	26,8	52
4	8	26,3	54
6	12	24,6	55,5
8	16	21,5	56
10	20	17,1	56
12	24	11,5	55,5
14	28	4,5	54
14,5	29	2,6	



Completando  
esse exercício.

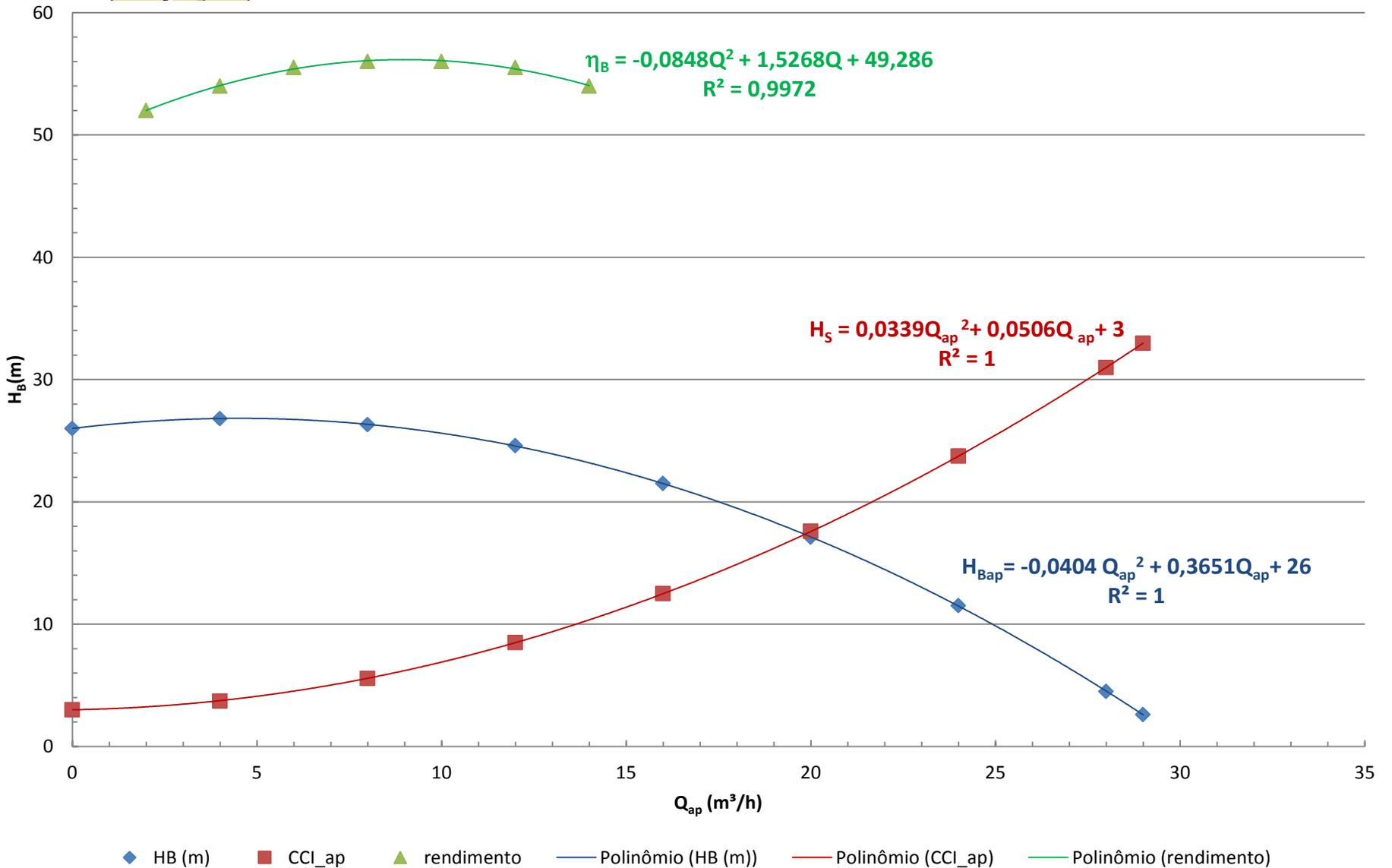
Através da tabela abaixo  
nós podemos obter a  
representação gráfica da  
CCB e CCI



$Q$ (m <sup>3</sup> /h)	$Q_{ap}$ (m <sup>3</sup> /h)	$H_B$ (m)	$\eta$ (%)	$f_{Q/2}$	$f_Q$	HS (m)
0	0	26	-	0	0	3,0
2	4	26,8	52	0,0292	0,0259	3,7
4	8	26,3	54	0,0259	0,0236	5,5
6	12	24,6	55,5	0,0244	0,0227	8,5
8	16	21,5	56	0,0236	0,0222	12,5
10	20	17,1	56	0,0231	0,0219	17,6
12	24	11,5	55,5	0,0227	0,0216	23,8
14	28	4,5	54	0,0224	0,0215	31,0
14,5	29	2,6		0,0224	0,0214	33,0



No cruzamento da CCB com a CCI nós obtemos o ponto de trabalho



$$H_S = H_{B_{ap}}$$

$$0,0339Q_{ap}^2 + 0,0506Q_{ap} + 3 = -0,0404Q_{ap}^2 + 0,3651Q_{ap} + 26$$

$$0,0743Q_{ap}^2 - 0,3145Q_{ap} - 23 = 0$$

$$Q_{ap\tau} = \frac{0,3145 + \sqrt{0,3145^2 + 4 \times 0,0743 \times 23}}{2 \times 0,0743} \cong 19,84 \frac{m^3}{h} \approx 19,9 \frac{m^3}{h}$$

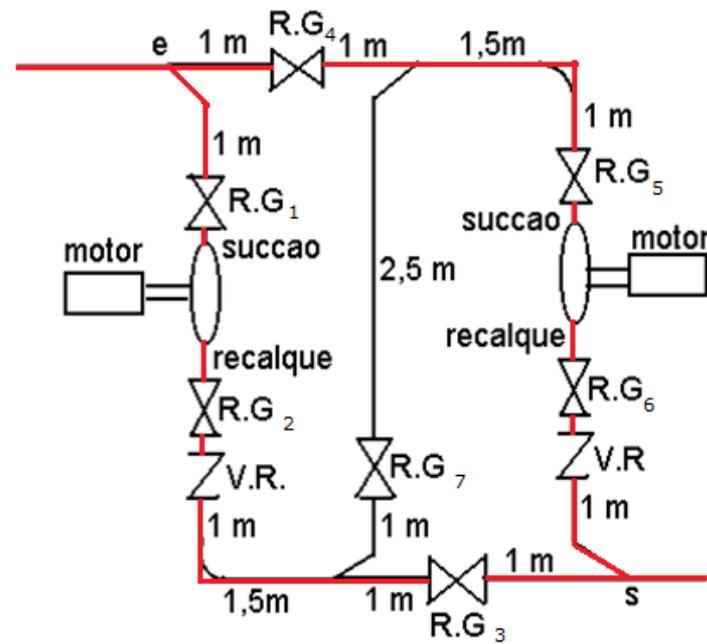
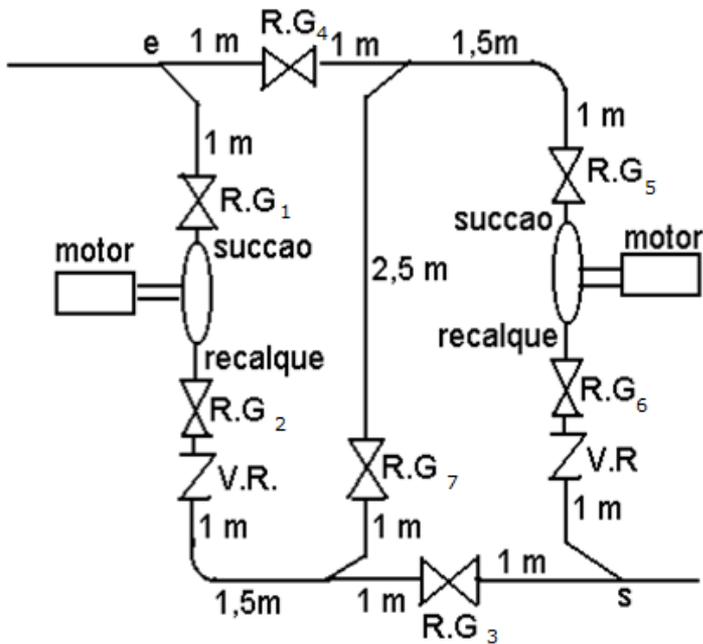
$$H_{B_{ap\tau}} = 0,0339 \times 19,9^2 + 0,0506 \times 19,9 + 3 \cong 17,5m$$

$$\eta_B = -0,0848 \times \left(\frac{19,9}{2}\right)^2 + 1,5268 \times \frac{19,9}{2} + 49,286 \cong 56,1\%$$

$$N_{B_{ap\tau}} = \frac{9782,36 \times \left(\frac{19,9}{3600}\right) \times 17,5}{0,561} \cong 1686,9W$$

A seguir é mostrado uma das possibilidades de se associar em paralelo duas bombas em uma casa de máquina

Vamos acompanhar mais um exemplo





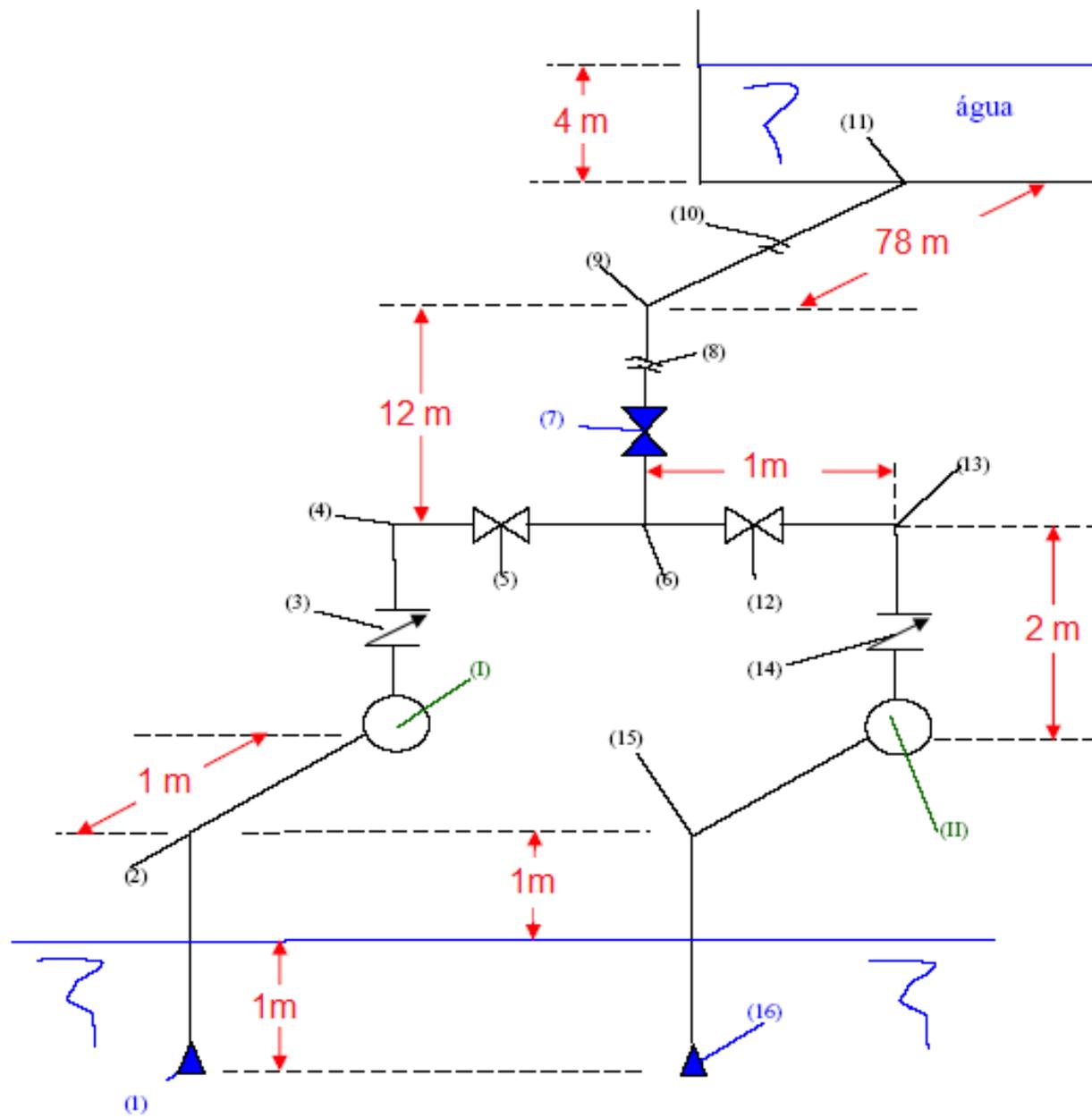
Vamos fazer  
mais um  
exercício!

A instalação representada a seguir pode operar com uma bomba ou com as duas bombas associadas em paralelo. Sabendo-se que as bombas são iguais e que apresentam as características indicadas na tabela (I), pede-se:

- a. a potência útil do motor elétrico quando apenas uma bomba operar;
- b. verificar o fenômeno de cavitação para a situação anterior, sabendo-se que a pressão de vapor da água para a situação descrita é igual a  $0,0238 \text{ kgf/cm}^2$  (abs) e que a leitura barométrica é igual a  $700 \text{ mmHg}$ ;
- c. o ponto de trabalho para associação em paralelo das bombas;
- d. a verificação do fenômeno de cavitação para esta nova situação.

Dados:

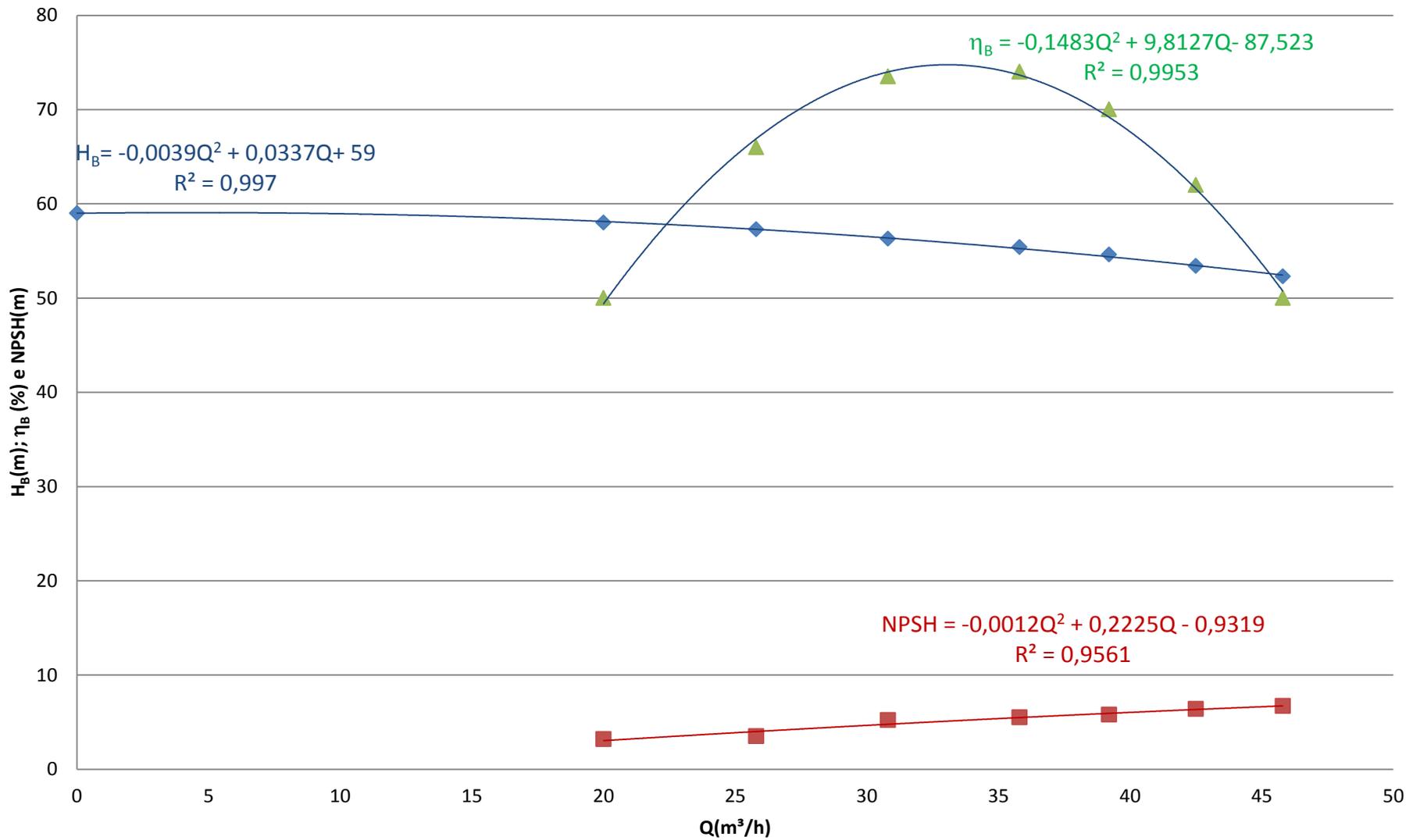
Tubulação de aço 40, que para a sucção tem um diâmetro nominal de 3" ( $D_{\text{int}} = 77,9 \text{ mm}$  e  $A = 47,7 \text{ cm}^2$ ) e para o recalque tem um diâmetro nominal de 2,5" ( $D_{\text{int}} = 62,7 \text{ mm}$  e  $A = 30,9 \text{ cm}^2$ ), peso específico da água igual a  $998,2 \text{ kgf/m}^3$ ; viscosidade cinemática da água igual a  $1,004 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  e aceleração da gravidade igual a  $9,8 \text{ m/s}^2$ .



- (1) e (16) - válvulas de pé com crivo de 3" – Leq = 20 m
- (2) e (15) - joelhos fêmeas de 900 e de 3" – Leq = 2,82 m
- (4), (9) e (13) - joelhos fêmeas de 900 e de 2,5" – Leq = 2,35 m
- (3) e (14) - válvulas de retenção verticais de 2,5" – Leq = 8,1 m
- (5) e (12) - válvulas gavetas de 2,5" – Leq = 0,4 m
- (6) – tê de saída lateral de 2,5" para o funcionamento com uma bomba  
Leq = 3,43 m
- (6) – tê de saída lateral de 2,5" para o funcionamento da associação em paralelo  
Leq = 4,16 m
- (7) - válvula globo de 2,5" – Leq = 21 m
- (8) e (10) - representação de corte no desenho da tubulação
- (11) – saída da tubulação – Leq = 1,9 m
- (I) e (II) - bombas centrífugas radiais que apresentam as informações nos gráficos em anexo.

**Nota:**

**Os trechos de (1) a (6) e de (16) a (6) são idênticos e a tubulação é de aço considerada nova**



◆ Hb (m)   
 ■ NPSH   
 ▲ rendimento   
 — Polinômio (Hb (m))   
 — Polinômio (NPSH)   
 — Polinômio (rendimento)

# Solução

Trata-se de uma instalação com duas entradas e uma saída, adotando-se o PHR nos níveis de captação, tem-se:

$$\gamma \times Q_{ap} \times H_{s_{ap}} = \gamma \times Q_{ap} \times H_{distribuição} + 2 \times \gamma \times \frac{Q_a}{2} \times H_{p_{3''}} + 2 \times \gamma \times \frac{Q_a}{2} \times H_{p_{dB-6}} + \gamma \times Q_a \times H_{p_{6-11}}$$

Dividindo-se todos os membros por  $\gamma \times Q_a$  resulta:

$$H_{sa} = H_{distribuição} + H_{p_{3''}} + H_{p_{depoisda\ bomba\ até\ 6}} + H_{p_{6-11}}$$

$$H_{p_{3''}} \rightarrow \text{calculado para } \frac{Q_a}{2}$$

$$H_{p_{depoisda\ bomba\ até\ 6}} \rightarrow \text{calculado para } \frac{Q_a}{2}$$

$$H_{p_{6-11}} \rightarrow \text{calculado para } Q_a$$

$$H_{p_{3''}} = f_{3''}^{p/Q_a/2} \times \frac{(3 + 20 + 2,82)}{0,0779} \times \frac{\left(\frac{Q_a}{2}\right)^2}{19,6 \times (47,7 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{p_{3''}} = f_{3''}^{p/Q_a/2} \times 185808,7 \times Q_a^2$$

$$H_{p_{2,5''} \text{ dB-6}} = f_{2,5''}^{p/Q_a/2} \times \frac{(3 + 8,1 + 2,35 + 0,4)}{0,0627} \times \frac{\left(\frac{Q_a}{2}\right)^2}{19,6 \times (30,9 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{p_{2,5''} \text{ dB-6}} = f_{2,5''}^{p/Q_a/2} \times 295086,5 \times Q_a^2$$

$$H_{p_{2,5''} \text{ 6-11}} = f_{2,5''}^{p/Q_a} \times \frac{(90 + 4,16 + 21 + 2,35 + 1,9)}{0,0627} \times \frac{(Q_a)^2}{19,6 \times (30,9 \times 10^{-4})^2}$$

$$H_{p_{2,5''} \text{ 6-11}} = f_{2,5''}^{p/Q_a/2} \times 10176539,7 \times Q_a^2$$

$$H_{S_{ap}} = 19 + f_{3''}^{p/Q_a/2} \times 185808,7 \times Q_a^2 + f_{2,5''}^{p/Q_a/2} \times 295086,5 \times Q_a^2 + f_{2,5''}^{p/Q_a} \times 10176539,7 \times Q_a^2$$



A partir deste ponto se determina os coeficientes de perda de carga distribuída e traçam-se a CCI e a CCB para obtenção do ponto de trabalho.

propriedades do fluido transportado

temp (°C)	$\mu$ (kg/ms)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	pv (Pa)	v (m <sup>2</sup> /s)
20	1,00E-03	998,2		1,004E-06

propriedades do local

g =	9,8	m/s <sup>2</sup>
patm =		Pa

Para 3"

mat. tubo	espesura	Dint (mm)	A (cm <sup>2</sup> )
aço	40	77,9	47,7
	K(m)	DH/k	
	4,60E-05	1693	

Q	Q(m <sup>3</sup> /s)	Q(L/s)	Q(L/min)
m <sup>3</sup> /h	deve transformar para m <sup>3</sup> /h		
20			
25,8			
30,8			
35,8			
39,2			
42,5			
45,8			

Q(m <sup>3</sup> /h)	v(m/s)	Re	f <sub>Haaland</sub>	f <sub>Swamee e Jain</sub>	f <sub>Churchill</sub>	f <sub>planilha</sub>
20,0	1,16	90368	0,0207	0,0211	0,0211	0,0209
25,8	1,50	116574	0,0201	0,0204	0,0204	0,0203
30,8	1,79	139166	0,0197	0,0200	0,0201	0,0199
35,8	2,08	161758	0,0194	0,0198	0,0198	0,0196
39,2	2,28	177121	0,0193	0,0196	0,0196	0,0195
42,5	2,47	192031	0,0191	0,0195	0,0195	0,0193
45,8	2,67	206942	0,0190	0,0193	0,0193	0,0192

propriedades do fluido transportado

temp (°C)	$\mu$ (kg/ms)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	pv (Pa)	v (m <sup>2</sup> /s)
20	1,00E-03	998,2		1,004E-06

propriedades do local

g =	9,8	m/s <sup>2</sup>
patm =		Pa

mat. tubo  
aço

espessura	Dint (mm)	A (cm <sup>2</sup> )
40	62,7	30,9

K(m)	DH/k
4,60E-05	1363

Para 2,5"  
com Qa/2

Q  
m<sup>3</sup>/h

Q(m<sup>3</sup>/s) Q(L/s) Q(L/min)  
deve transformar para m<sup>3</sup>/h

20  
25,8  
30,8  
35,8  
39,2  
42,5  
45,8

Q(m <sup>3</sup> /h)	v(m/s)	Re	f <sub>Haaland</sub>	f <sub>Swamee e Jain</sub>	f <sub>Churchill</sub>	f <sub>planilha</sub>
20,0	1,80	112280	0,0207	0,0211	0,0211	0,0210
25,8	2,32	144841	0,0202	0,0206	0,0206	0,0205
30,8	2,77	172911	0,0200	0,0203	0,0203	0,0201
35,8	3,22	200981	0,0197	0,0201	0,0201	0,0199
39,2	3,52	220069	0,0196	0,0199	0,0199	0,0198
42,5	3,82	238595	0,0195	0,0198	0,0198	0,0197
45,8	4,12	257121	0,0194	0,0197	0,0197	0,0196

propriedades do fluido transportado

temp (°C)		$\mu$ (kg/ms)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	pv (Pa)	v (m <sup>2</sup> /s)
20		1,00E-03	998,2		1,004E-06

propriedades do local

g =	9,8	m/s <sup>2</sup>
patm =		Pa

mat. tubo  
aço

espessura	Dint (mm)	A (cm <sup>2</sup> )
40	62,7	30,9

K(m)	DH/k
4,60E-05	1363

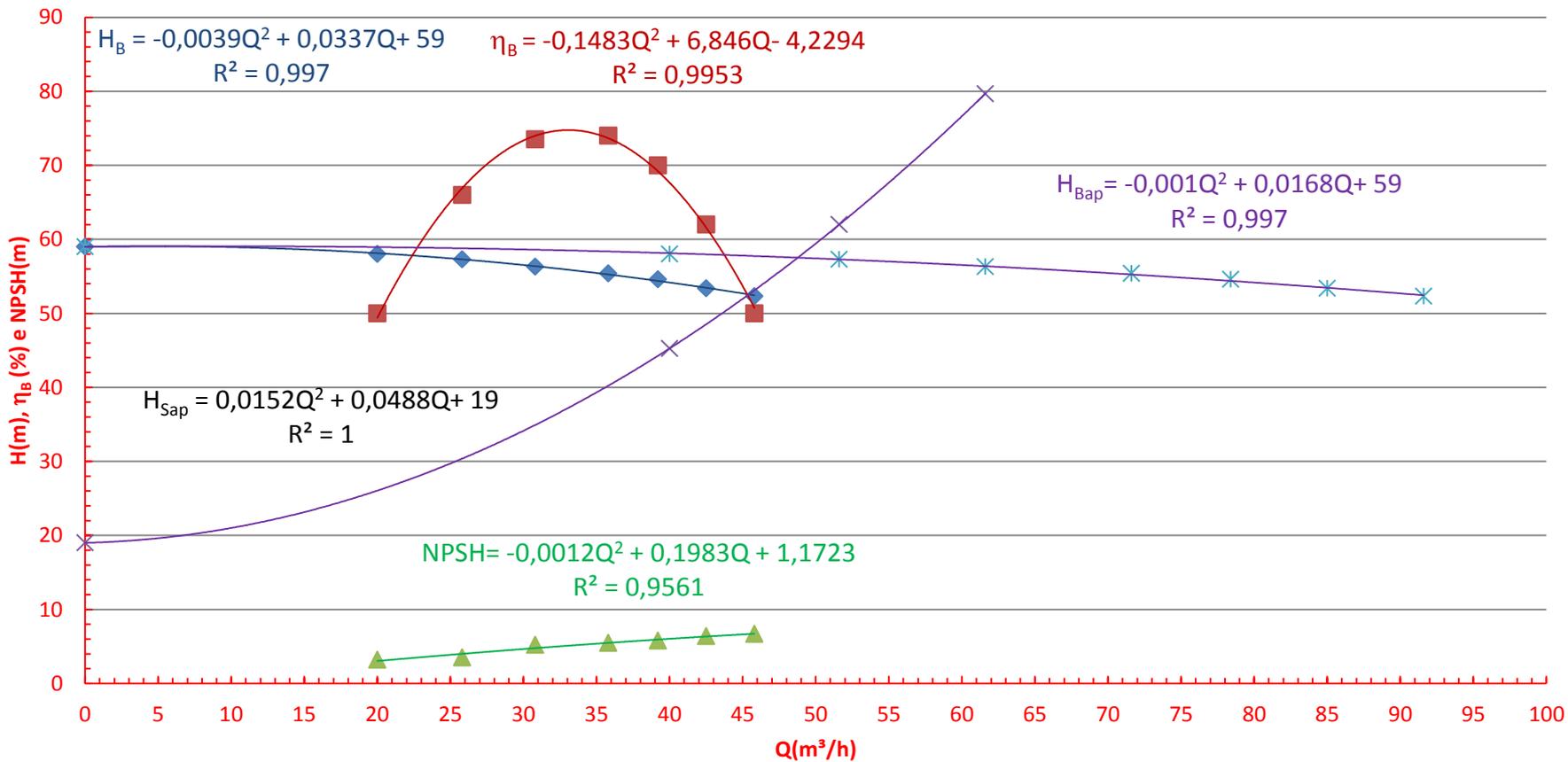
Para 2,5"  
com Qa

Q  
m<sup>3</sup>/h

Q(m<sup>3</sup>/s)    Q(L/s)    Q(L/min)  
deve transformar para m<sup>3</sup>/h

40  
51,6  
61,6  
71,6  
78,4  
85  
91,6

Q(m <sup>3</sup> /h)	v(m/s)	Re	f <sub>Haaland</sub>	f <sub>Swamee e Jain</sub>	f <sub>Churchill</sub>	f <sub>planilha</sub>
40,0	3,60	224560	0,0196	0,0199	0,0199	0,0198
51,6	4,64	289683	0,0193	0,0196	0,0196	0,0195
61,6	5,54	345823	0,0192	0,0194	0,0194	0,0193
71,6	6,44	401963	0,0190	0,0193	0,0193	0,0191
78,4	7,05	440138	0,0190	0,0192	0,0192	0,0191
85,0	7,64	477190	0,0189	0,0191	0,0191	0,0190
91,6	8,23	514243	0,0189	0,0191	0,0191	0,0190



- ◆ Bomba 1
- × CCI
- rendimento B1
- × Associação em paralelo
- ▲ NPSH da B1
- Polinômio (Bomba 1)
- Polinômio (rendimento B1)
- Polinômio (NPSH da B1)
- Polinômio (Associação em paralelo)
- Polinômio (CCI)



A vazão  
aumentou  
muito pouco,  
por que?



Porque o  
dimensionamento da  
tubulação após a seção  
6 está inadequado, já  
que temos velocidades  
muito altas!

Proponha alterações na instalação anterior para melhorar a vazão obtida com a associação em paralelo e resolva os itens c) e d) novamente. Resolva também o item a) e b) e compare as CCI para o funcionamento da bomba só e para a associação em paralelo.

