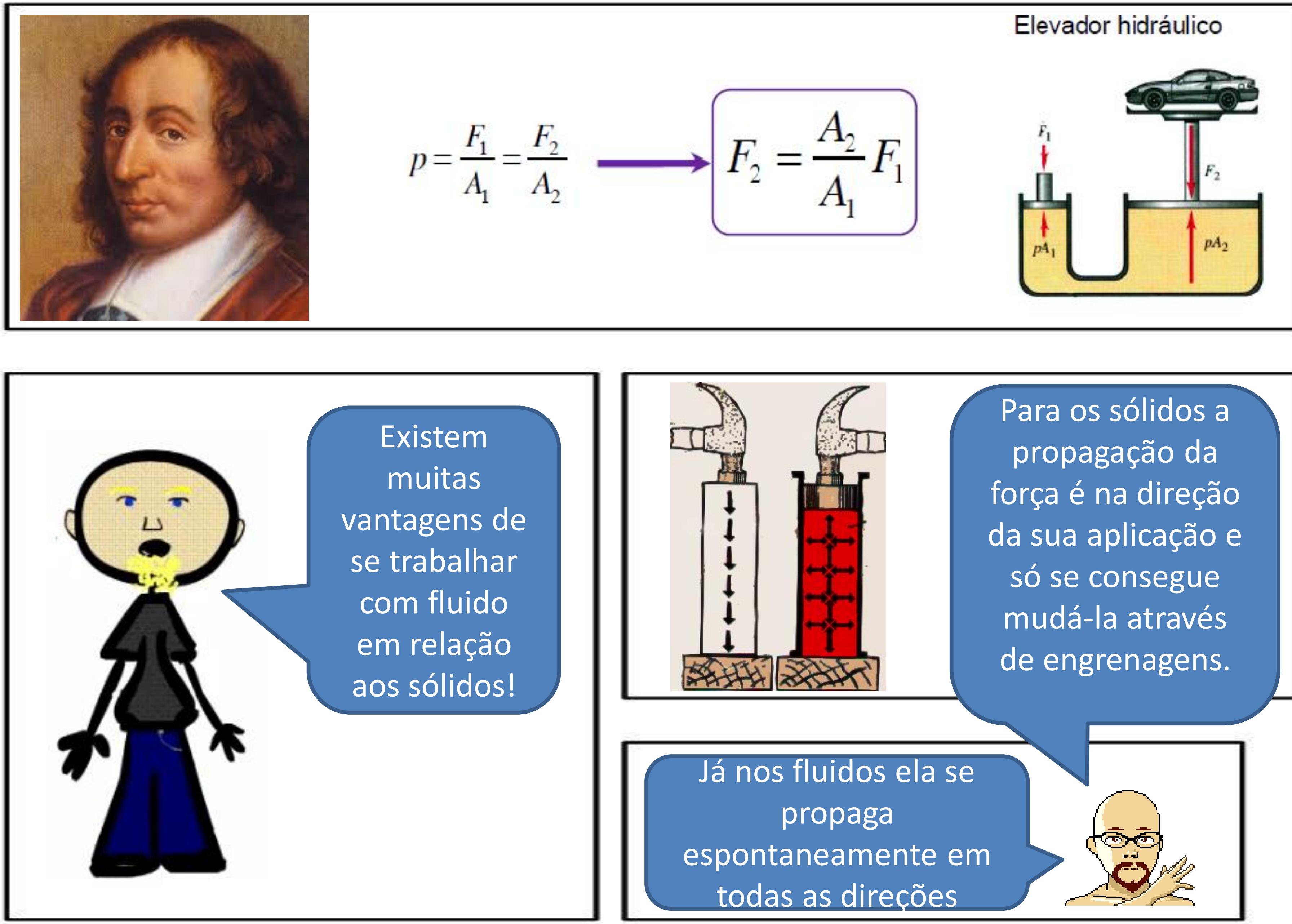
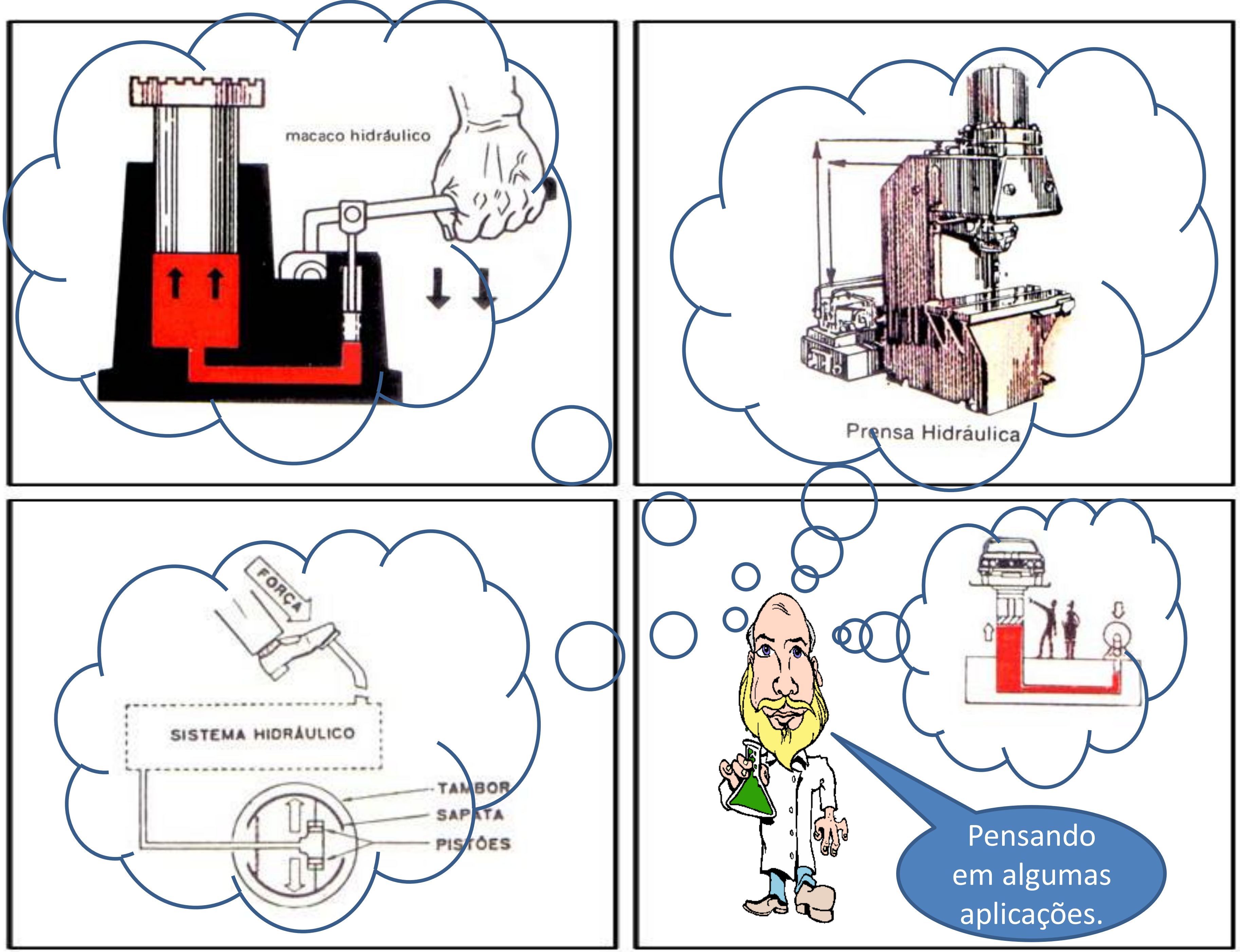
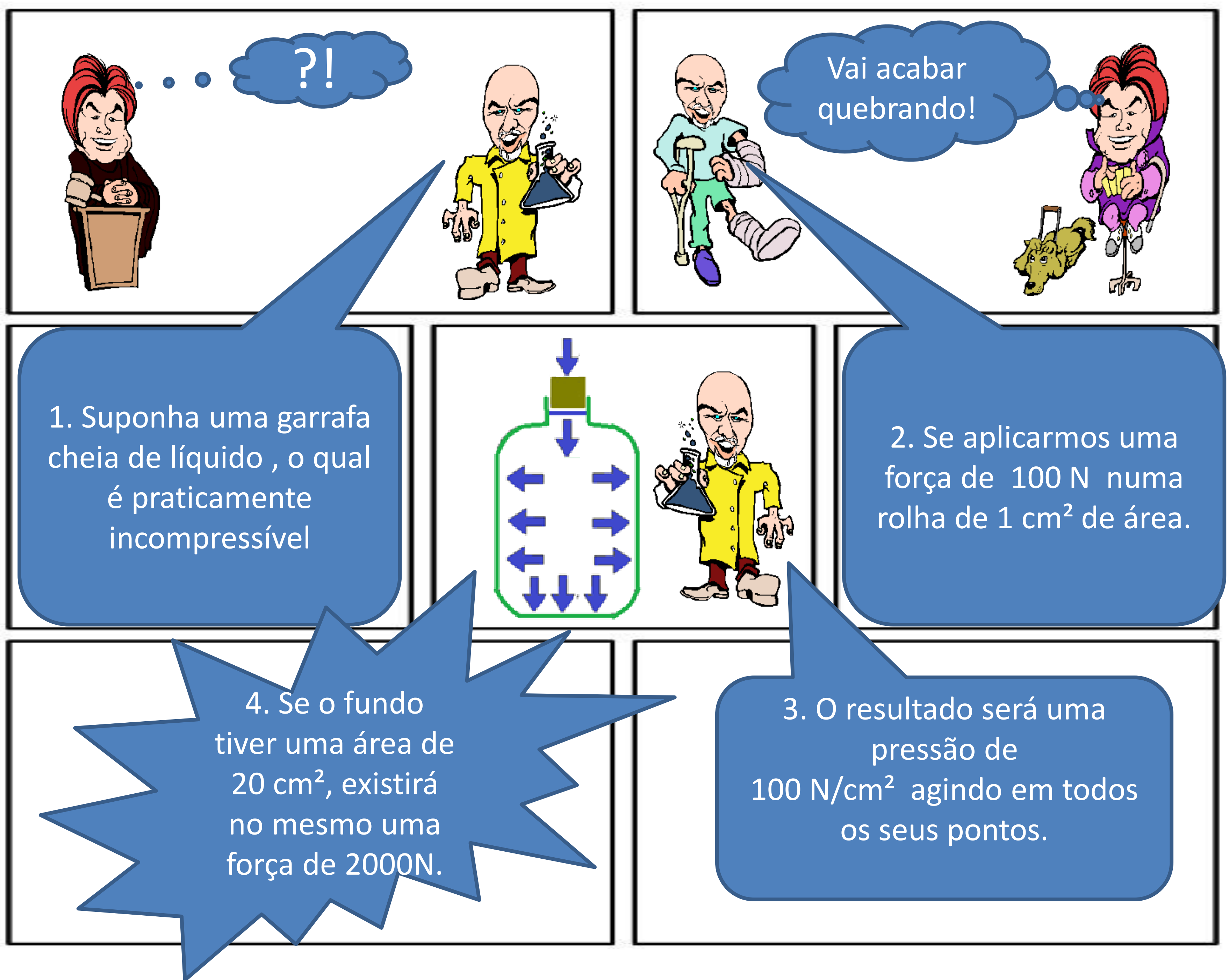
Terceira aula de ME4310
Segundo semestre de 2014

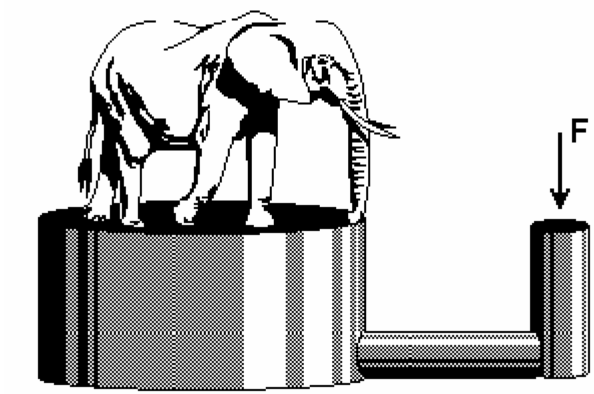

Blaise Pascal
Entre os dezoito e dezenove anos inventou a primeira máquina de calcular. Aos vinte anos aplicou seu talento à física, pois se interessou pelo trabalho de Torricelli sobre pressão atmosférica, deixando como resultado o Princípio de Pascal sobre a lei das pressões num líquido, que publicou em 1653 no seu Tratado do equilíbrio dos líquidos.
PUTS!
Lei de Pascal (1623-1662) Ao se aplicar a pressão em um ponto fluido ela se transmite integralmente aos demais pontos.
Vantagens dos fluidos sobre os sólidos!
$\vec{F}_1$
A_1
A_2
$\vec{F}_2$
http://www.brasilescola.com


Elevador hidráulico
$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$
$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$
F_1
F_2
pA_1
pA_2
Existem muitas vantagens de se trabalhar com fluido em relação aos sólidos!
Para os sólidos a propagação da força é na direção da sua aplicação e só se consegue mudá-la através de engrenagens.
Já nos fluidos ela se propaga espontaneamente em todas as direções


macaco hidráulico
Prensa Hidráulica
FORÇA
SISTEMA HIDRÁULICO
TAMBOR
SAPATA
PISTÕES
Pensando em algumas aplicações.


?!
Vai acabar quebrando!
1. Suponha uma garrafa cheia de líquido , o qual é praticamente incompressível
2. Se aplicarmos uma força de 100 N numa rolha de 1 cm² de área.
3. O resultado será uma pressão de 100 N/cm² agindo em todos os seus pontos.
4. Se o fundo tiver uma área de 20 cm², existirá no mesmo uma força de 2000N.

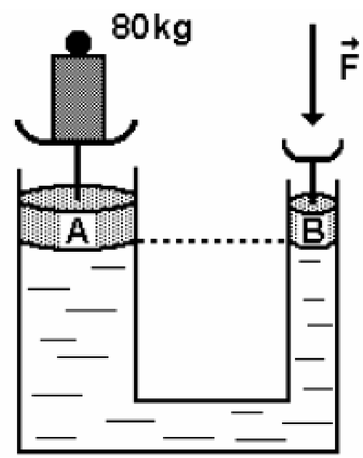
(Uerj 2001) Um adestrador quer saber o peso de um elefante. Utilizando uma prensa hidráulica, consegue equilibrar o elefante sobre um pistão de $2000 cm^2$ de área, exercendo uma força vertical F equivalente a 200N, de cima para baixo, sobre o outro pistão da prensa, cuja área é igual a $25 cm^2$. Calcule o peso do elefante.



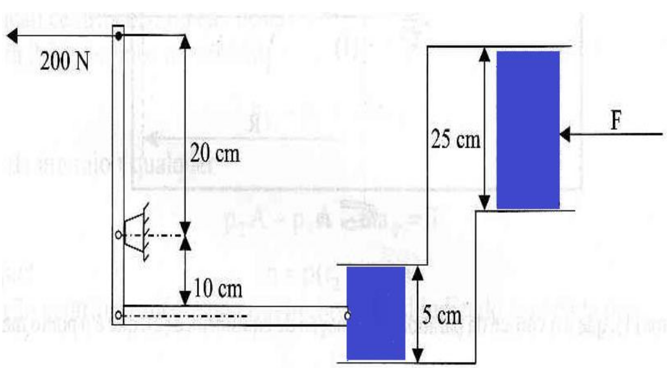
(Mackenzie 98) Dispõe-se de uma prensa hidráulica conforme o esquema a seguir, na qual os êmbolos A e B, de pesos desprezíveis, têm diâmetros respectivamente iguais a 40cm e 10cm. Se desejarmos equilibrar um corpo de 80kg que repousa sobre o êmbolo A, deveremos aplicar em B a força perpendicular **F, de intensidade:**

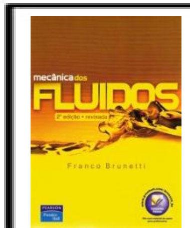
a) 5,0 N
b) 10 N
c) 20 N
d) 25 N
e) 50 N

Dado:
$g = 10 m/s^2$



2.2 – Aplica-se a força de 200 N na alavanca AB, como é mostrado na figura. Qual a força F que deve ser exercida sobre a haste do cilindro para que o sistema permaneça em equilíbrio?





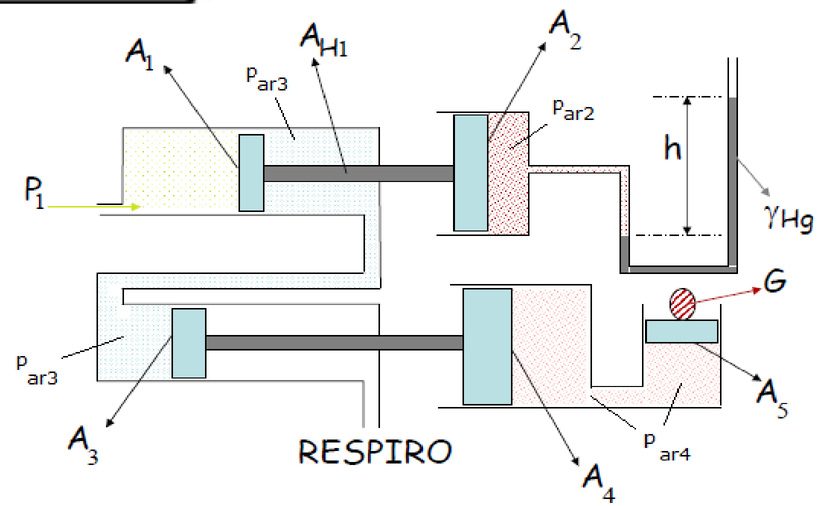
2.1 – No sistema da figura, desprezando-se o desnível entre os cilindros, detrerminar o peso G, que pode ser suportado pelo pistão V. Desprezar os atritos. Dados:

$$p_1 = 500\text{kPa}; A_I = 10\text{cm}^2;$$

$$A_{H1} = 2\text{cm}^2; A_{II} = 2{,}5\text{cm}^2;$$

$$A_{III} = 5\text{cm}^2; A_{IV} = 20\text{cm}^2;$$

$$A_V = 10\text{cm}^2; h = 2\text{m}; \gamma_{Hg} = 136000\frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$



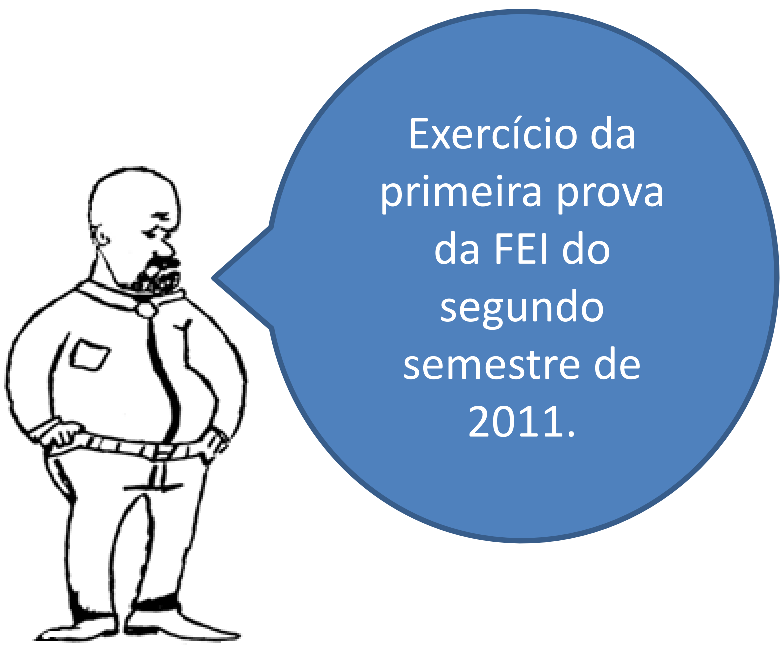

Vamos procurar a partir deste ponto resolver alguns de provas antigas.

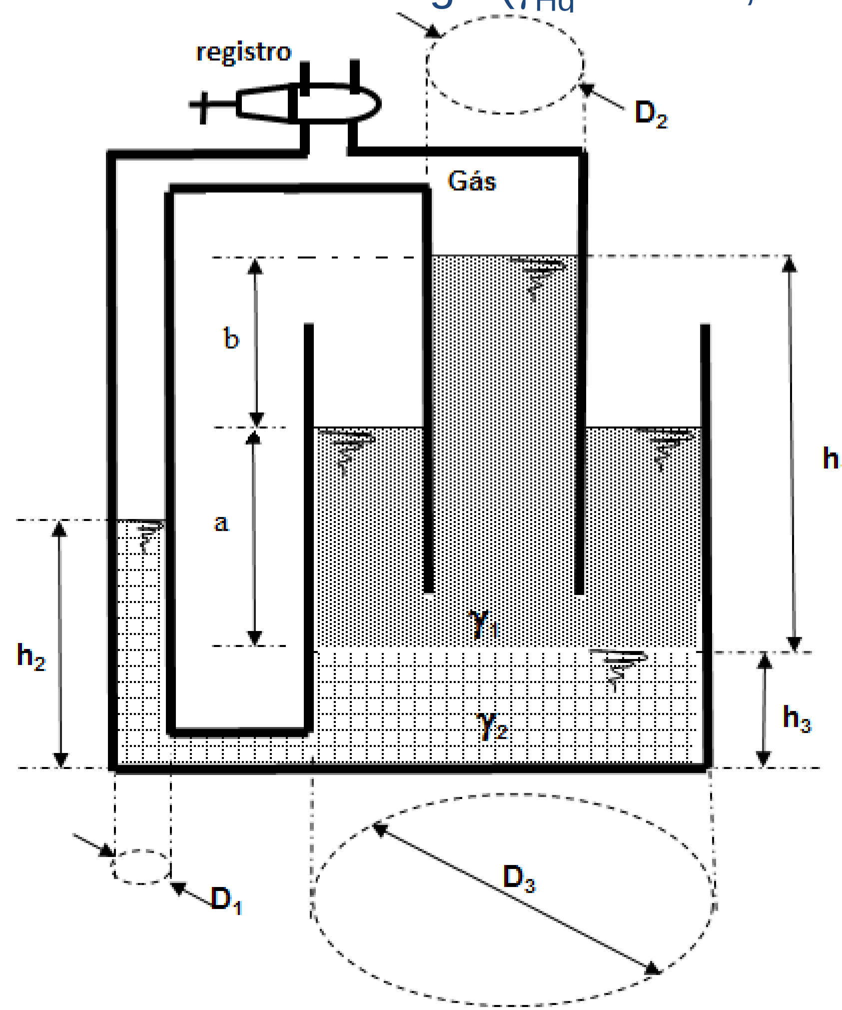
Na figura, os elementos são cilíndricos, sendo: $D_1 = 16$ cm; $D_2 = 20$ cm e $D_3 = 28$ cm. Pesos específicos: $\gamma_1 = 15$ N/L e γ_2 desconhecido. No fundo do recipiente (onde o fluido é γ_2) a pressão é de 280 KPa. As cotas valem: $h_1 = 9$ m; $h_2 = 7$ m e $h_3 = 4$ m. A leitura barométrica local é de 685 mm Hg. ($\gamma_{Hg} = 133{,}4$ N/L). Pede - se:

a) A pressão absoluta do Gás em kPa;

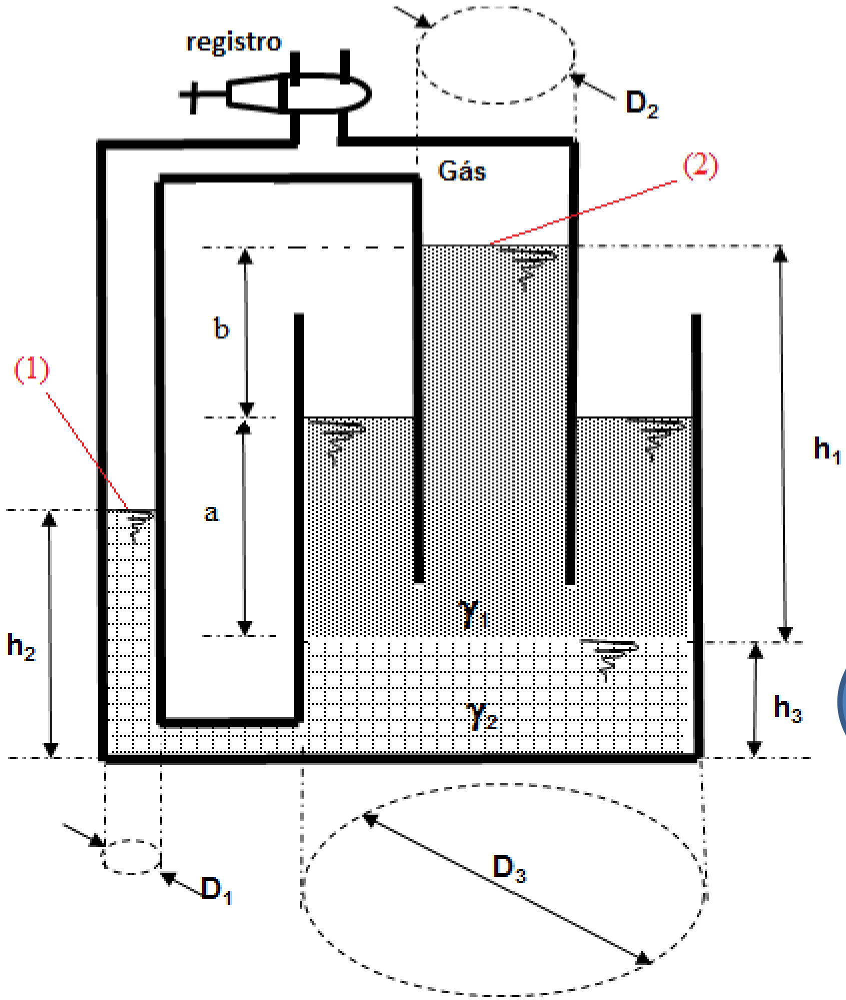
b) As cotas a e b para registro fechado;

.





Solução item a



$$p_{gás} + \gamma_2 \times (h_2 - h_3) - \gamma_1 \times h_1 = p_{gás}$$

$$\therefore \gamma_2 = \frac{\gamma_1 \times h_1}{(h_2 - h_3)} = \frac{15000 \times 9}{(7-4)} = 45000 \frac{N}{m^3}$$

$$p_{gás} + \gamma_2 \times h_2 = p_{fundo}$$

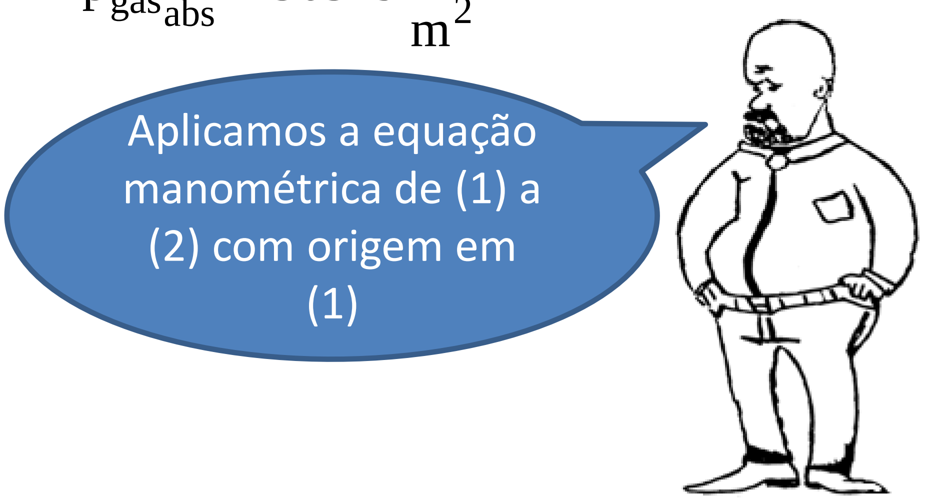
$$p_{gás} + 45000 \times 7 = 280000$$

$$p_{gás} = -35000 \frac{N}{m^2}$$

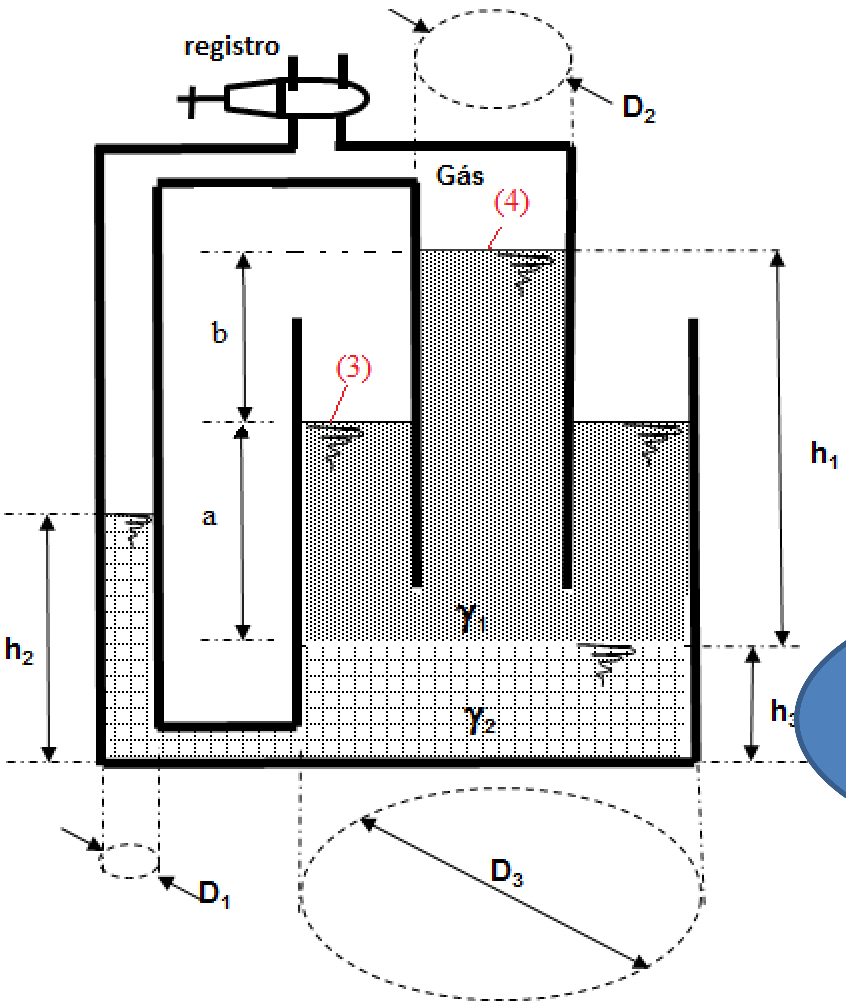
$$p_{gás_{abs}} = p_{gás} + p_{atm_{local}}$$

$$p_{gás_{abs}} = -35000 + 0{,}685 \times 133400$$

$$p_{gás_{abs}} = 56379 \frac{N}{m^2}$$



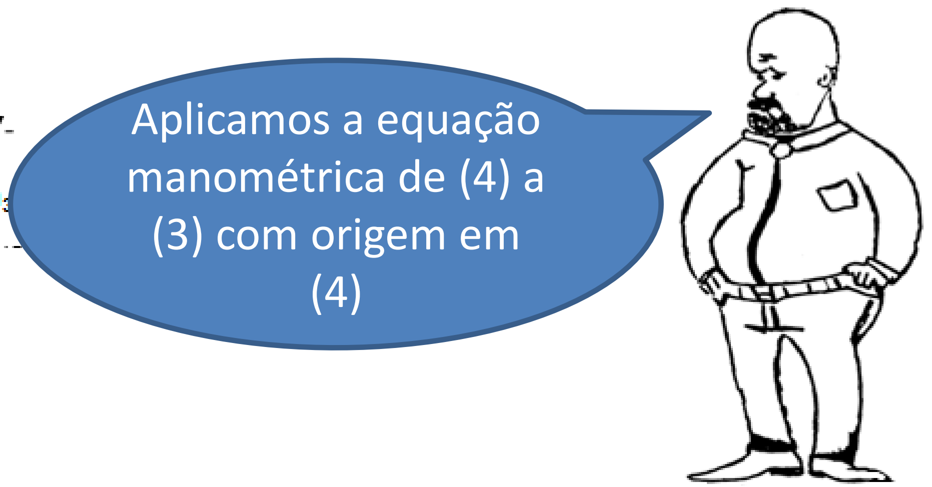
Solução item b



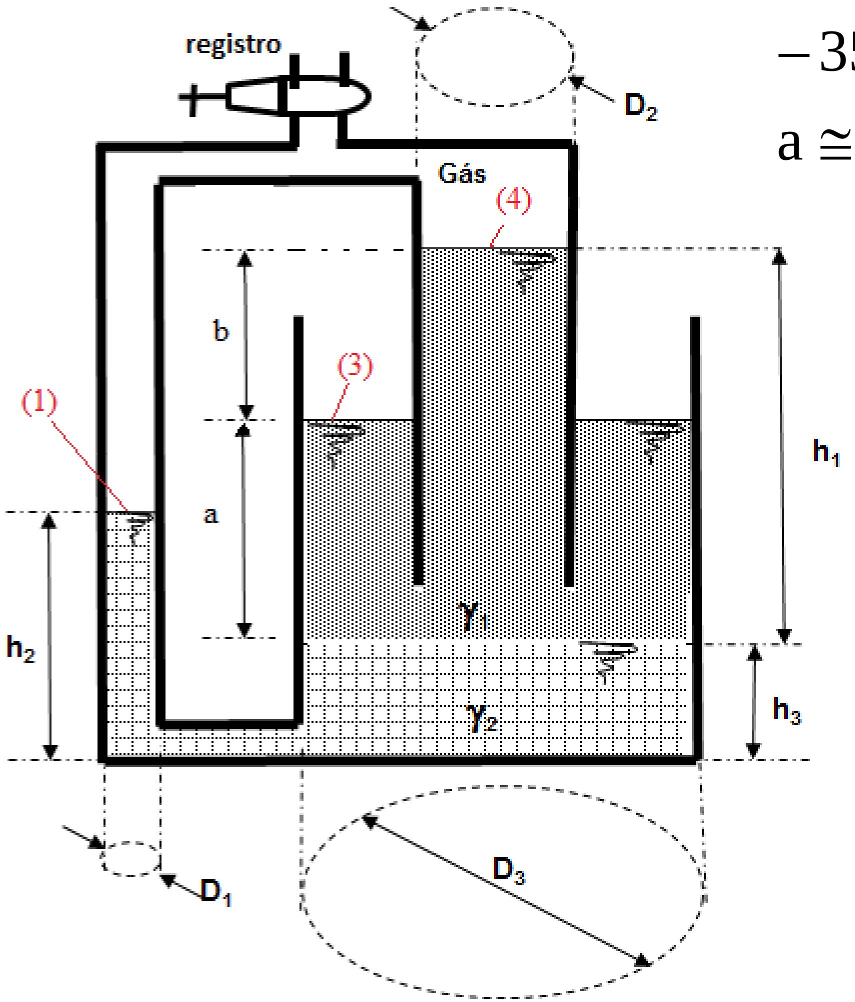
$$p_{gás} + \gamma_1 \times b = 0$$

$$-35000 + 15000 \times b = 0$$

$$b = \frac{35000}{15000} \cong 2{,}33\text{m}$$



Solução item b (cont)



$$p_{gás} + \gamma_2 \times (h_2 - h_1) - \gamma_1 \times a = 0$$

$$-35000 + 45000 \times (7 - 4) - 15000 \times a = 0$$

$$a \cong 6{,}67 m$$


Vamos acrescentar um novo item em um dos exercícios da aula anterior.

Na figura, os elementos são cilíndricos, sendo: D_1 = 16 cm; D_2 = 20 cm e D_3 = 28 cm. Pesos específicos: γ_1 = 15 N/L e γ_2 desconhecido. No fundo do recipiente (onde o fluido é γ_2) a pressão é de 280 KPa. As cotas valem: h_1 = 9 m; h_2 = 7 m e h_3 = 4 m. A leitura barométrica local é de 685 mm Hg. (γ_{Hg} = 133,4 N/L). Pede - se:

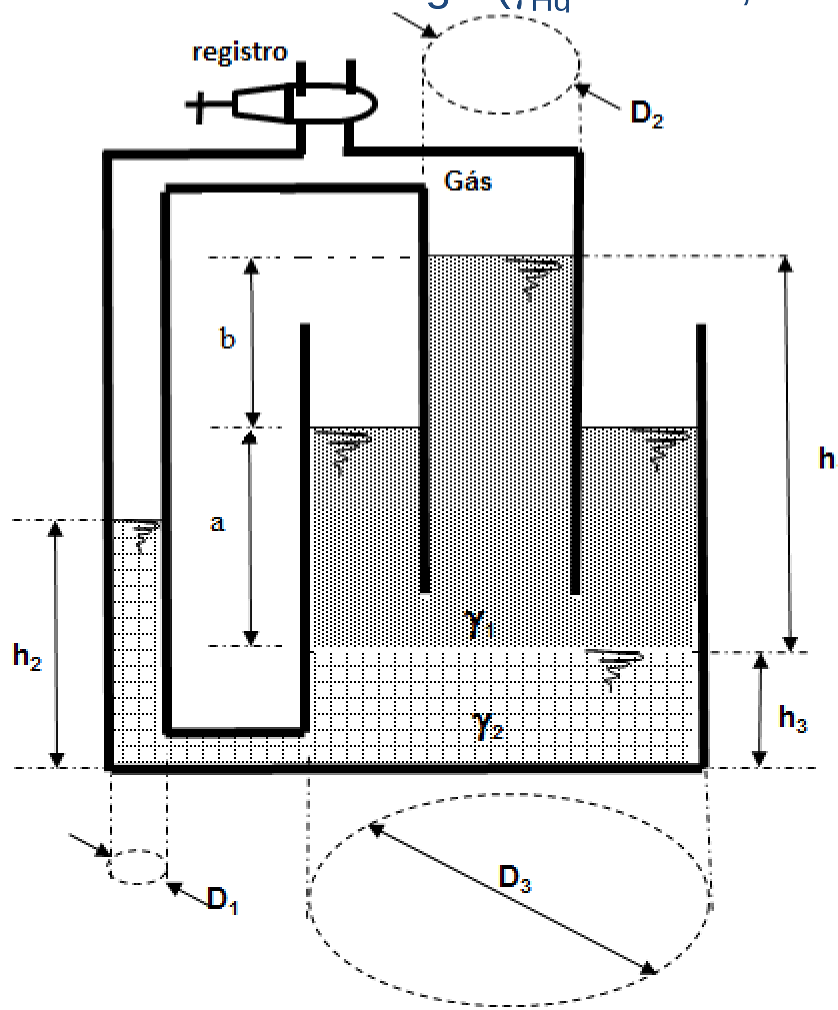
a) ;

b) ;

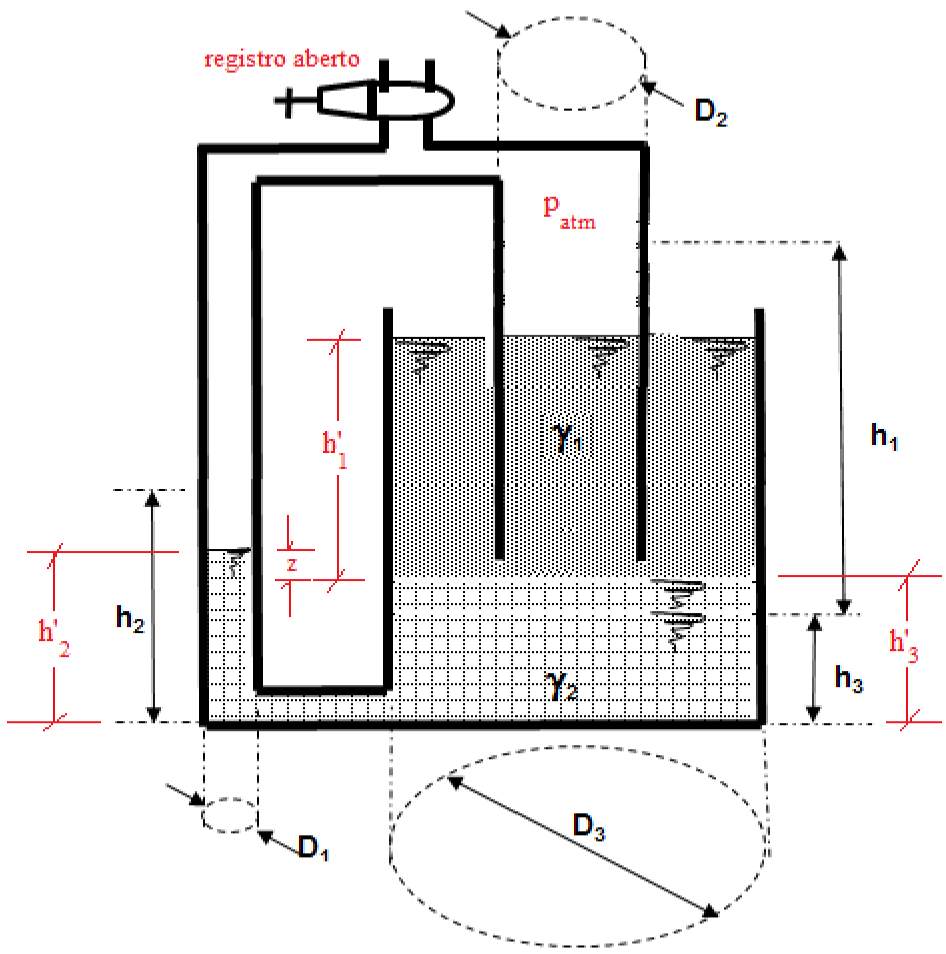
c) *As novas cotas, ao se abrir o registro.*

.

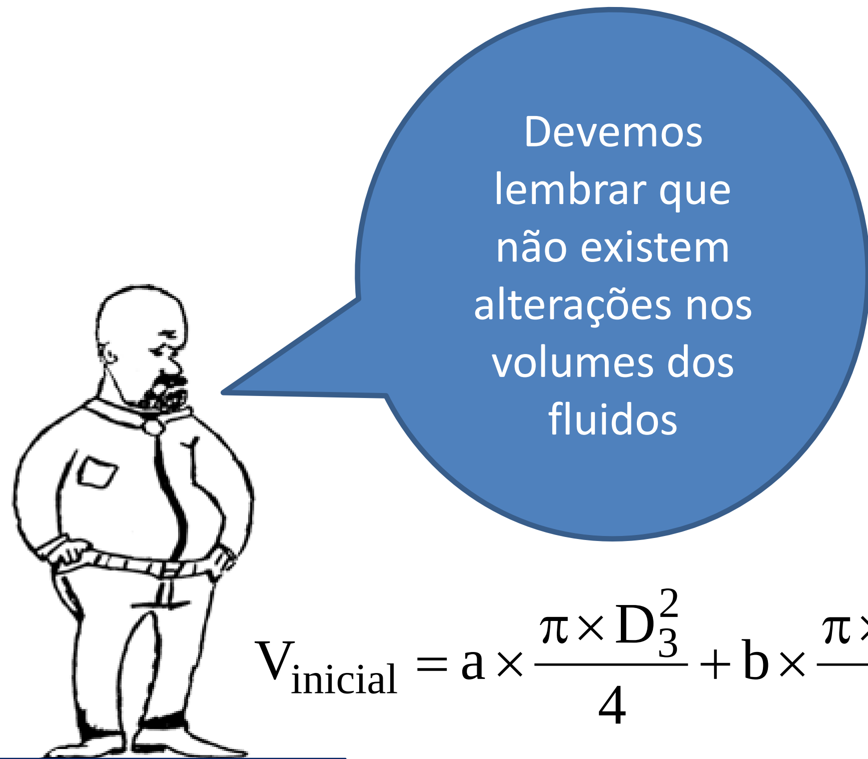
Exercício da primeira prova da FEI do segundo semestre de 2011.



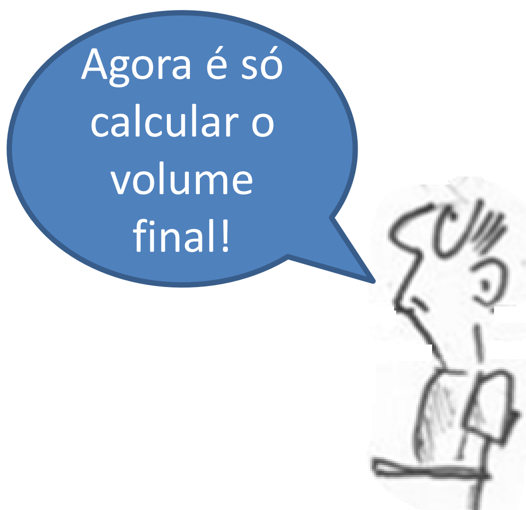

O registro sendo aberto
passamos a ter a pressão
atmosférica atuando como
mostra o próximo slide.

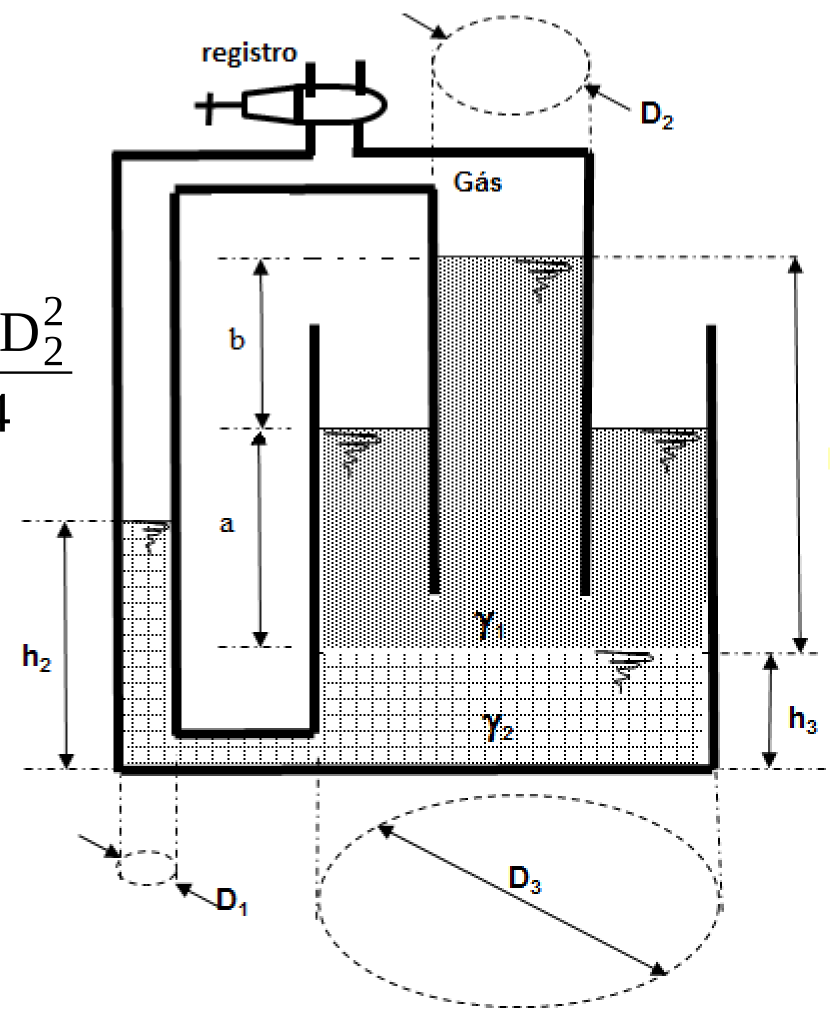


Portanto, vamos achar as cotas h'_1 , h'_2 e h'_3 .

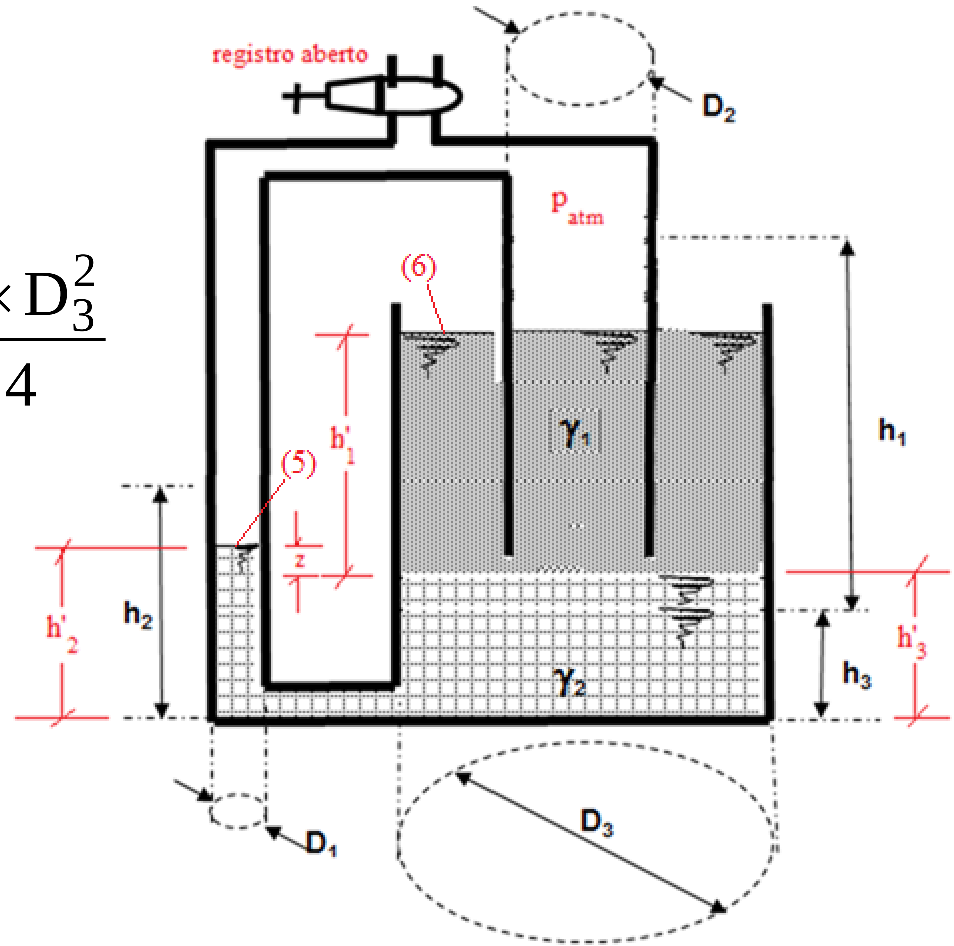


$$V_{inicial} = a \times \frac{\pi \times D_3^2}{4} + b \times \frac{\pi \times D_2^2}{4}$$





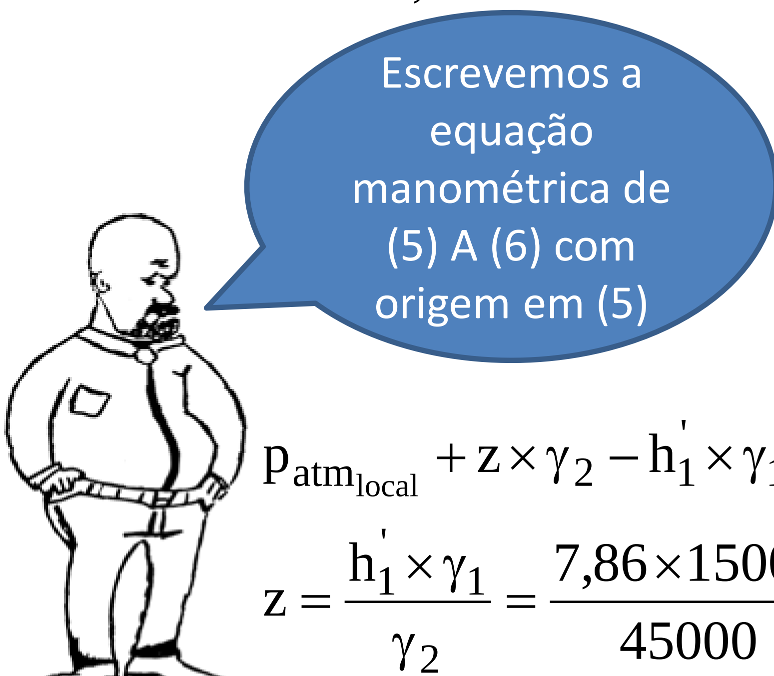
$$V_{final} = h_1' \times \frac{\pi \times D_3^2}{4}$$

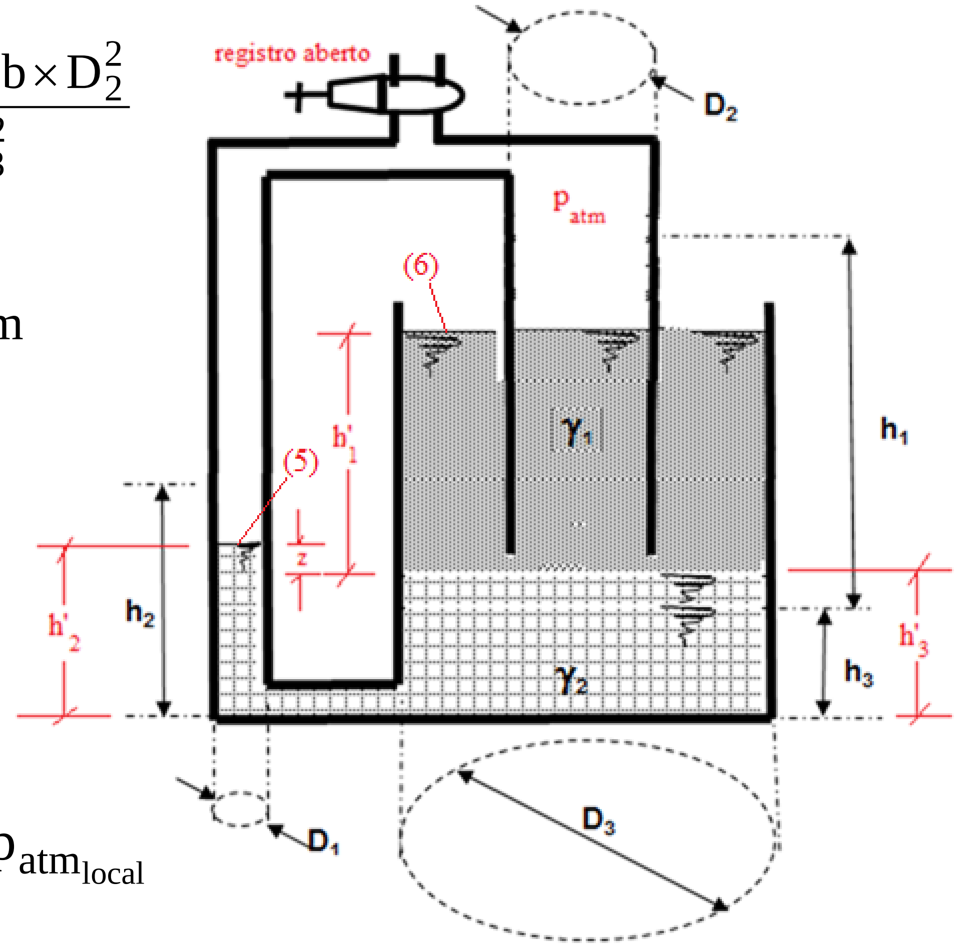


$$a \times \frac{\pi \times D_3^2}{4} + b \times \frac{\pi \times D_2^2}{4} = h_1' \times \frac{\pi \times D_3^2}{4}$$

$$h_1' = \frac{a \times \frac{\pi \times D_3^2}{4} + b \times \frac{\pi \times D_2^2}{4}}{\frac{\pi \times D_3^2}{4}} = \frac{a \times D_3^2 + b \times D_2^2}{D_3^2}$$

$$h_1' = \frac{6{,}67 \times 0{,}28^2 + 2{,}33 \times 0{,}20^2}{0{,}28^2} \cong 7{,}86\text{m}$$





$$p_{atm_{local}} + z \times \gamma_2 - h_1' \times \gamma_1 = p_{atm_{local}}$$

$$z = \frac{h_1' \times \gamma_1}{\gamma_2} = \frac{7{,}86 \times 15000}{45000} \cong 2{,}62\text{m}$$

$$\left(h_2 - h_2'\right) \times \frac{\pi \times D_1^2}{4} = \left(h_3' - h_3\right) \times \frac{\pi \times D_3^2}{4}$$

$$\left(h_2 - h_2'\right) \times D_1^2 = \left(h_3' - h_3\right) \times D_3^2$$

$$h_2' - h_3' = z$$

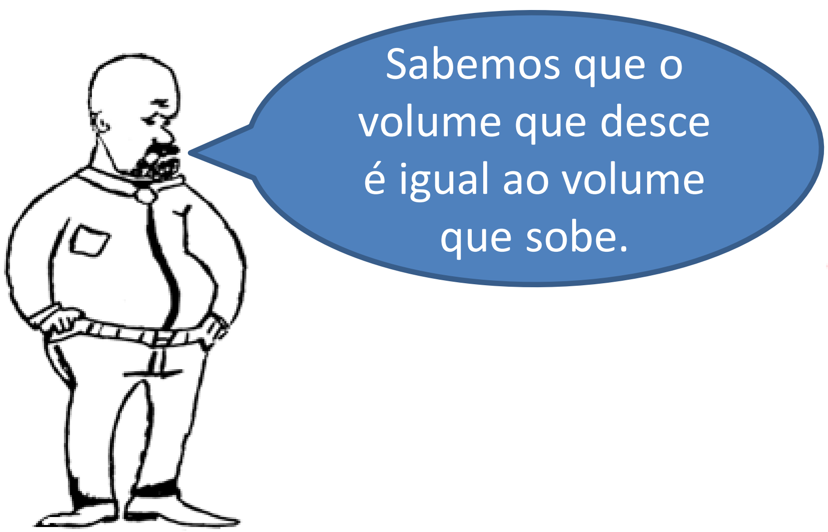
$$h_2' = z + h_3'$$

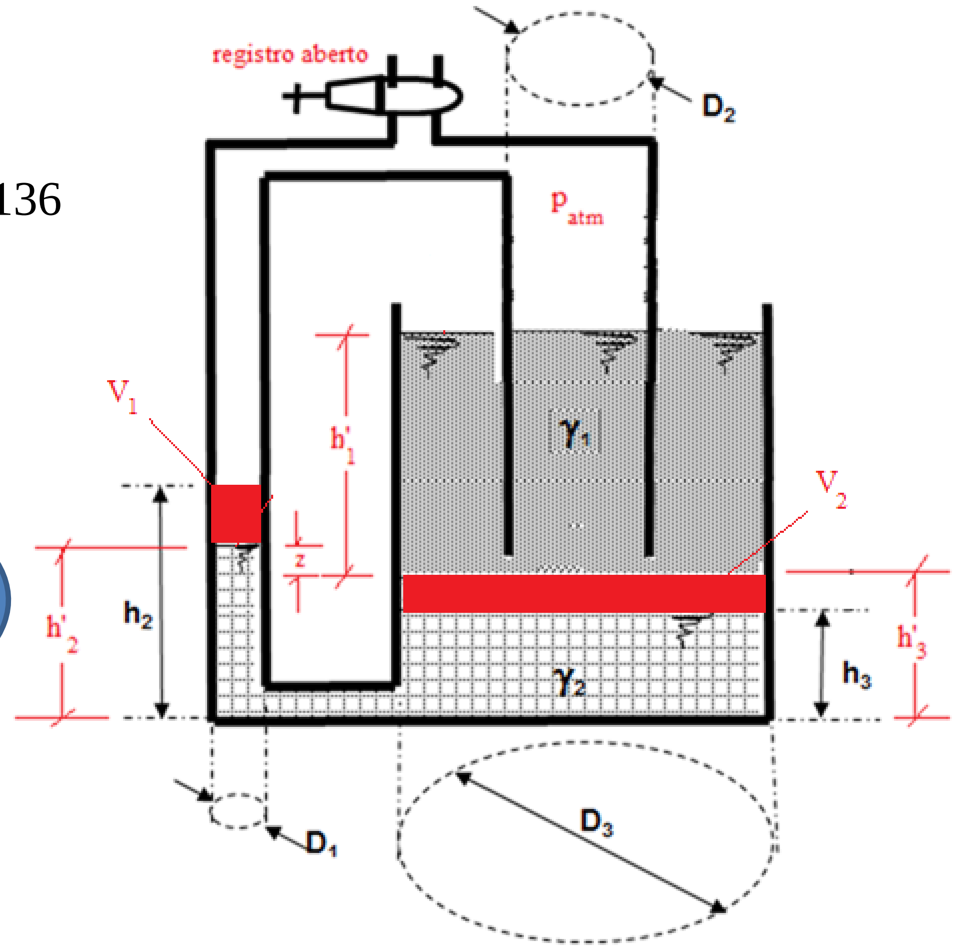
$$\left(7 - 2{,}62 - h_3'\right) \times 0{,}16^2 = \left(h_3' - 4\right) \times 0{,}28^2$$

$$0{,}112128 - 0{,}16^2 \times h_3' = 0{,}28^2 \times h_3' - 0{,}3136$$

$$h_3' \cong 4{,}09\text{m}$$

$$h_2' = 2{,}62 + 4{,}09 = 6{,}71\text{m}$$



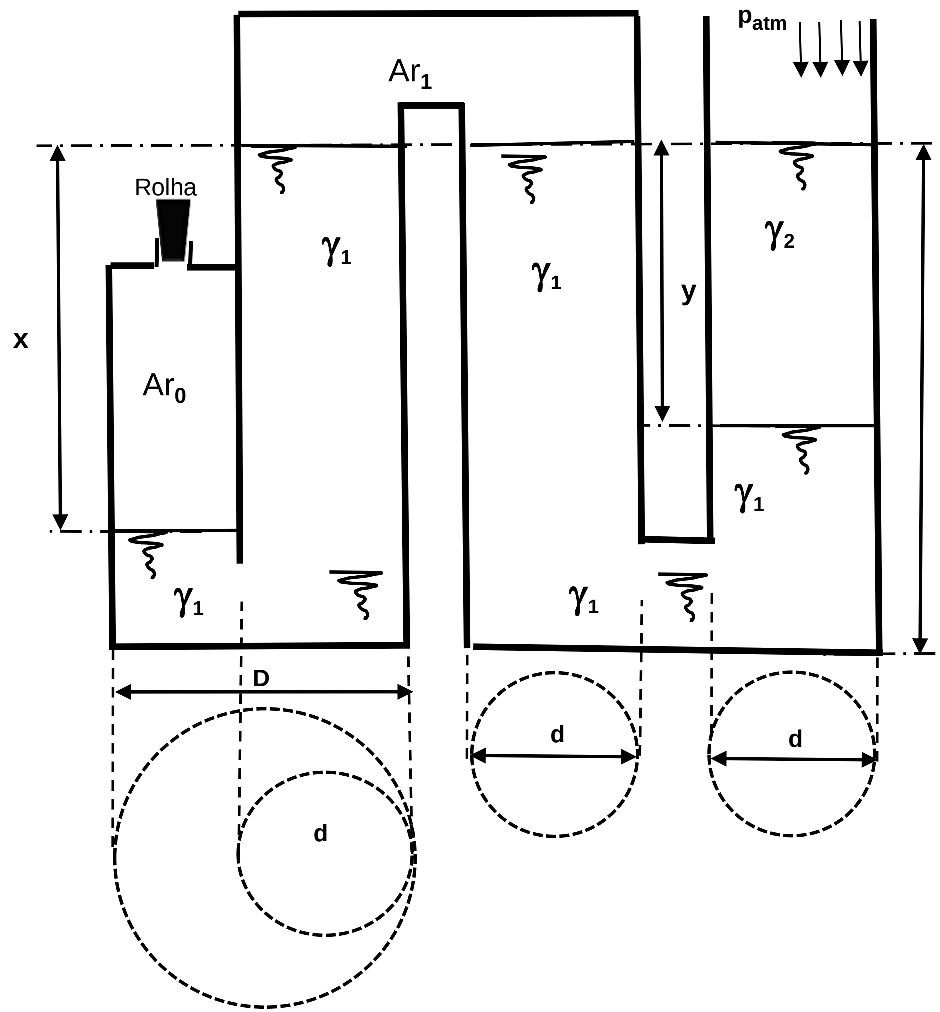



Vamos fazer mais um.

Na figura os diâmetros são respectivamente : D = 75 cm e d = 50 cm.
As cotas : x = 2 m; y = 1,4 m e z = 2,5 m. Os fluidos são de pesos específicos γ_1 = 10 N/L e γ_2 = 20 N/L. Sendo a pressão atmosférica local igual a100KPa.

Pede-se:

a) A pressão do Ar_1 em KPa abs;
b) A pressão do Ar_0 em KPa;
c) Qual será a nova cota z, se ao retirar a rolha, ocorre uma variação na pressão do Ar_1 de 4 KPa ?




Vamos resolver o exercício anterior **sem pensar como engenheiros**.

a)

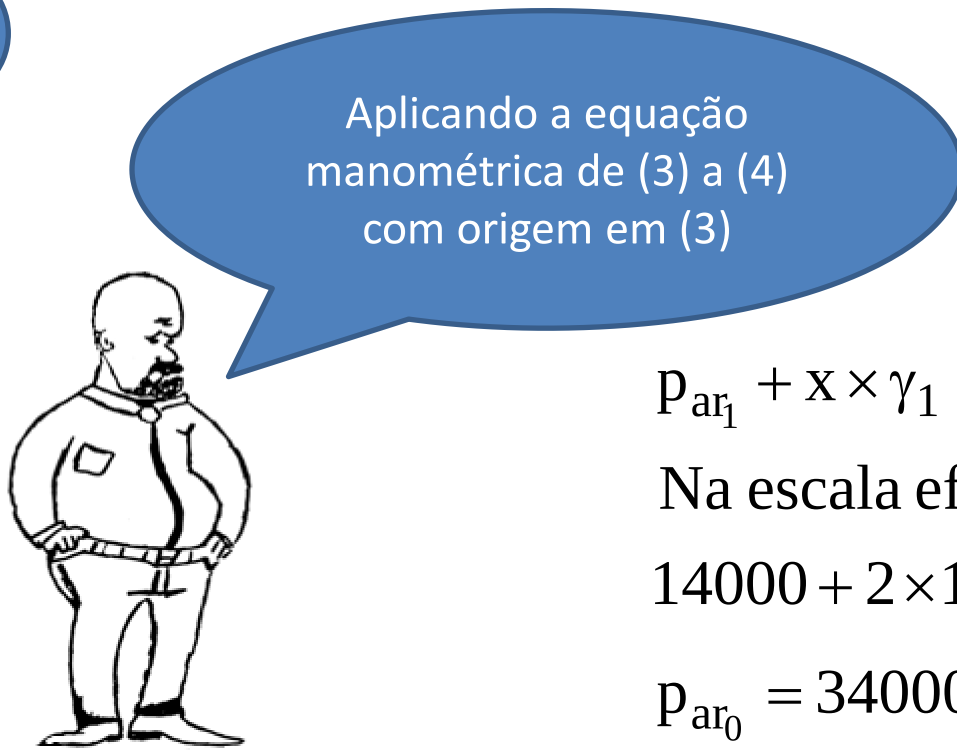
$$p_{ar_1} + y \times \gamma_1 - y \times \gamma_2 = p_{atm_{local}}$$

Na escala efetiva :

$$p_{ar_1} + 1{,}4 \times 10000 - 1{,}4 \times 20000 = 0$$

$$p_{ar_{1abs}} = p_{ar_1} + p_{atm_{local}} = 14 + 100 = 114\text{kPa}$$

b)



$$p_{ar_1} + x \times \gamma_1 = p_{ar_0}$$

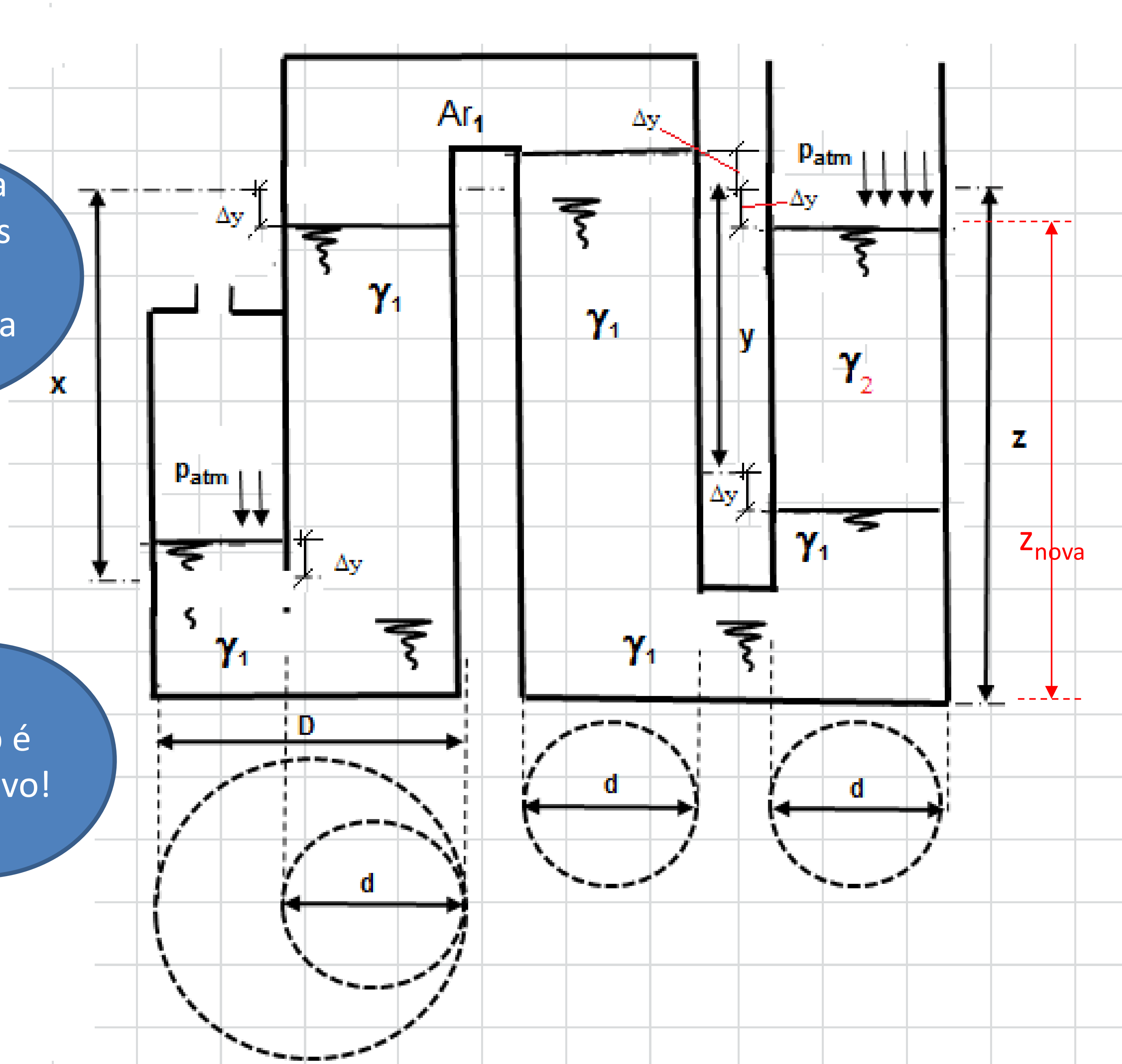
Na escala efetiva :

$$14000 + 2 \times 10000 = p_{ar_0}$$

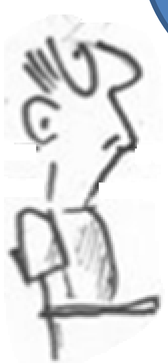
$$p_{ar_0} = 34000\text{Pa} = 34\text{kPa}$$

c)

Retirando a rolha temos a situação descrita pela figura:



O Δp é negativo!



Pela equação manométrica, temos:

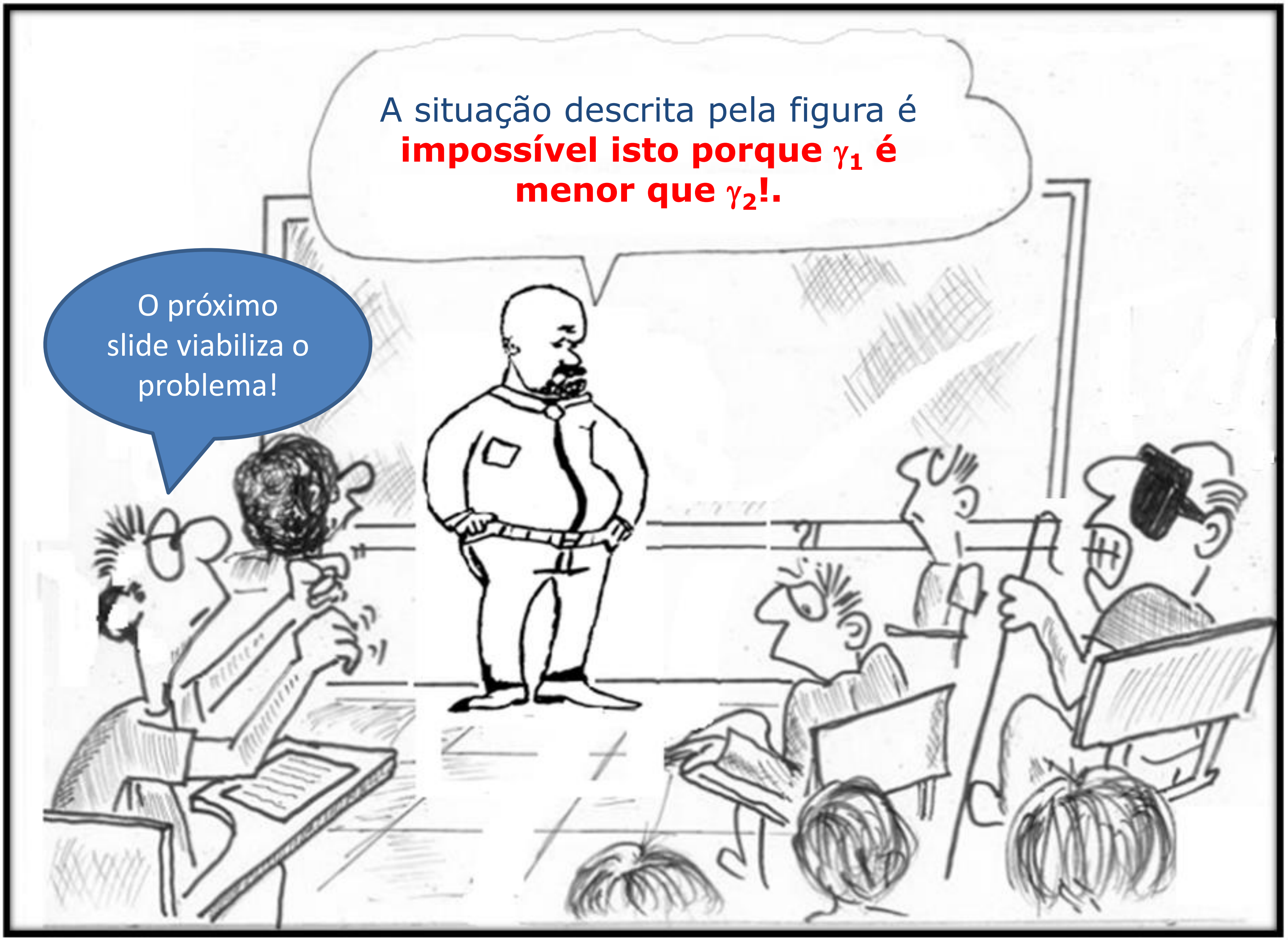
$$-\Delta p + 2 \times \Delta y \times \gamma_1 = 0$$

$$-4000 + 2 \times \Delta y \times 10000 = 0$$

$$\Delta y = \frac{4000}{20000} = 0{,}2\text{m}$$

$$\therefore z_{nova} = z - \Delta y = 2{,}5 - 0{,}2 = 2{,}3\text{m}$$

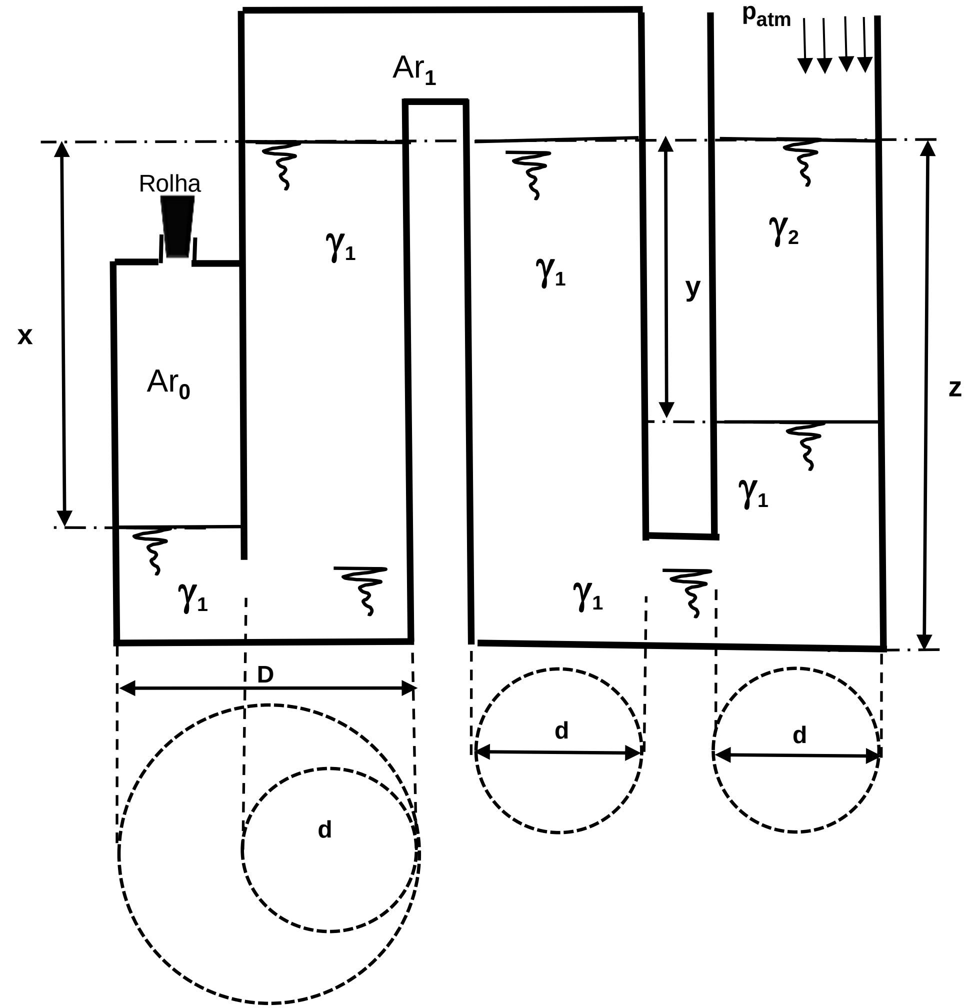

Vamos resolver o exercício agora
pensando como engenheiros.


A situação descrita pela figura é **impossível isto porque γ_1 é menor que γ_2!.**
O próximo slide viabiliza o problema!

Na figura os diâmetros são respectivamente : D = 75 cm e d = 50 cm.
As cotas : x = 2 m; y = 1,4 m e z = 2,5 m. **Os fluidos são de pesos específicos γ_1 = 20 N/L e γ_2 = 10 N/L**. Sendo a pressão atmosférica local igual a100KPa.

Pede-se:

a) A pressão do Ar_1 em KPa abs;
b) A pressão do Ar_0 em KPa;
c) Qual será a nova cota z, se ao retirar a rolha, ocorre uma variação na pressão do Ar_1 de 4 KPa ?




Continuando **sem pensar como engenheiros,** vamos aplicar a equação manométrica de (1) (2) com origem em (1):

a)

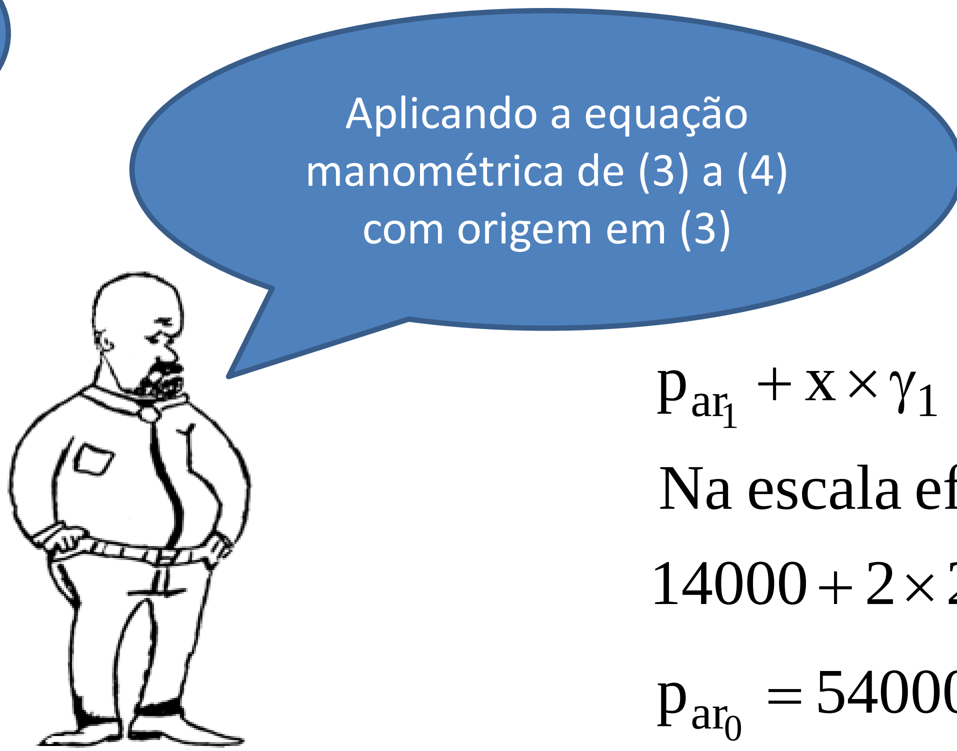
$$p_{ar_1} + y \times \gamma_1 - y \times \gamma_2 = p_{atm_{local}}$$

Na escala efetiva:

$$p_{ar_1} + 1{,}4 \times 20000 - 1{,}4 \times 10000 = 0$$

$$p_{ar_{1abs}} = p_{ar_1} + p_{atm_{local}} = -14 + 100 = 86kPa$$

b)



$$p_{ar_1} + x \times \gamma_1 = p_{ar_0}$$

Na escala efetiva:

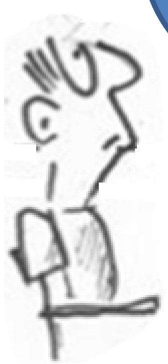
$$14000 + 2 \times 20000 = p_{ar_0}$$

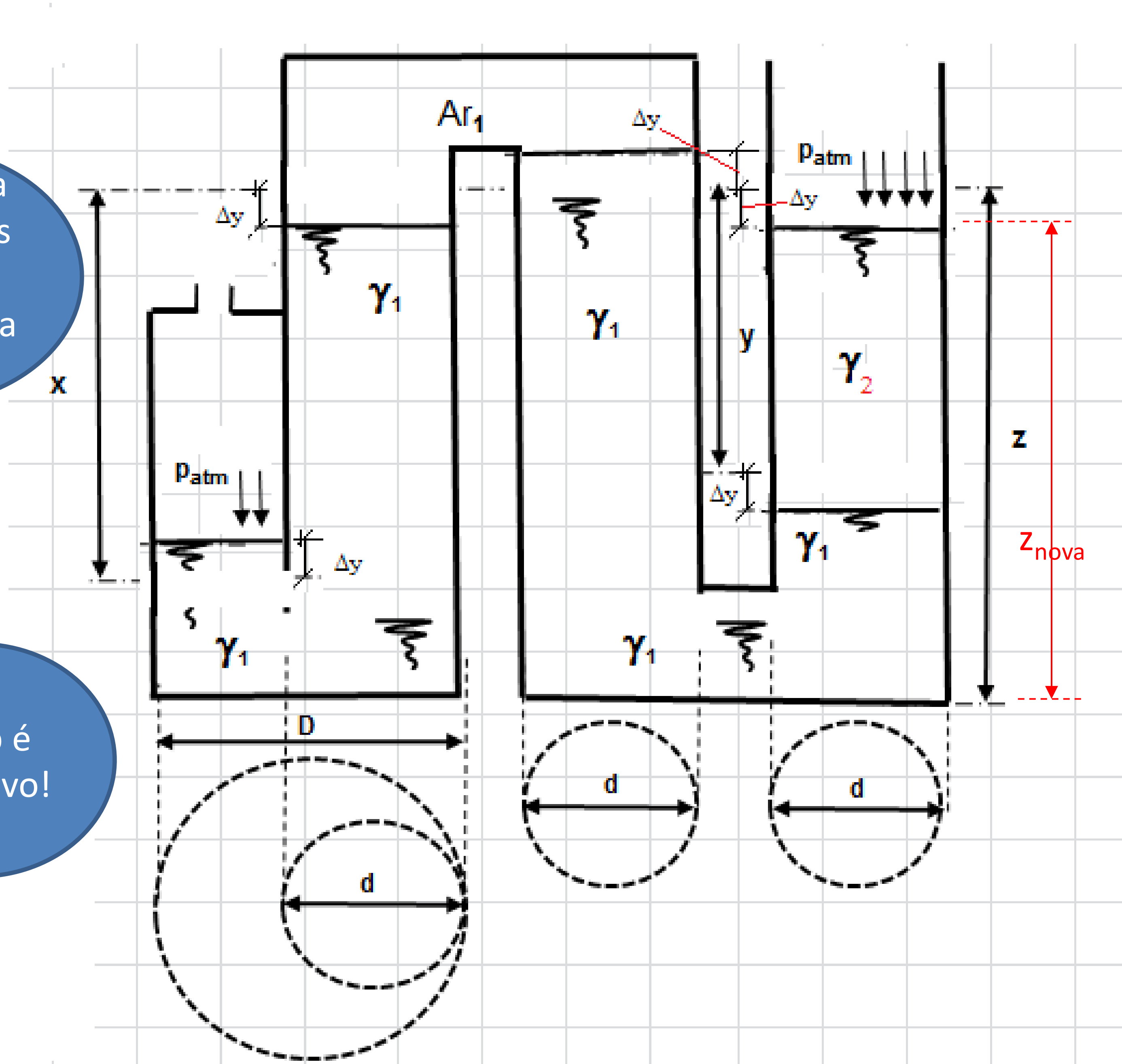
$$p_{ar_0} = 54000Pa = 54kPa$$

c)

Retirando a rolha temos a situação descrita pela figura:

O Δp é negativo!





Pela equação manométrica, temos:

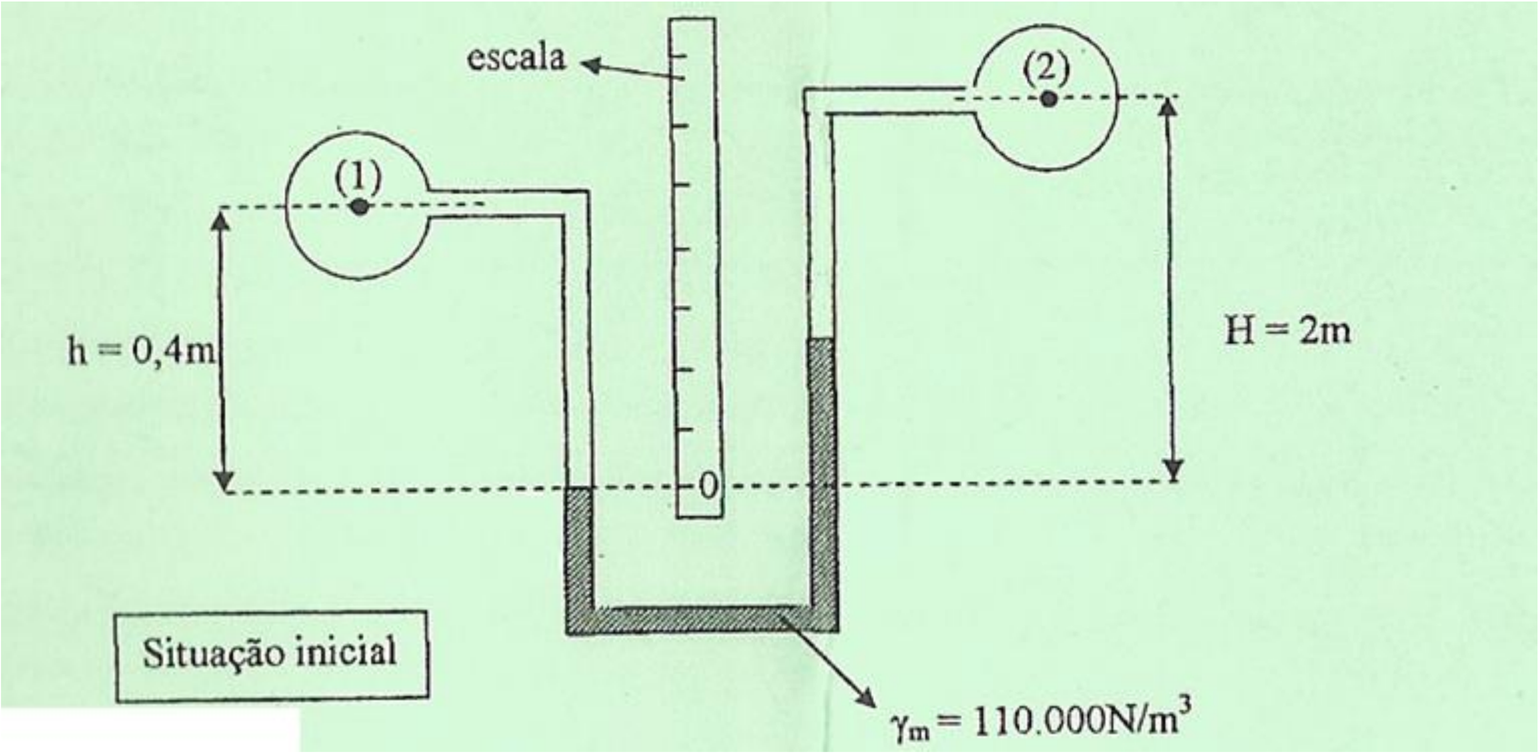
$$-\Delta p + 2 \times \Delta y \times \gamma_1 = 0$$

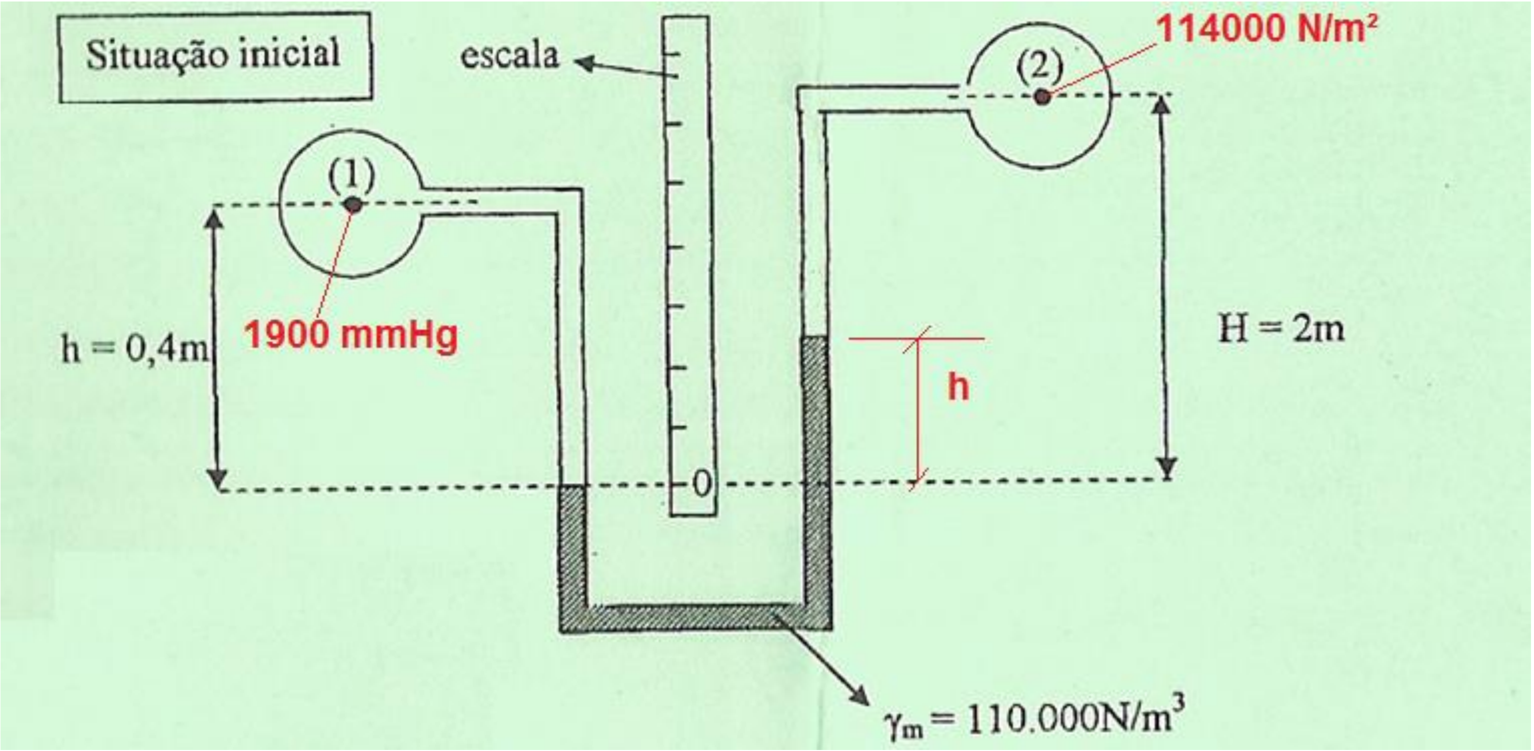
$$-4000 + 2 \times \Delta y \times 20000 = 0$$

$$\Delta y = \frac{4000}{40000} = 0{,}1\text{m}$$

$$\therefore z_{nova} = z - \Delta y = 2{,}5 - 0{,}1 = 2{,}4\text{m}$$

Um manômetro diferencial é instalado entre dois condutos por onde escoa o mesmo fluido, de massa específica 800 kg/m³, como mostra a figura. A pressão no tubo (2) é constante e igual a 114 kPa. Quando, numa primeira situação p_1 = 1900 mmHg, o nível do fluido manométrico na coluna esquerda coincide com o zero da escala. Determinar a altura do fluido manométrico, na coluna da direita, em relação ao zero da escala, quando a pressão em (1) aumenta para 2280 mm Hg ($\gamma_{Hg} = 1{,}36 \times 10^5$ N/m³)





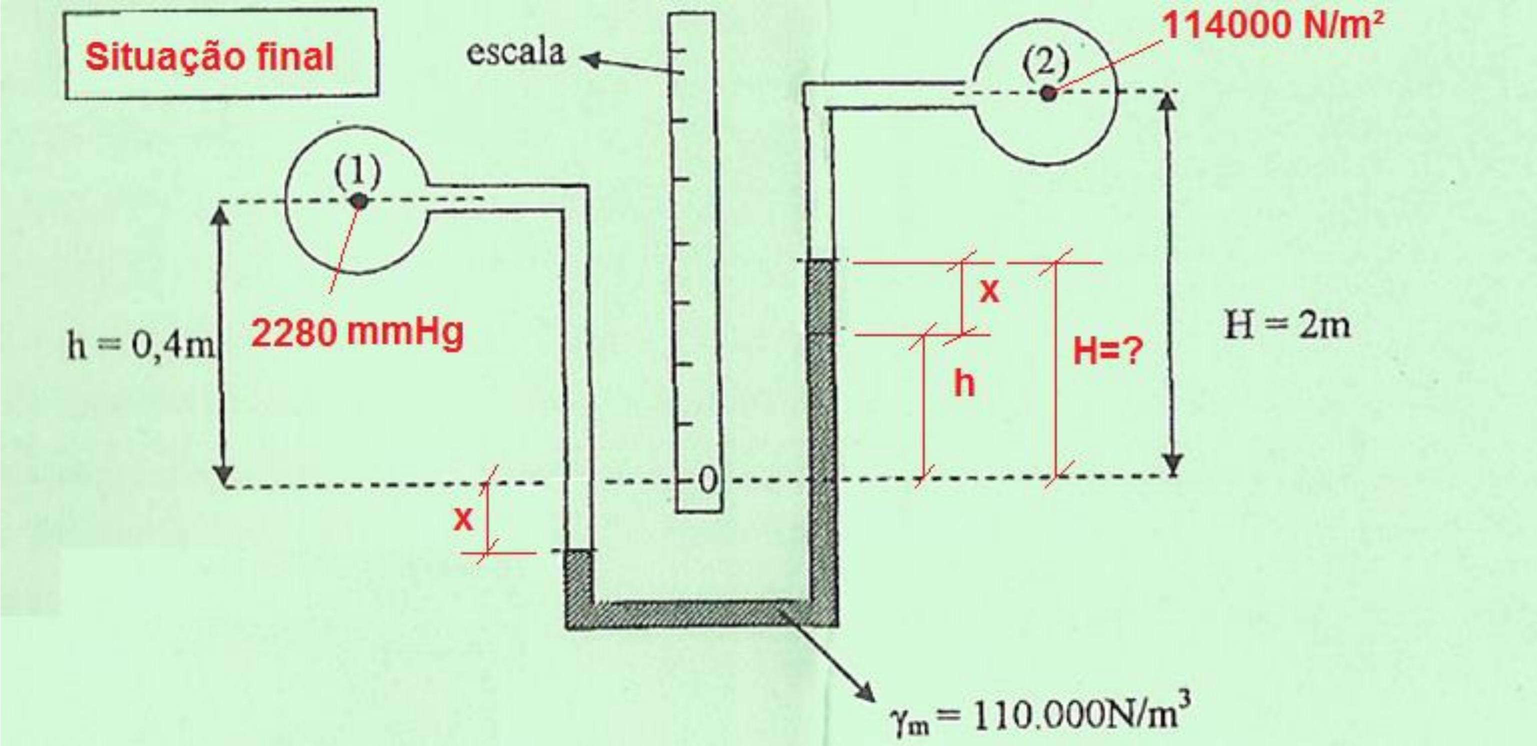
Aplica-se a equação manométrica de (1) a (2), adotando-se como origem (1):

$$\mathbf{p_1 + \gamma \times 0{,}4 - \gamma_m \times h - \gamma \times (2 - h)) = p_2}$$

$$\therefore \frac{1900}{1000} \times 1{,}36 \times 10^5 + 8000 \times 0{,}4 - 110000 \times h - 8000 \times (2 - h) = 114000$$

$$258400 + 3200 - 110000 \times h - 16000 + 8000h = 114000$$

$$131600 = 102000h \Rightarrow h = \frac{131600}{102000} \cong 1{,}29m$$



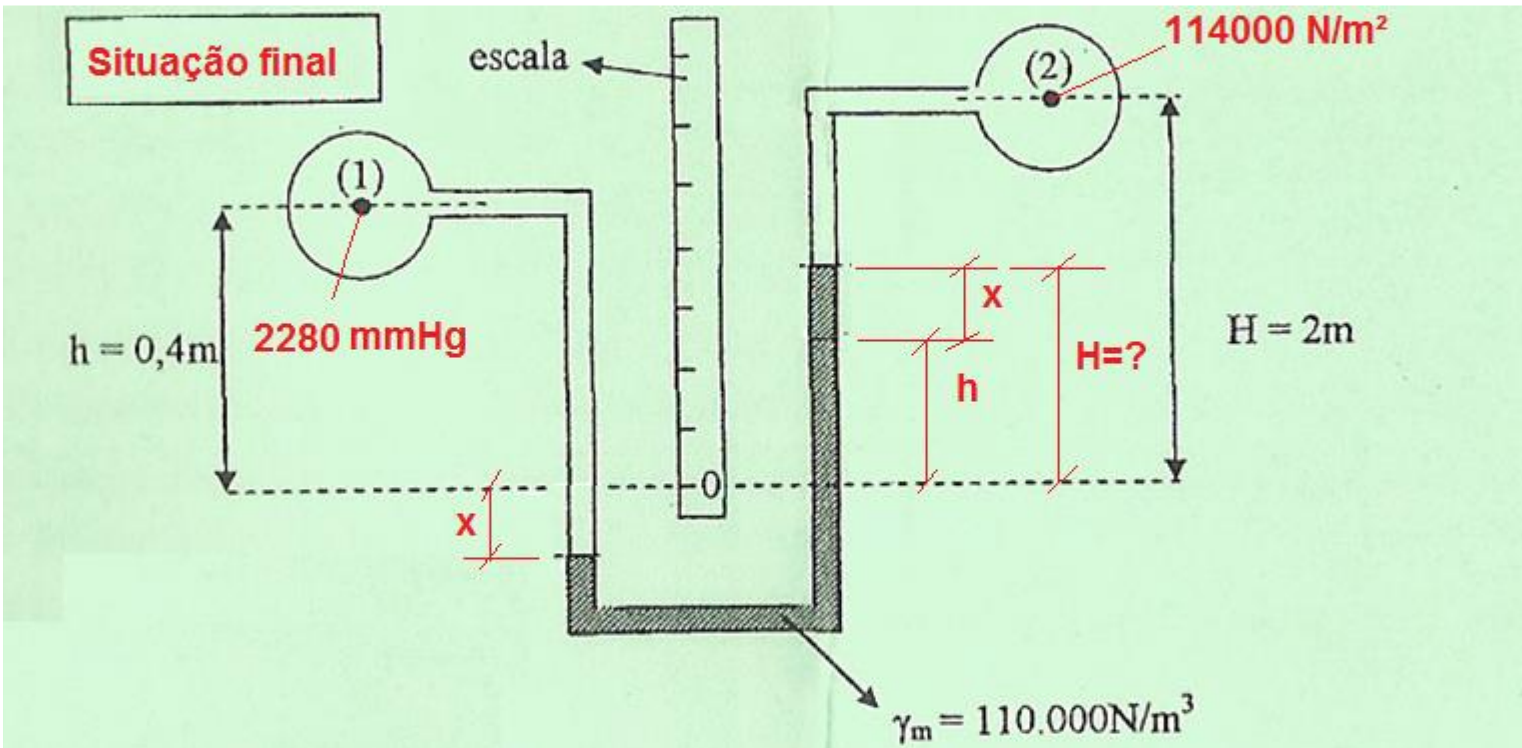
Aplica-se a equação manométrica de (1) a (2), adotando-se como origem (1):

$$\frac{2280}{1000}\times 1{,}36\times 10^{5}+8000\times(0{,}4+x)-110000\times(1{,}29+2x)-8000\times(2-1{,}29-x)=114000$$

$$310080+3200+8000x-141900-220000x-5680+8000x=114000$$

$$51700=204000x\;\therefore\; x=\frac{51700}{20400}\cong 0{,}253m$$

$$H=h+x=1{,}29+0{,}253=1{,}543m$$

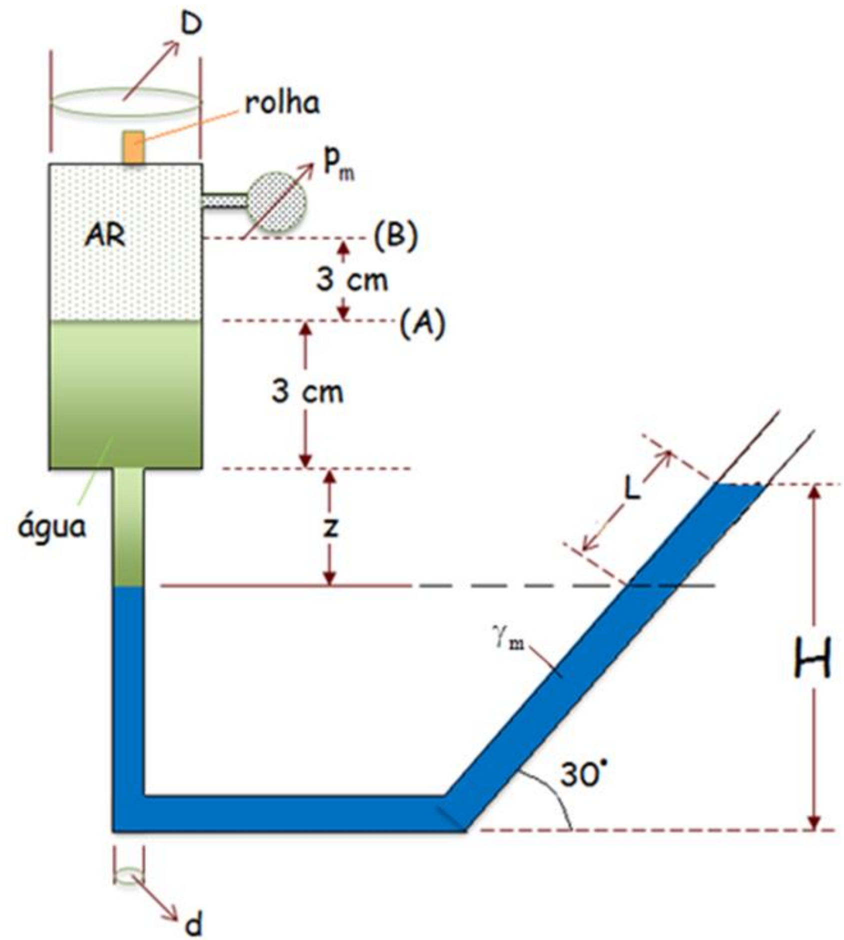


Situação final
escala
114000 N/m²
(2)
(1)
2280 mmHg
h = 0,4m
x
h
H=?
H = 2m
0
x
γ_m = 110.000N/m³

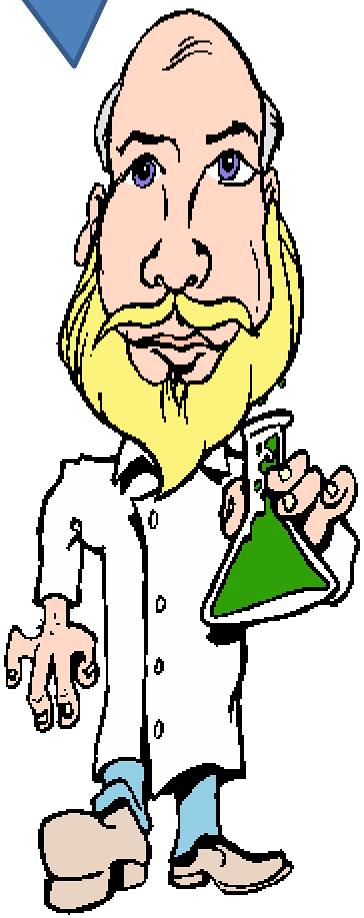
Outro de prova

Na figura, a superfície da água está em (A), pois neste nível a pressão absoluta do ar é de 104 kPa. Nesta condição a leitura L é de 68 cm, a leitura no manômetro metálico é de 0,8 mca e a cota z de 25 cm. Ao retirar a rolha, a superfície da água passa para o nível (B). Sendo o peso específico da água de 10 N/L, o peso específico do mercúrio de 136 N/L e o diâmetro do reservatório D = 13 cm. Pede-se:

a. Qual o peso específico do fluido manométrico (γ_m)?
b. Qual a leitura barométrica local em mmHg?
c. Se na condição da figura (com a rolha), a cota H = 65 cm; qual será a nova cota H quando se retirar a rolha?
d. Qual o diâmetro do tubo manométrico d?



VAMOS INICIAR RESOLVENDO O ITEM B E PARA TAL EVOCAMOS O CONCEITO DE PRESSÃO MANOMÉTRICA (p_m)



p_m = é a pressão registrada em um manômetro metálico ou de Bourdon a qual encontra-se na escala efetiva, a escala que adota como zero a pressão atmosférica local, que também é chamada de pressão barométrica.

$$p_m = p_{int} - p_{ext}$$

$$p_{ext} = p_{atm} = 0$$

$$\therefore p_m = p_{int} = p_{ar} = 0{,}8\,\text{mca}$$

VAMOS ANALISAR A UNIDADE mca!

A unidade metro de coluna d’água é uma unidade de carga de pressão (h), portanto para a determinação da pressão basta multiplicar a carga de pressão pelo peso específico do fluido considerado que no caso é a água.

$$\gamma_{H_2O} = 10\,\frac{N}{L} = 10\,\frac{N}{10^{-3}\,m^3} = 10000\,\frac{N}{m^3}$$

$$p_{ar} = h \times \gamma_{H_2O} = 0{,}8 \times 10000$$

$$p_{ar} = 8000\,\frac{N}{m^2}\,(\text{ou Pa})$$

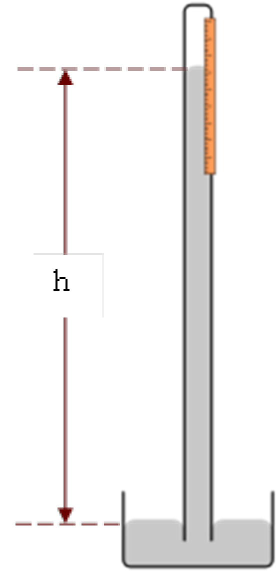
PARA OBTERMOS A PRESSÃO ATMOSFÉRICA LOCAL EVOCAMOS A RELAÇÃO ENTRE A PRESSÃO NA ESCALA ABSOLUTA E A PRESSÃO NA ESCALA EFETIVA, OU SEJA:

$$p_{absoluta} = p_{efetiva} + p_{atm_{local}}$$

$$p_{ar_{abs}} = p_{ar} + p_{atm_{local}}$$

$$104000 = 8000 + p_{atm_{local}}$$

$$p_{atm_{local}} = 96000\,\frac{N}{m^2}\,(\text{ou Pa})$$



$$\gamma_{Hg} = 136\frac{N}{L} = 136\frac{N}{10^{-3}m^3} = 136000\frac{N}{m^3}$$

$$96000 = 136000 \times h$$

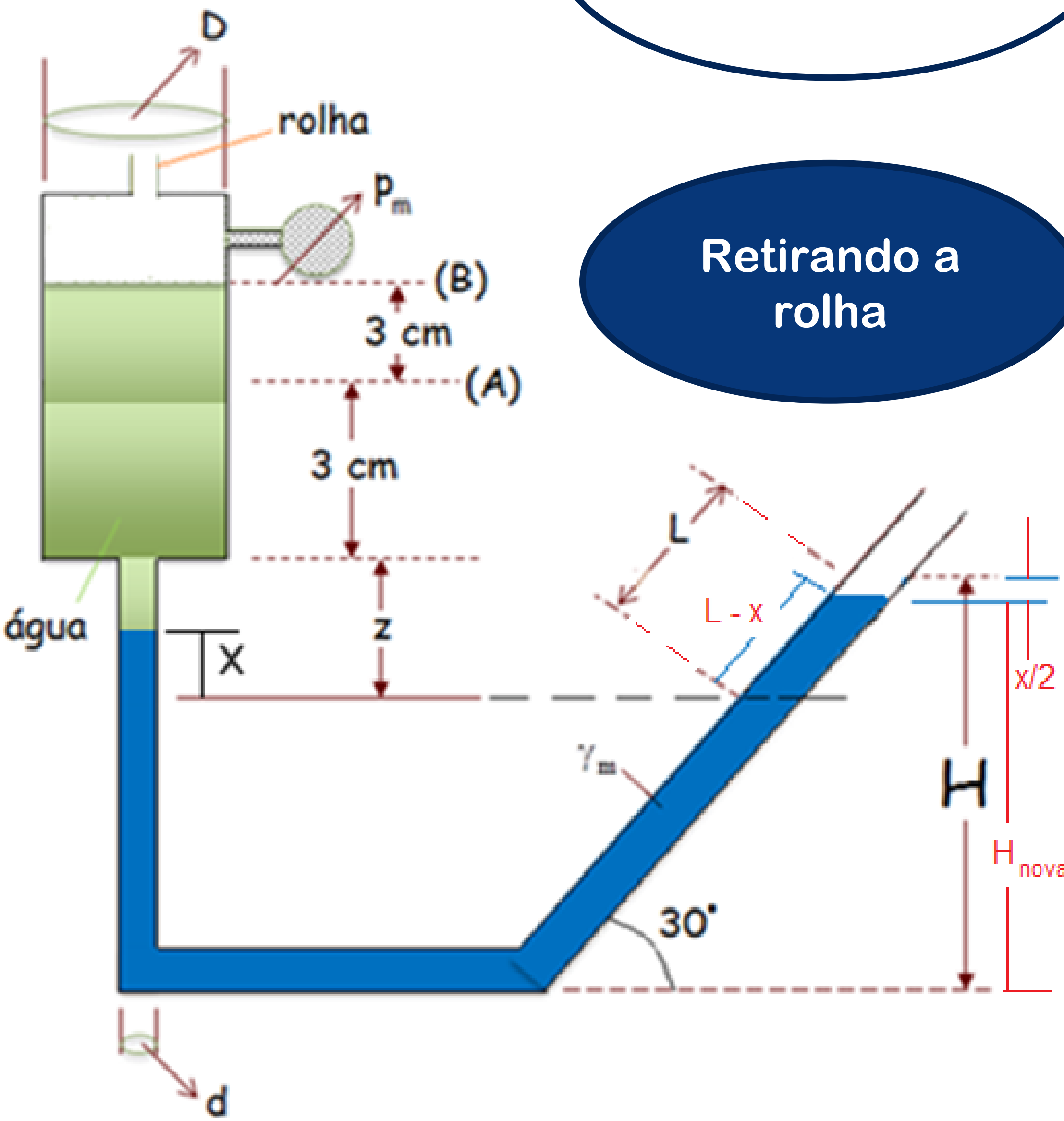
$$h = \frac{96000}{136000} \cong 0{,}706\text{mHg}$$

$$\text{Como } 1\text{m} = 1000\text{ mm, temos:}$$

$$h = 0{,}706 \times 1000 = 706\text{mmHg}$$

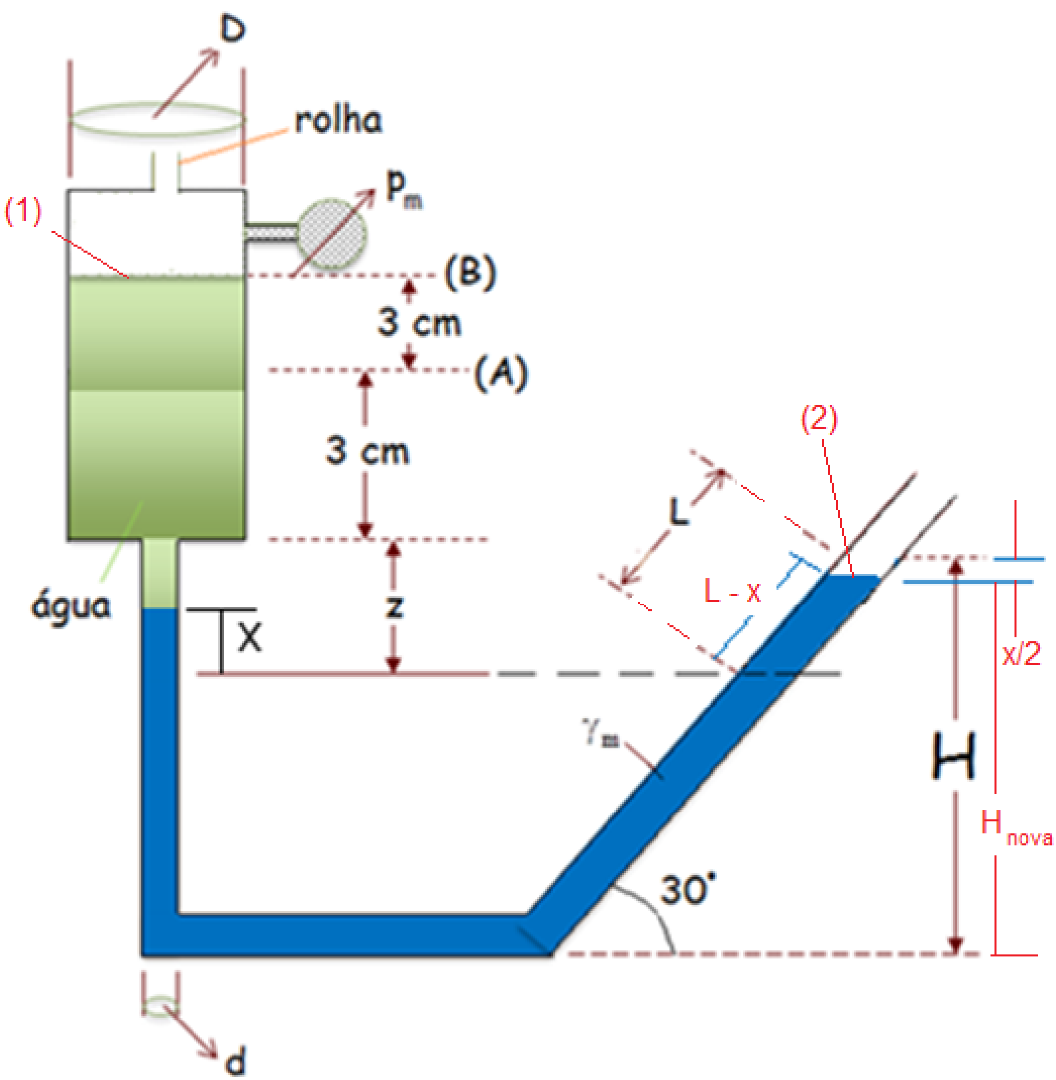
RESOLVENDO O ITEM C

Retirando a rolha



Não pode haver variação de volume do líquido.

Portanto o volume que subiu no reservatório de diâmetro D é igual ao volume que subiu em d.



Para facilitar a solução deste item, vamos evocar o conceito de equação manométrica. Equação manométrica é uma regra pratica para se obter a diferença de pressão entre dois pontos fluidos e para aplicá-la devemos:

1. escolher dois pontos;
2. adotar um deles como origem e ir para o outro somente na vertical e horizontal;
3. marcando a pressão que atua na origem a ela soma-se os γ x h descentes e subtrai-se os γ x h ascendente e a expressão obtida iguala-se à pressão que age no ponto não adotado como origem.

Aplica-se a equação manométrica de (1) a (2) adotando a origem em (1)

$$p_1 + 0{,}06 \times \gamma_{H_2O} + (z - x) \times \gamma_{H_2O} - (L - x) \times \text{sen}30 \times \gamma_m = p_2$$

$$p_1 = p_2 = p_{atm_{local}} = 0 \Rightarrow \text{escala efetiva}$$

$$0{,}06 \times 10000 + (0{,}25 - x) \times 10000 - (0{,}68 - x) \times 0{,}5 \times 31764{,}7 = 0$$

$$x = \frac{7699{,}998}{37647{,}05} \cong 0{,}205\text{m} = 20{,}5\text{cm}$$

$$H_{nova} = H - \frac{x}{2} = 65 - \frac{20{,}5}{2} = 54{,}75\text{cm}$$

Vamos agora resolver o item d

Já que não pode haver variação de volume, podemos afirmar que o volume que subiu no reservatório de diâmetro D é igual ao volume que subiu em d, portanto:

$$3 \times \frac{\pi \times 13^2}{4} = 20{,}5 \times \frac{\pi \times d^2}{4}$$

$$\therefore d = \sqrt{\frac{3 \times 13^2}{20{,}5}} \cong 5\text{cm}$$

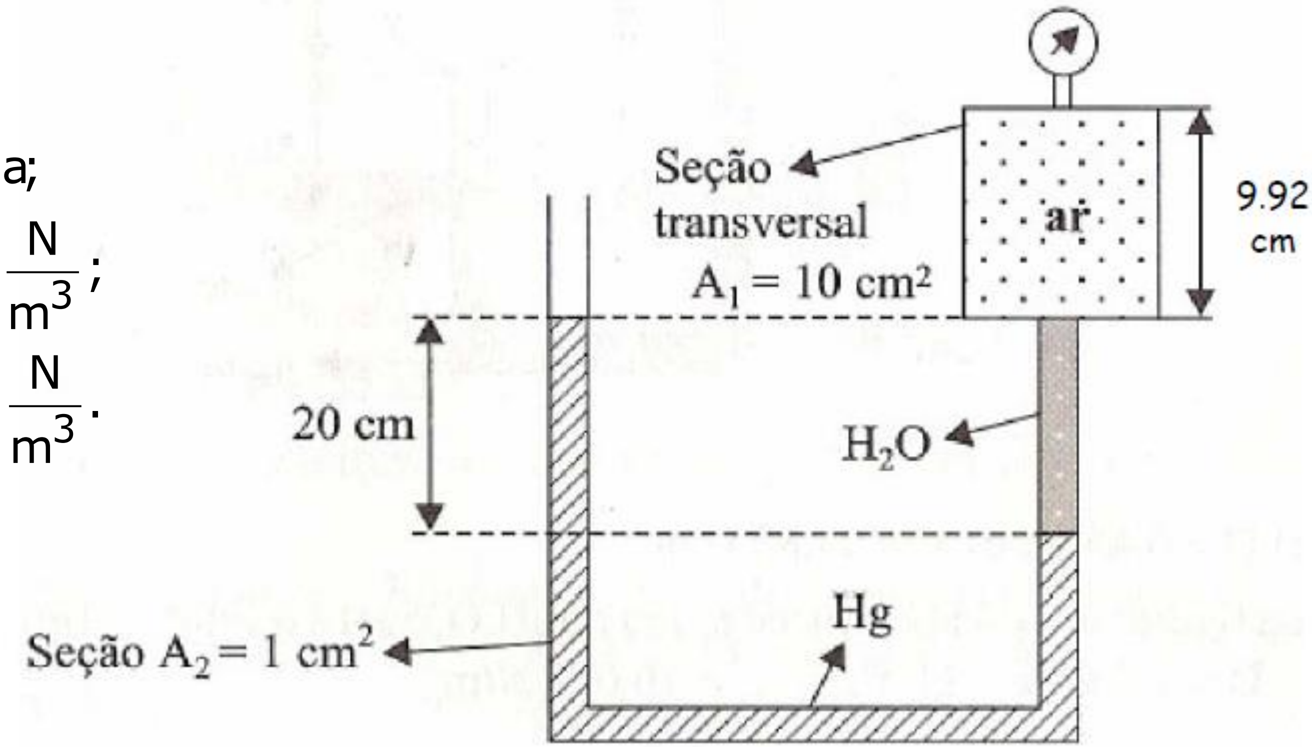
2.14 – A figura mostra o ar contido num recipiente, inicialmente a 100 ^{0}C. O ar é resfriado e a água do manômetro sobe 0,5 cm para dentro do recipiente. (a) Qual é a leitura inicial do manômetro em Pa? (b) Qual é a leitura final do manômetro em Pa? (c) Qual é a temperatura final em ^{0}C?

Dados:

$p_{atm} = 100\,\text{kPa};$

$\gamma_{H_2O} = 10000\,\frac{N}{m^3};$

$\gamma_{Hg} = 136000\,\frac{N}{m^3}.$

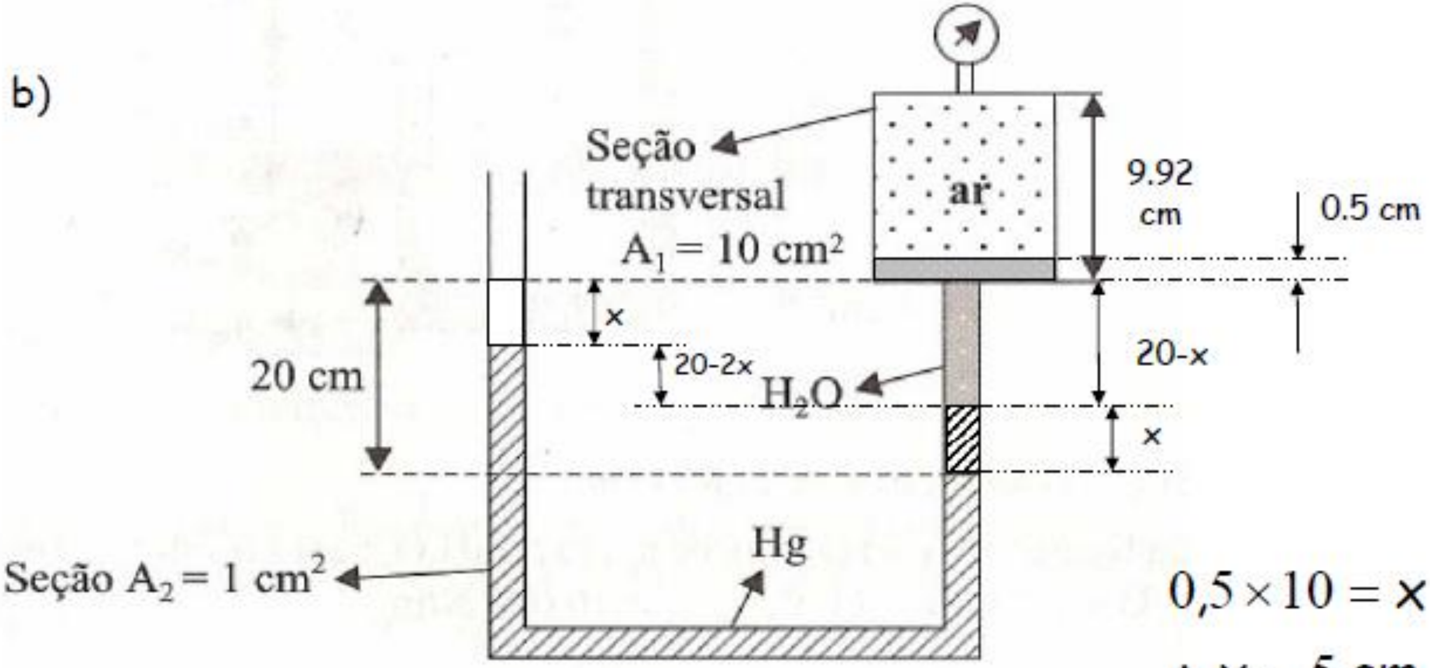


Resolução

a) $0{,}20 \times 136000 - 0{,}20 \times 10000 = p_{ar_{inicial}} = p_{mi}$

$\therefore p_{mi} = 25200\ \text{Pa} = 25{,}2\ \text{kPa}$

b)



$0{,}5 \times 10 = x$

$\therefore x = 5\ \text{cm}$

$0{,}10 \times 136000 - 0{,}155 \times 10000 = p_{ar_{final}} = p_{mf}$

$\therefore p_{mf} = 12050\ \text{Pa} = 12{,}05\ \text{kPa}$

Continuação da resolução do 2.14

$$\frac{p_i V_i}{T_i} = \frac{p_f V_f}{T_f}$$

$$\frac{(25200 + 100000) \times 10 \times 9{,}92}{(273 + 100)} = \frac{(12050 + 10000) \times 10 \times (9{,}92 - 0{,}5)}{(273 + t_f)}$$

$$t_f \cong 44^\circ C$$