Escoamento externo

Técnicas adotas para seu estudo:

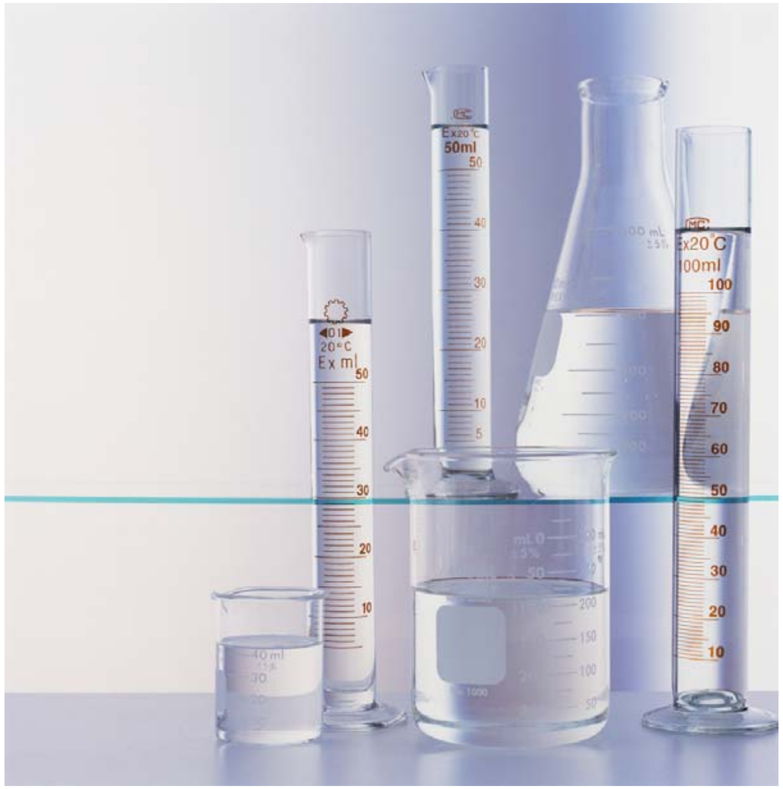
soluções numéricas (CFD);

experimentação (análise dimensional);

teoria da camada-limite.

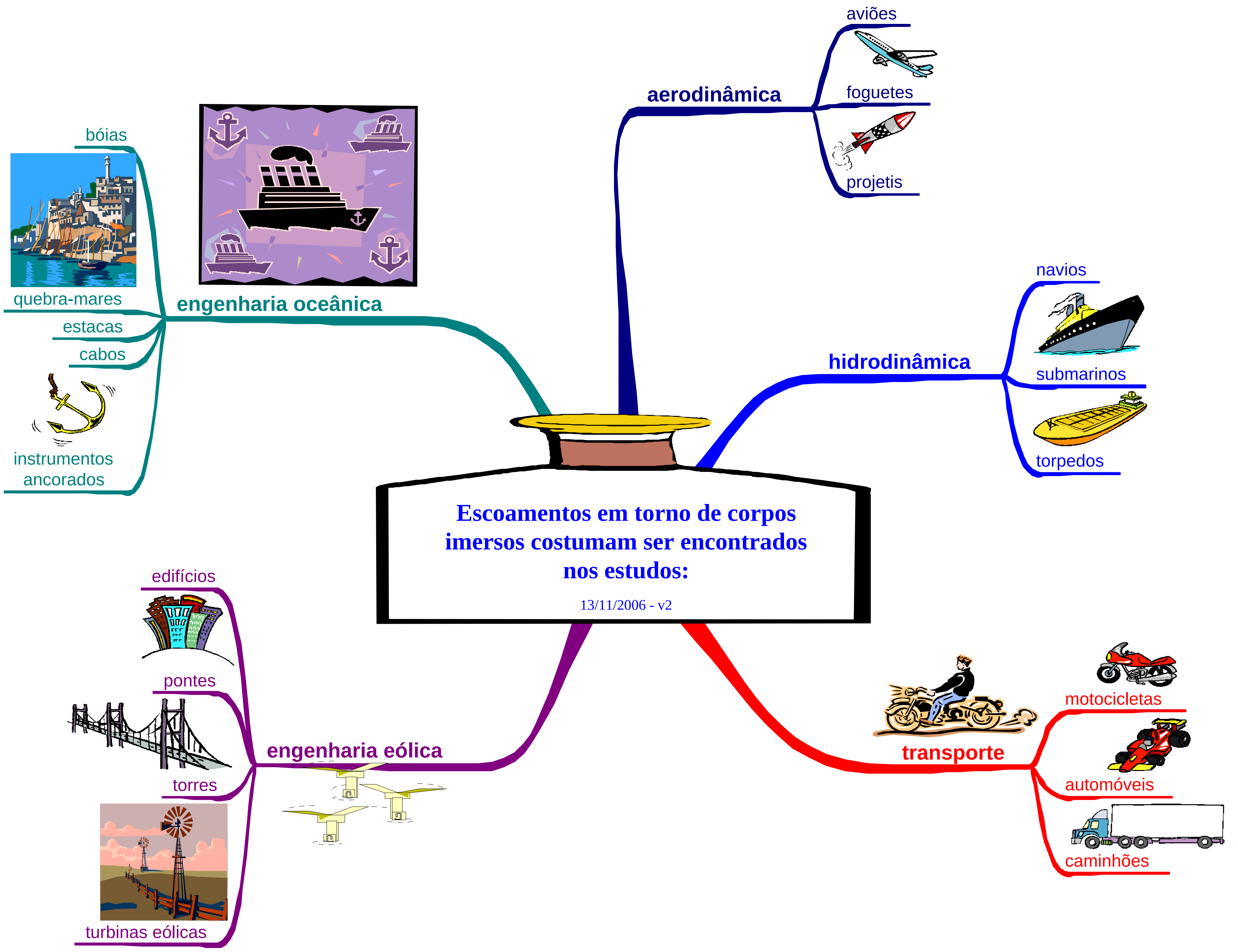
Soluções numéricas, hoje um campo interessante de pesquisa e está relacionado a dinâmica dos fluidos computacional (CFD - do inglês computational fluid dynamics).

Porém, a mais comum é ainda a **experimentação**.



Exemplo de aplicação: o viscosímetro de Hoppler, onde se tem a esfera deslocando-se em meio a um fluido, o que caracteriza o que se denomina de ESCOAMENTO EXTERNO.

Excluindo-se a aplicação anterior, que é uma aplicação ligada a engenharia química, tem-se outras inúmeras aplicações em engenharia.


Escoamentos em torno de corpos imersos costumam ser encontrados nos estudos:
13/11/2006 - v2
aerodinâmica
aviões
foguetes
projetis
hidrodinâmica
navios
submarinos
torpedos
transporte
motocicletas
automóveis
caminhões
engenharia eólica
edifícios
pontes
torres
turbinas eólicas
engenharia oceânica
bóias
quebra-mares
estacas
cabos
instrumentos ancorados

Vamos nos deter na terceira ferramenta que é a teoria da **camada-limite**, formulada pela primeira vez por Ludwig Prandtl em 1904.

Figura 1

O que se objetiva com o estudo proposto? E o que vem a ser camada-limite?

Quando entre o fluido e o corpo existe um movimento relativo, objetiva-se analisar a interação existente entre eles, interação que resulta em uma força resultante agindo no corpo e que se pretende calcular.

Como facilitar a análise proposta?

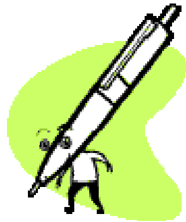
Adotando-se um sistema de referência fixo à superfície sólida.

Portanto para o observador o corpo sempre estará em repouso e o fluido em movimento.

No caso da figura 1, o caminhão estará parado, e o ar, em movimento, com uma velocidade igual e em sentido contrário à do caminhão.

Outro fato importante a se notar é que:

o fluido será sempre divido em duas regiões: uma em que o movimento dele é perturbado pela presença do objeto sólido, e outro que o fluido escoa como se o objeto não estivesse presente.



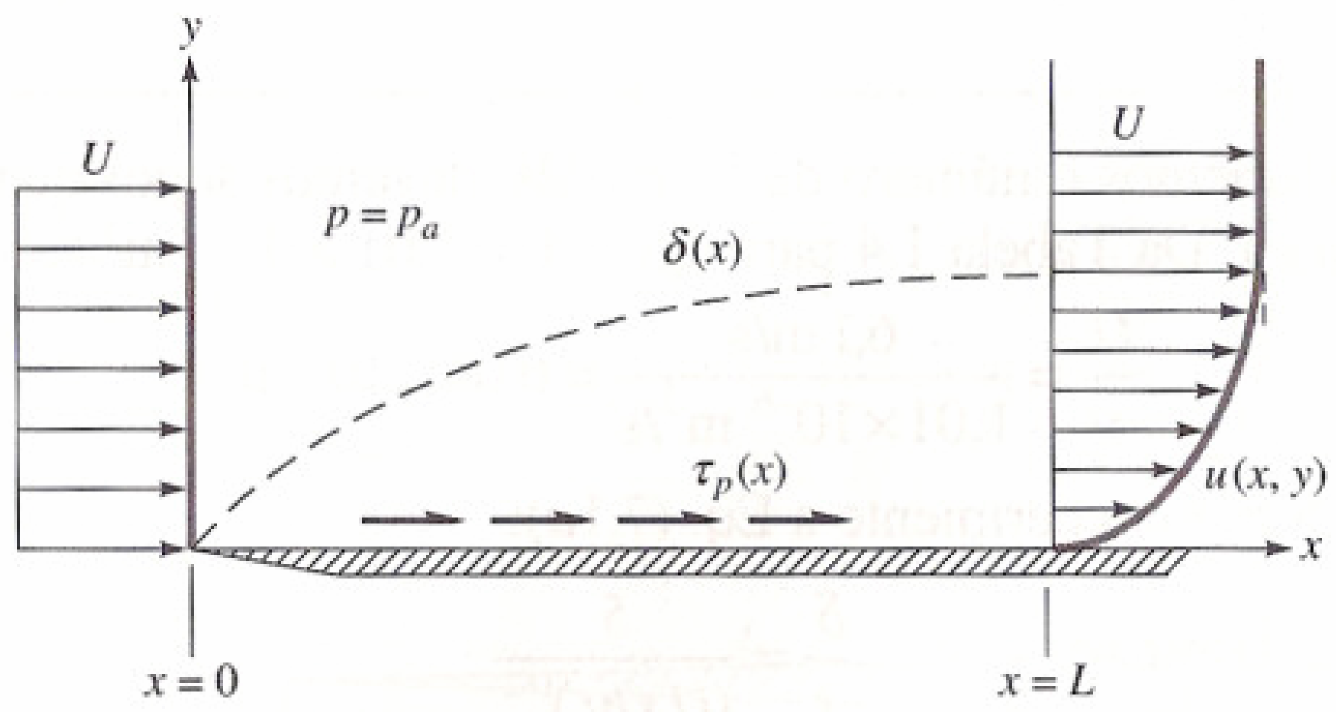


Fig. 7.3 Crescimento de uma camada-limite sobre uma placa plana.

Figura extraída do livro: Mecânica dos Fluidos – 4ª edição de Frank M. White e editado pela Mc Graw-Hill

Camada-limite é o lugar geométrico que separa a região do fluido perturbada pela presença do corpo sólido, da região que não sofre nenhuma influência da sua presença.

Ao passar pelo corpo, o fluido provocará nele o aparecimento de uma força resultante.

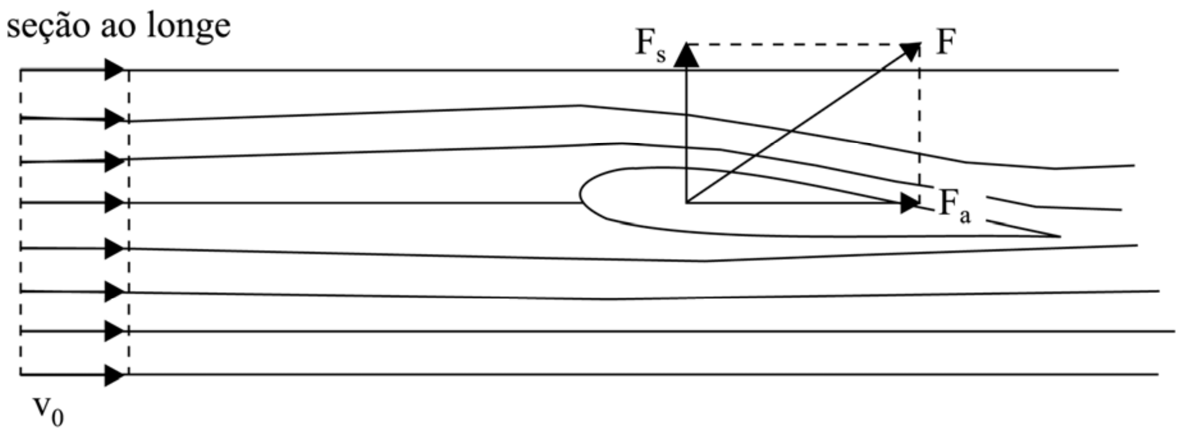


Figura extraída do livro: Mecânica dos Fluidos escrito por Franco Brunetti e editado pela PEARSON

A força resultante pode ser decomposta em:

$F_s \rightarrow$ força de sustentação;

$F_a \rightarrow$ força de arrasto.

Conceitos fundamentais

Em cada ponto, a ação de um fluido numa superfície sólida pode-se decompor numa ação normal (pressão) e numa ação tangencial (tensão de cisalhamento).

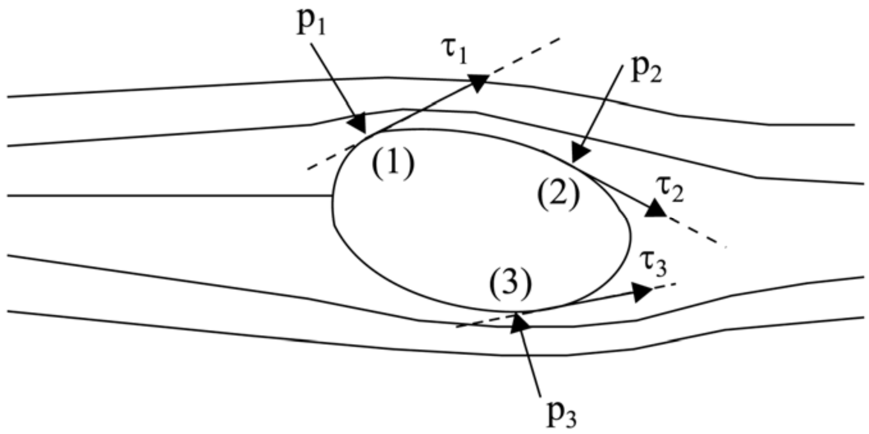
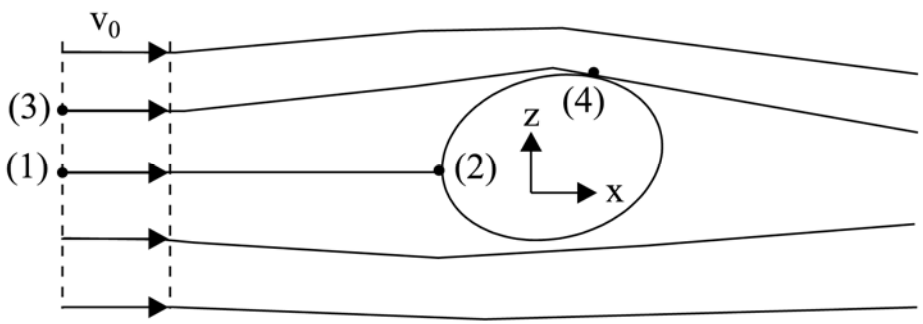


Figura extraída do livro: Mecânica dos Fluidos escrito por Franco Brunetti e editado pela PEARSON

Para facilitar o estudo considera-se separadamente o efeito normal das pressões do efeito tangencial das tensões de cisalhamento. Inicialmente considera-se a não existência das forças tangenciais.

Na primeira situação, considerando o fluido em repouso, ter-se-ia como força resultante da diferença de cota o empuxo, o qual é sempre vertical, com sentido ascendente e com módulo igual ao produto do peso específico do fluido pelo volume deslocado do mesmo.

Numa segunda situação, considerando um fluido ideal, verifica-se que a distribuição das pressões não é uniforme sobre o corpo, o que propicia o surgimento de uma força resultante não nula. A diferença de pressão de um ponto a outro é causada pela diferença de velocidades do fluido.



$$p_2 = p_0 + \frac{\rho v_0^2}{2}$$

$$\frac{p_4}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2 - v_4^2}{2g}$$

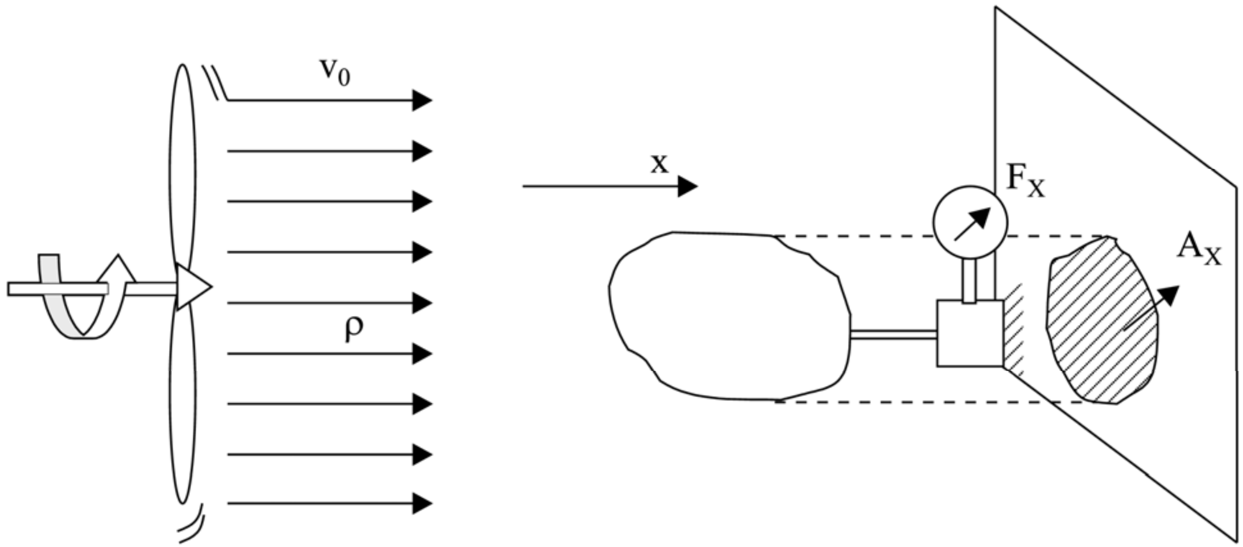
A distribuição não uniforme de pressão resulta na expressão:

$$F = C \times \frac{\rho v_0^2 A}{2}, \text{onde :}$$

$F \rightarrow$ força fluidodinâmica na direção desejada;

$A \rightarrow$ área de referência (na maioria das vezes projetada na perpendicular à direção de v_0;

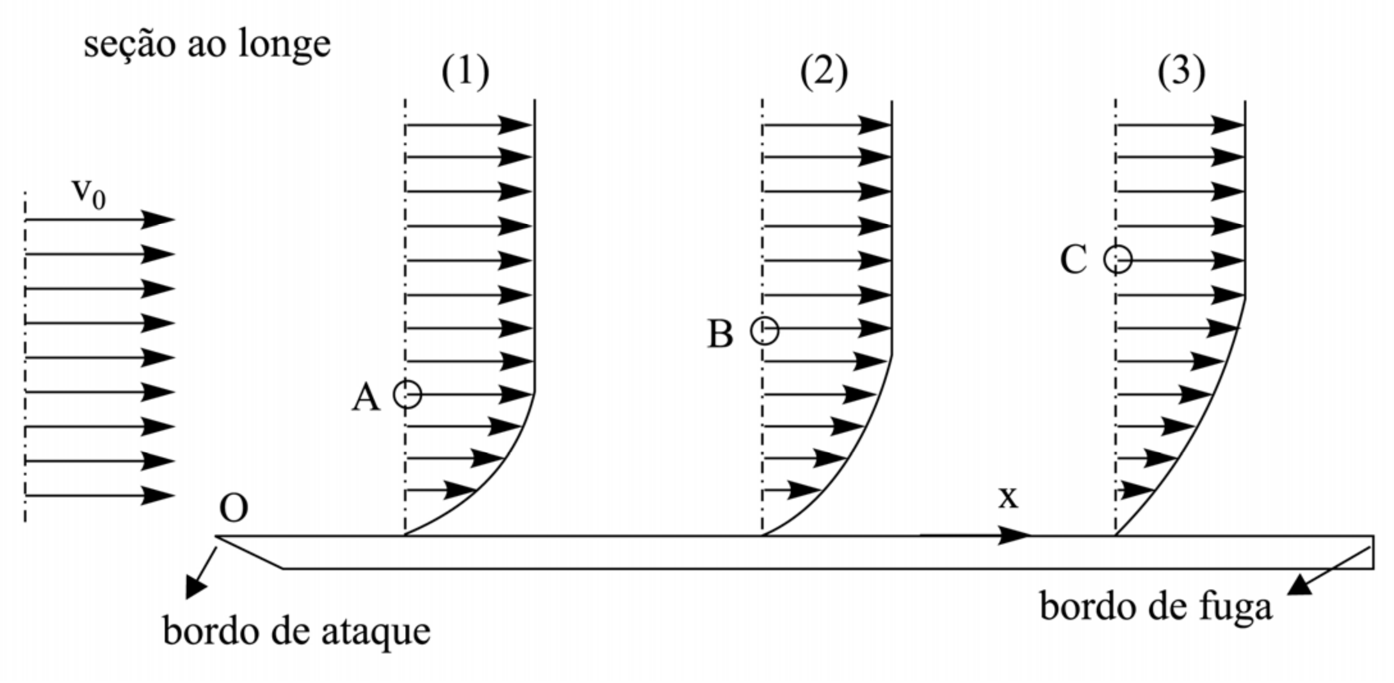
$C \rightarrow$ coeficiente adequado para resulta uma força correta



Na prática, é muito difícil separar a parcela da força de arrasto devido às pressões dinâmicas, denominada de “força de arrasto de forma ou de pressão“, daquela provocada pelas tensões de cisalhamento. Entretanto, é bastante instrutivo estudá-las separadamente.

Com essa finalidade, será apresentado o estudo de uma placa plana fina, paralela ao escoamento, de forma que não aconteça nenhum efeito devido às pressões.

Seja uma placa plana de espessura muito pequena, introduzida paralelamente a um escoamento uniforme e em regime permanente de um fluido. Vamos analisar apenas um dos lados da placa.



O que vem a ser v_0? Como se determina as velocidades na seção perpendicular a placa? O que existe de comum nos pontos A, B e C?

Verifica-se que os pontos A, B, e C pertencem a uma linha que será o lugar geométrico dos pontos a partir dos quais a velocidade passa a ter valor constante v_0. O fluido fica dividido, por essa linha, em duas regiões distintas. A região entre a placa e a linha construída chama-se CAMADA LIMITE, enquanto que a região acima dela chama-se FLUIDO LIVRE.

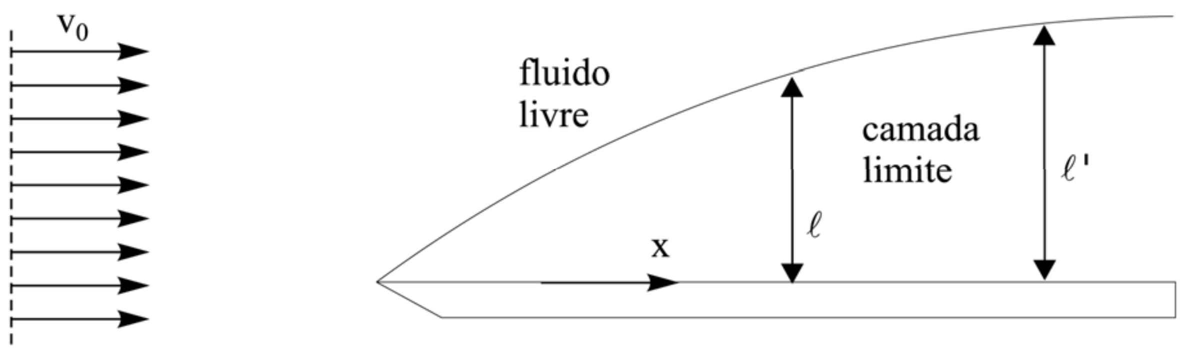


Figura extraída do livro: Mecânica dos Fluidos escrito por Franco Brunetti e editado pela PEARSON

Da figura anterior, pode-se observar que o diagrama de velocidade varia com x, ou seja, o gradiente de velocidade varia com x e em conseqüência a tensão de cisalhamento varia com x.

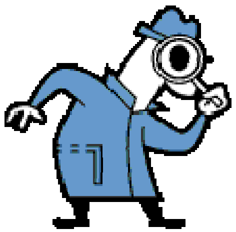
Cálculo da força de arrasto de superfície

$$F_{a_S} = \int \tau dA$$

A dificuldade de se recorre a expressão anterior está na determinação da tensão em função de x, principalmente pela fato de depender do gradiente de velocidade, o qual também varia com x.

Pelo exposto recorre-se a constantes determinadas experimentalmente.

Considerando uma placa plana retangular, ou seja, de largura b e comprimento ℓ e apenas um de seus lados



$$F_{a_S} = \frac{1}{2} C_{a_S} \rho v_0^2 A$$

Na determinação do coeficiente de arrasto de superfície, considera-se três casos:

- camada limite laminar;
- camada limite turbulenta;
- existe a passagem da camada limite laminar para o turbulento.

Se a camada limite for laminar:

$$C_{a_S} = \frac{1{,}328}{\sqrt{R_{e_L}}}$$

$$R_{e_L} = \frac{v_0 L}{\nu}$$

$L \rightarrow$ comprimento da placa

A passagem do laminar para o turbulento ocorre no comprimento denominado de $x_{crítico}$ e este geralmente é muito pequeno e, aí tem-se a passagem do laminar para o turbulento.

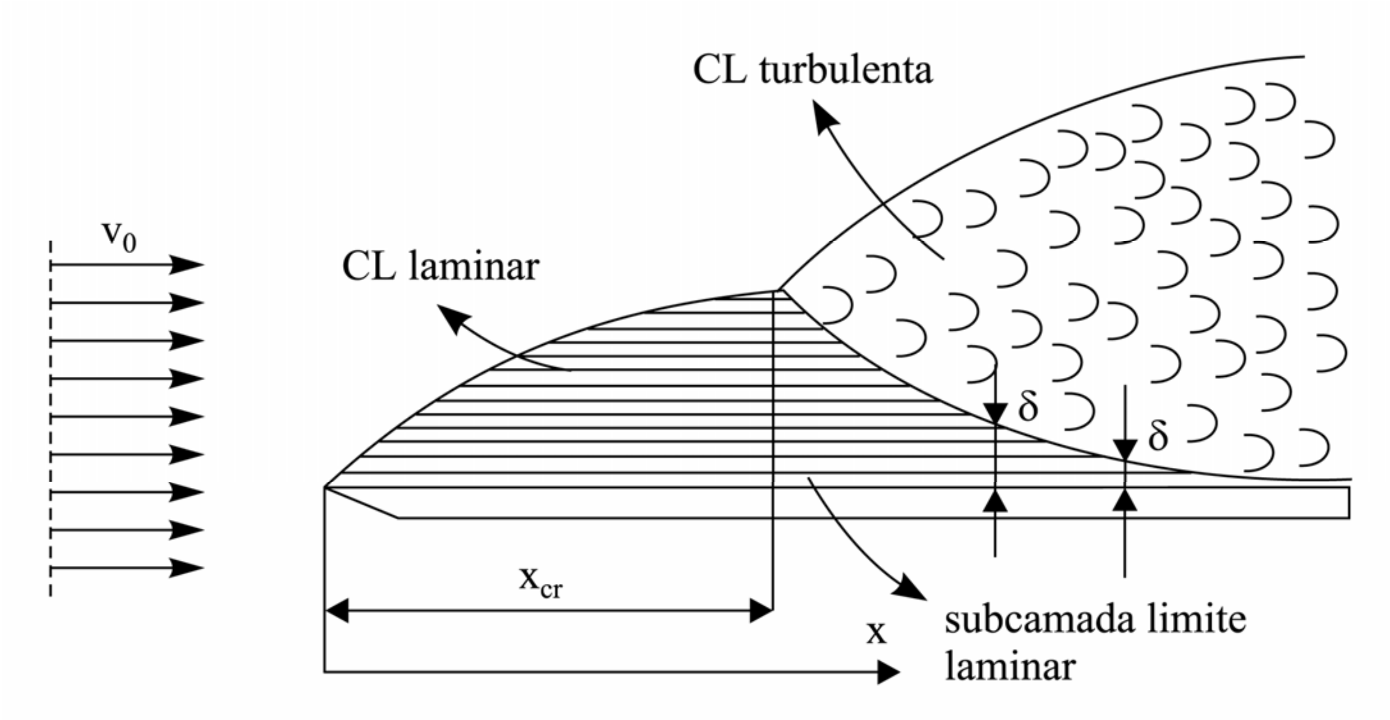


Figura extraída do livro: Mecânica dos Fluidos escrito por Franco Brunetti e editado pela PEARSON

Supondo que todos os diagramas fossem do tipo da camada turbulenta, desde o bordo de ataque:

$$c_{a_s} = \frac{0{,}074}{\sqrt[5]{Re_L}}$$

No entanto, a expressão anterior deve ser corrigida pelo fato de se considerar o escoamento laminar até o $x_{crítico}$

$$C_{a_S} = \frac{0{,}074}{\sqrt[5]{R_{e_L}}} - \frac{k}{R_{e_L}}$$

$$k = f(R_{e_{cr}})$$

$R_{e_{cr}}$	$3x10^5$	$5x10^5$	10^6	$3x10^6$
k	1050	1700	3300	8700

O valor do $R_{e_{cri}}$ será função da rugosidade da placa, da troca de calor entre ela e o fluido, das turbulências ao longe e de outros fatores que possam facilitar ou dificultar a passagem da camada limite laminar para a turbulenta.

Para números de Reynolds superiores a 10^7, Schlichting verificou que o valor do C_{as} é melhor representado pela expressão:

$$C_{as} = \frac{0{,}455}{\left(\log Re_L\right)^{2{,}58}} - \frac{k}{Re_L}$$

1ª Questão:

Uma placa plana retangular de 1m de largura e 2m de comprimento, imersa em água é arrastada horizontalmente com velocidade constante de 1,5 m/s. Calculara a força necessária supondo os três casos seguintes:

a) a camada limite mantém-se laminar desde o bordo de ataque até o bordo de fuga;

b) a camada limite é turbulenta desde o bordo de ataque;

c) o número de Reynolds crítico é 5×10^5

$$\nu = 1{,}5 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s} \text{ e } \rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$$

Solução

A força deverá ser igual à resistência ao avanço ou à força de arrasto. Em qualquer um dos casos:

$$F_{a_s} = \frac{1}{2} C_{a_s} \rho v_0^2 A$$

onde A é duas vezes a área da placa, pois as tensões de cisalhamento agem de ambos os lados. A alteração que se tem em (a), (b) e (c) será em relação ao C_{a_s}. Logo:

$$F_{a_s} = \frac{1}{2} C_{a_s} 1.000 \times 1{,}5^2 \times 2 \times 2 \times 1 = 4.500\, C_{a_s}$$

a) se a camada limite é totalmente laminar, tem-se:

$$C_{a_s} = \frac{1{,}328}{\sqrt{Re_L}}$$

$$Re_L = \frac{v_0 L}{\nu} = \frac{1{,}5 \times 2}{1{,}5 \times 10^{-6}}$$

$$C_{a_s} = \frac{1{,}328}{\sqrt{2 \times 10^6}} = 0{,}945 \times 10^{-3}$$

$$F_{a_s} = 4.500\, C_{a_s} = 4.500 \times 0{,}945 \times 10^{-3}$$

$$F_{a_s} = 4{,}25 \text{ N}$$

b) se a camada limite fosse totalmente turbulenta, o cálculo do C_{a_s} seria dado pela Equação 9.8 sem correção, isto é:

$$C_{a_s} = \frac{0{,}074}{\sqrt[5]{Re_L}} = \frac{0{,}074}{\sqrt[5]{2 \times 10^6}} = 4{,}07 \times 10^{-3}$$

$$F_{a_s} = 4.500\ C_{a_s} = 4.500 \times 4{,}07 \times 10^{-3}$$

$$F_{a_s} = 18{,}3\ N$$

c) se $Re_{cr} = 5 \times 10^5$, significa que na abscissa:

$$x_{cr} = \frac{Re_{cr}}{v_0 \nu} = \frac{5 \times 10^5 \times 1{,}5 \times 10^{-6}}{1{,}5} = 0{,}5\,m$$

haverá a passagem de laminar para turbulento.

Logo, nem o resultado do item (a) nem o do item (b) são reais; o certo será utilizar a Equação 9.9 com a correção devido à existência do trecho laminar. É óbvio que o desvio entre (c) e (b) será muito menor que o entre (c) e (a), pois o trecho laminar é muito pequeno.

$$C_{a_s} = \frac{0{,}074}{\sqrt[5]{Re_L}} - \frac{k}{Re_L}$$

Da tabela, para $Re_{cr} = 5 \times 10^5$, obtém-se k = 1.700. Logo:

$$C_{a_s} = 4{,}07 \times 10^{-3} - \frac{1.700}{2 \times 10^6} = 3{,}22 \times 10^{-3}$$

$$F_{a_s} = 4.500\ C_{a_s} = 4.500 \times 3{,}22 \times 10^{-3}$$

$$F_{a_s} = 14{,}5\ N$$

Nesse caso, o erro cometido ao se considerar a camada limite totalmente turbulenta será:

$$\text{erro} = \frac{18{,}3 - 14{,}5}{18{,}3} \times 100 = 20{,}8\%$$

É claro que o erro será tanto menor quanto menor for o x_{cr} em relação ao comprimento total da placa ou, em outras palavras, quando o comprimento do trecho da camada limite laminar for desprezível comparado com o da camada limite turbulenta.

Cálculo da espessura da camada limite.

O cálculo desta espessura depende do perfil de velocidade considerado.

No caso do escoamento laminar

Distribuição de velocidade $\frac{v}{v_0} = f(\frac{y}{\delta}) = f(\eta)$	$a = \frac{\delta}{x}\sqrt{Re_x}$
$f(\eta) = \eta$	3,46
$f(\eta) = 2\eta - \eta^2$	5,48
$f(\eta) = \frac{3}{2}\eta - \frac{1}{2}\eta^3$	4,64
$f(\eta) = 2\eta - 2\eta + \eta^4$	5,84
$f(\eta) = sen(\frac{\pi}{2}\eta)$	4,80
Exata - Blasius	5

No caso do escoamento turbulento e considerando o perfil de velocidade com potência 1/7

$$\delta = \frac{0{,}16x}{Re_x^{1/7}}$$

2ª Questão:

Ar escoa sobre uma placa plana de 40 cm de comprimento. Sabendo-se que a velocidade ao longe (v_0) é igual a 0,6 m/s, pede-se:

a) o número de Reynolds na borda de fuga, especificando o tipo de escoamento observado;
b) a espessura da camada limite na borda de fuga;
c) a força de arrasto sabendo que a placa é retangular e que tem uma largura de 1m.

Dado: $\nu_{ar} = 2 \times 10^{-5}$ m²/s e o ar nas CNPT

Considere $Re_{crit} = 5 \times 10^5$

Solução

a) $Re_L = \frac{0,4 \times 0,6}{2 \times 10^{-5}} = 12000 = 1,2 \times 10^4$

Como é menor que o $Re_{crítico}$ trata - se de uma camada limite laminar

b) $5 = \frac{\delta}{0,4} \times \sqrt{1,2 \times 10^4} \therefore \delta \cong 1,83 \times 10^{-2} m = 1,83 cm$

c) $C_{a_S} = \frac{1,328}{\sqrt{1,2 \times 10^4}} \cong 1,21 \times 10^{-2}$

$\rho_{ar} = \frac{10330 \times 9,8}{287 \times 273} \cong 1,29 \frac{kg}{m^3}$

$F_{a_S} = \frac{1}{2} \times 1,21 \times 10^{-2} \times 1,29 \times 0,6^2 \times 2 \times (1 \times 0,4) = 0,0023 N$

3ª Questão:

Se para a questão anterior, considerando o mesmo Reynolds crítico, ao invés do escoamento do ar, ocorresse o escoamento d'água com uma viscosidade igual a $9{,}6 \times 10^{-7}$ m^2/s (água a 22 °C), calcule:

a) o número de Reynolds na borda de fuga, especificando o tipo de escoamento observado;
b) a espessura da camada-limite na borda de fuga;
c) a força de arrasto considerando que a massa específica da água é 998 kg/m^3.

Solução

a) $Re_L = \dfrac{0{,}4 \times 0{,}6}{9{,}6 \times 10^{-7}} = 250000 = 2{,}5 \times 10^5$

Como é menor que o $Re_{crítico}$ trata - se de uma camada limite laminar

b) $5 = \dfrac{\delta}{0{,}4} \times \sqrt{2{,}5 \times 10^5} \;\therefore\; \delta \cong 0{,}004\text{m} = 0{,}4\text{cm}$

c) $C_{a_S} = \dfrac{1{,}328}{\sqrt{2{,}5 \times 10^5}} \cong 0{,}002656$

$F_{a_S} = \dfrac{1}{2} \times 0{,}002656 \times 998 \times 0{,}6^2 \times 2 \times (1 \times 0{,}4) = 0{,}382\text{N}$

4ª Questão = exercício 9.5 do livro: Mecânica dos Fluidos escrito por Franco Brunetti e editado pela PEARSON Prentice Hall

Num viscosímetro de esfera, uma esfera de aço de massa específica igual a 7800 kg/m^3 e diâmetro de 1 mm afunda num líquido de massa específica igual a 800 kg/m^3, com uma velocidade limite de 2 cm/s. Calcular a viscosidade cinemática do fluido para as seguintes situações:

1. sem considerar a influência das paredes do tubo que contém o fluido;

2.Considerando a influência da parede do tubo, o qual tem um diâmetro de 16 mm;

Resolução sem influência das paredes do tubo

$$G = E + F_a$$

$$\rho_e g \frac{\pi D^3}{6} = \rho_f\, g \frac{\pi D^3}{6} + \frac{C_a \rho_f v^2}{2} \frac{\pi D^2}{4}$$

$$4\rho_e g D = 4\rho_f\, g D + 3 C_a \rho_f v^2$$

$$C_a = \frac{4gD(\rho_e - \rho_f)}{3\rho_f v^2} = \frac{4\times10\times1\times10^{-3}\times(7800-800)}{3\times800\times0{,}02^2} = 292$$

$$C_a = \frac{24}{Re} \quad \Rightarrow \quad Re = \frac{24}{C_a} = \frac{24}{292} = 0{,}0822$$

$$Re = \frac{vD}{\nu} \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{vD}{Re} = \frac{0{,}02\times1\times10^{-3}}{0{,}0822} = 2{,}43\times10^{-4}\frac{m^2}{s} = 2{,}43\frac{cm^2}{s} \text{ ou St}$$

Resolução com influência das paredes do tubo

$$\mu = \frac{g \times D_e^2 \times (\rho_e - \rho_f)}{18 \times \left(1 + 2{,}0144 \times \frac{D_e}{D_t}\right) \times v}$$

$$\mu = \frac{10 \times \left(10^{-3}\right)^2 \times (7800 - 800)}{18 \times \left(1 + 2{,}0144 \times \frac{1}{16}\right) \times 2 \times 10^{-2}}$$

$$\mu = 0{,}173 \frac{N \times s}{m^2}$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0{,}173}{800} = 2{,}16 \times 10^{-4} \frac{m^2}{s} = 2{,}16 \frac{cm^2}{s} \text{ ou St}$$