

## **Objetivos da segunda aula da unidade 2:**

**Realizar tarefas que visam facilitar o comprometimento com o aprendizado e a participação efetiva dos alunos;**

**Estudar o teorema de Stevin;**

**Introduzir a equação manométrica;**

**Propor nova tarefa.**

## **Na Escola da Vida, não se pesca para os Alunos, através dela, orienta-se a ter uma pescaria eficiente.**

Desejando colocar em prática esta certeza, estabeleço uma nova tarefa, que deve ser elaborada e apresentada nesta aula. Seu título:

**"Ainda, utiliza-se o teorema de Stevin em muitas aplicações da Engenharia."**

As equipes devem se reunir por 25 minutos. Baseadas no texto, que descreve o item 2.3 (páginas: 99 a 100 desta unidade), devem responder as perguntas apresentadas a seguir.

- P1** - Qual a ordem de grandeza do erro cometido na medida de pressão em manômetros de colunas de líquidos?
- P2** - Você seria capaz de citar outros exemplos, sem ser aqueles mencionados nesta unidade, onde se utilizam manômetros de colunas de líquidos?
- P3** - Você seria capaz de dar o conceito de um volume de controle (VC)?
- P4** - Na introdução do enunciado do teorema de Stevin, considerou-se a base do cilindro como um ponto fluido. Você concorda com esta consideração? Justifique.
- P5** - Na figura 2.9, considerou-se os pontos (1) e (2) respectivamente a profundidade  $h_1$  e  $h_2$  em relação a superfície livre. Podemos afirmar que:  $p_1 = \gamma \cdot h_1$  e  $p_2 = \gamma \cdot h_2$ ? Justifique.
- P6** - Como o fluido considerado para a introdução do enunciado do teorema de Stevin, está em repouso, poderíamos ter a somatória das forças em relação a algum de seus eixos diferente de zero?

**P7** - Considerando-se o cilindro fluido representado pela figura 2.9, onde conhecemos os seus peso específico e altura, como podemos determinar o seu peso?

**P8** - Você seria capaz de explicar, porque não foi considerado o empuxo no cilindro fluido representado pela figura 2.9?

### 2.3 Teorema de Stevin

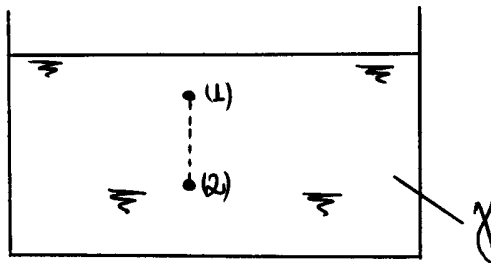
O teorema de Stevin será a base para o estudo dos manômetros de colunas de líquido.

Estes aparelhos são de construção simples e de baixo custo, além destas vantagens praticamente não exigem manutenção, nem calibragem especial e permitem medições com grande precisão (erro máximo na ordem de 1%).

São várias as aplicações práticas deste tipo de aparelho, citamos algumas delas:

- . medidores de vazão;
- . medidores de velocidades;
- . controle de nível de reservatórios.

Para introduzir o enunciado do teorema de Stevin, consideramos um recipiente que contém um fluido contínuo, incompressível, em repouso e que apresenta um peso específico conhecido e igual a  $\gamma$  (figura 2.8).



**Figura 2. 8**

Consideramos um volume de controle no formato de um cilindro com a base apresentando uma área elementar  $dA$ , como mostra a figura 2.9.

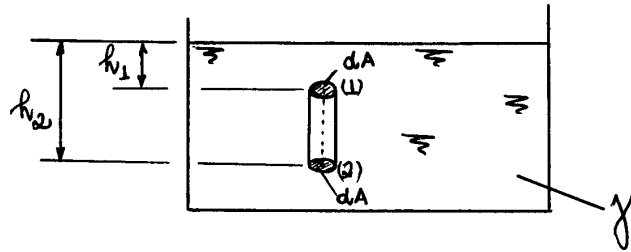


Figura 2. 9

Considera-se, tanto a base superior como a base inferior do cilindro sendo representadas por pontos fluidos, respectivamente pontos (1) e (2), onde atuam respectivamente as pressões  $p_1$  e  $p_2$ .

Pela condição do fluido estar em repouso, podemos afirmar que o cilindro também o está, e isto permite concluir que:

$$\sum \vec{F}_{\text{cilindro}} = 0$$

Considerando o eixo z, que passa pelos centros de gravidades das bases do cilindro, como mostra a figura 2.10, podemos escrever que:

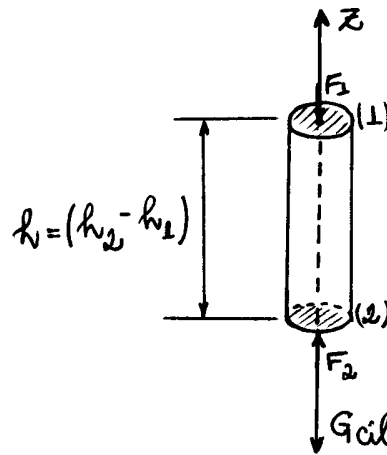


Figura 2. 10

$$\sum \vec{F}_z = 0$$

$$p_1 \cdot dA + \gamma \cdot dA \cdot h = p_2 \cdot dA$$

$$\therefore p_1 = p_2 - \gamma \cdot h$$

**Equação 2. 4**

A equação 2.4 pode se rescrita da seguinte forma:

$$p_1 - p_2 = \gamma \cdot h$$

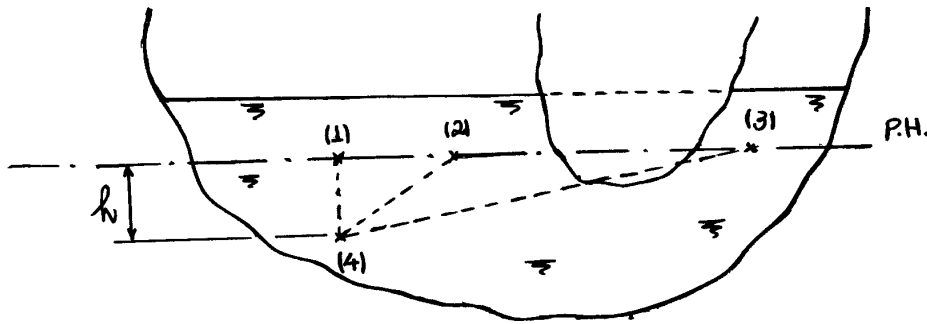
**Equação 2.5**

A equação 2.5 dá origem ao enunciado do teorema de Stevin, que pode ser assim descrito:

**“A diferença de pressão entre dois pontos fluidos, pertencentes a um fluido contínuo, incompressível e em repouso é igual ao produto do seu peso específico pela diferença de cotas entre os pontos.”**

Considerando que o recipiente representado pela figura 2.11, encerra um fluido contínuo, incompressível, em repouso, que PH é um plano horizontal traçado no meio fluido e que  $p_1 = p_2 = p_3 = p_4$ , podemos obter as seguintes conclusões:

- 1ª - Ao traçarmos um plano horizontal em um meio fluido contínuo, incompressível e em repouso, todos os seus pontos estarão submetidos a mesma pressão.
- 2ª - A pressão em um ponto fluido pertencente a um fluido contínuo, incompressível e em repouso não depende do formato do recipiente que o contém, isto desde que o mesmo não seja capilar.
- 3ª - A diferença de pressão obtida entre dois pontos pertencentes a um fluido contínuo, incompressível e em repouso, não depende da distância entre os pontos, depende somente da diferença de cotas entre os pontos e de seu peso específico.



**Figura 2.11**

**Observação:**

Ao considerar um gás confinado em um recipiente pequeno, pelo fato do  $\gamma_{\text{gás}}$  ser muito menor que o  $\gamma_{\text{líquido}}$ , podemos considerar que a sua pressão é praticamente constante.

$$\Delta p_{\text{gás}} = \gamma_{\text{gás}} \cdot h \cong 0$$

$$\therefore p_{\text{gás}} = \text{constante}$$

## 2.4 Equação manométrica

Esta é a equação que aplicada nos manômetros de coluna de líquidos, resulta em uma diferença de pressão entre dois pontos fluidos, ou na pressão de um ponto fluido.

Ela é válida quando o sistema considerado estiver em repouso.

Considerando o sistema representado pela figura 2.12, aplicamos a equação manométrica para a determinação da diferença de pressão  $p_1 - p_2$ .

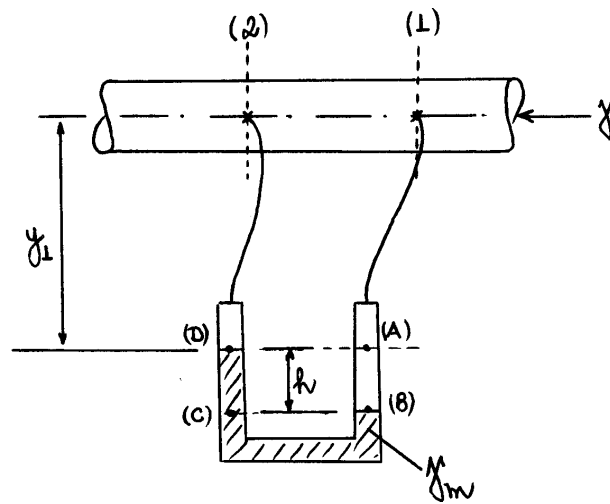


Figura 2. 12

A equação manométrica pode ser obtida de duas maneiras distintas:

1ª- Nomeando-se as superfícies de separação dos fluidos e aplicando-se o teorema de Stevin. Nesta situação, tem-se:

$$p_A - p_1 = \gamma \times y_1 \quad \therefore \quad p_A = p_1 + \gamma \times y_1$$

$$p_B - p_A = \gamma \times h \quad \therefore \quad p_B = p_A + \gamma \times h$$

$$\therefore p_B = p_1 + \gamma \times y_1 + \gamma \times h$$

$$p_B = p_C = p_1 + \gamma \times y_1 + \gamma \times h \quad \text{Equação A}$$

$$p_C - p_D = \gamma_m \times h \therefore$$

$$p_D = p_C - \gamma_m \times h = p_1 + \gamma \times y_1 + \gamma \times h - \gamma_m \times h$$

$$p_D - p_2 = \gamma \times y_1 \quad \text{Equação B}$$

Das equações A e B, obtém-se:

$$p_2 = p_D - \gamma \times y_1 = p_1 + \gamma \times y_1 + \gamma \times h - \gamma_m \times h - \gamma \times y_1$$

$$p_1 - p_2 = h \times (\gamma_m - \gamma)$$

2ª - Através de uma regra prática, onde se adota um dos dois pontos fluidos como referência e escreve-se a pressão que age no mesmo, a esta pressão somam-se as colunas descendentes ( $+\gamma h$ ) e subtraem-se as colunas ascendentes ( $-\gamma h$ ), igualando-se a expressão assim obtida a pressão que atua no outro ponto fluido (aquele não escolhido como referência).

Para a figura 2.12, adotando-se o ponto fluido 1 como referência e “caminhando-se” para o ponto 2, como mostra a figura 2.13, sempre na horizontal e vertical, obtém-se:

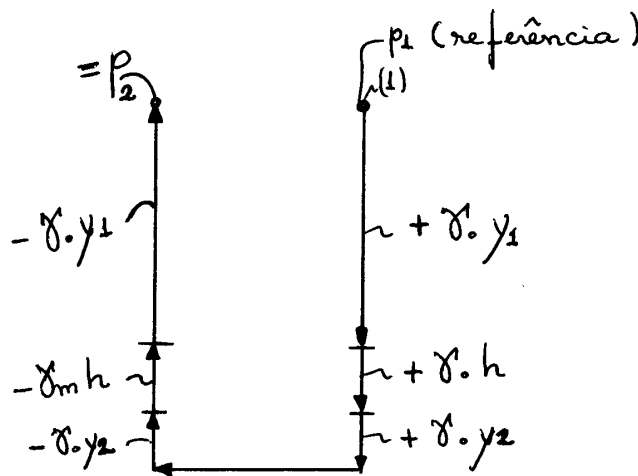


Figura 2.13

$$p_1 + \gamma \times y_1 + \gamma \times h + \gamma \times y_2 - \gamma \times y_2 - \gamma_m \times h - \gamma \times y_1 = p_2$$

$$\therefore p_1 - p_2 = h \times (\gamma_m - \gamma)$$

**Uma escolha, tanto pode nos levar ao sucesso como ao fracasso, portanto devemos refletir para fazê-la.**

**Tarefa proposta:**

Para a próxima aula, todas as equipes devem preparar dois exercícios, um escolhido entre os propostos na unidade 2 e o outro inédito, ou seja criado pela própria equipe.

**A vida não se define. Vive-se. E para bem vivê-la, precisamos de compreensão, tranquilidade e amor.**

**Pegue um sorriso  
e doe-o  
a quem jamais o teve...**

**Pegue um raio de sol  
e faça-o voar lá  
onde reina a noite...**

**Pegue uma lágrima  
e ponha no rosto  
de quem jamais chorou...**

**Pegue a coragem  
e ponha-a no ânimo  
de quem não sabe lutar...**

**Descubra a vida  
e narre-a a quem  
não sabe entendê-la...**

**Pegue a esperança  
e viva na sua luz...**

**Pegue a bondade  
e doe-a a quem  
não sabe doar...**

**Descubra o amor  
e faça-o  
conhecer o mundo...**

**(Gandhi)**