

Restaurante da Universidade de Compostela



**Problemas
envolvendo
associações de
bombas**



Uma instalação de bombeamento transporta um fluido com viscosidade menor que 20 mm²/s e tem a sua CCI representada pela equação:

$$H_S = 20 + 36000 \times Q^2$$

com a vazão em m³/s e a carga do sistema em m, isto para **todas** as possibilidades de funcionamento das bombas idênticas que se encontram na casa de máquina.

Conhecendo os dados para obtenção das curvas $H_B = f(Q)$ e $\eta_B = f(Q)$, pede-se determinar a vazão, a carga manométrica, o rendimento e a potência mecânica para:

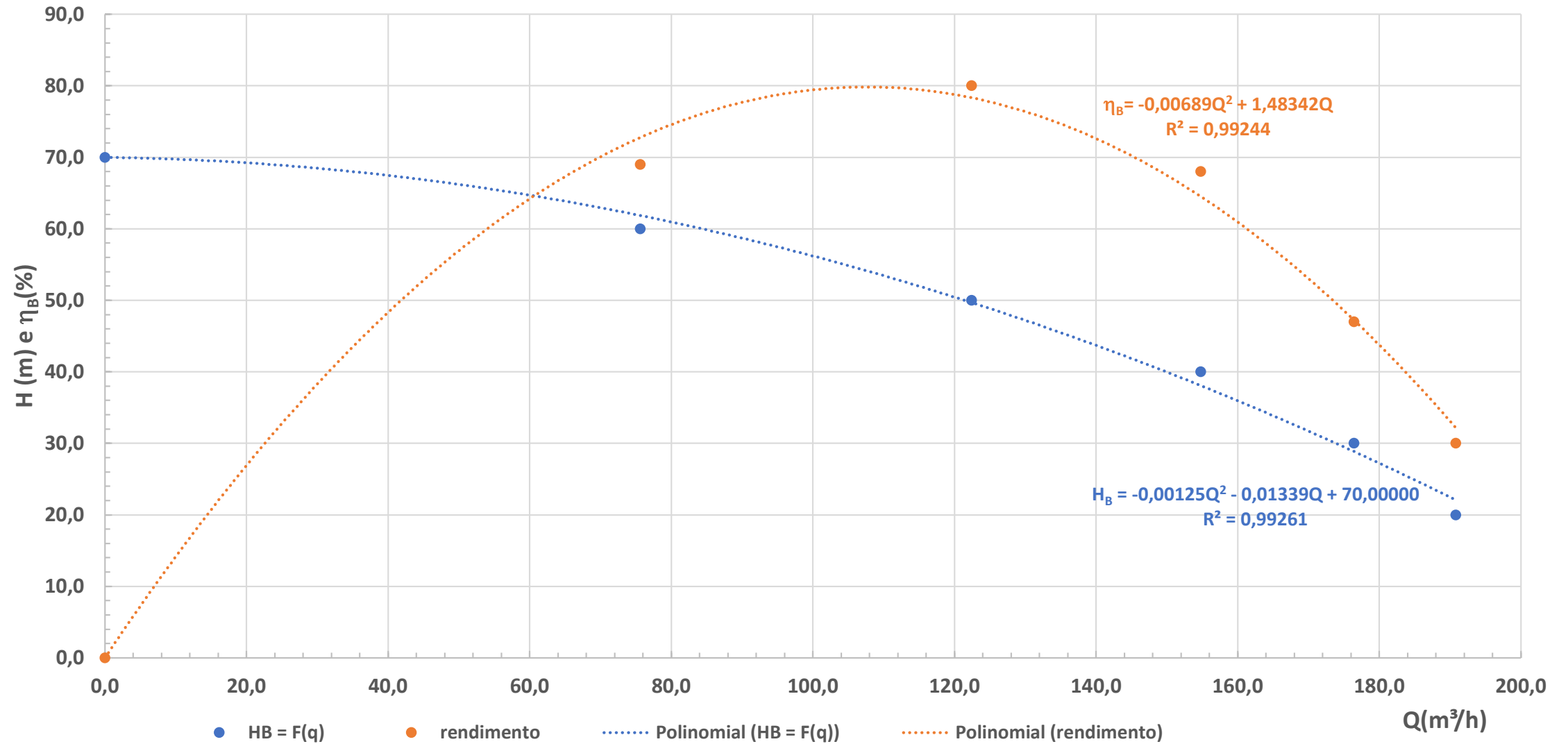
- o uso de uma única bomba;
- o uso da associação em série das duas bombas idênticas;
- O uso da associação em paralelo das duas bombas idênticas.

$$\gamma = 9782,36 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$



H_B (m)	70	60	50	40	30	20
Q (m ³ /h)	0	75,6	122,4	154,8	176,4	190,8
η_B (%)	0	69	80	68	47	30

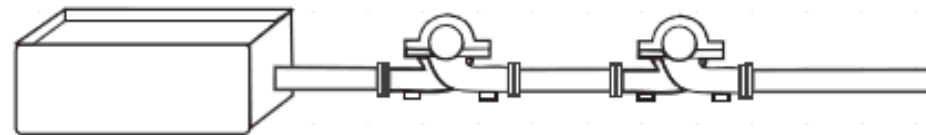
Ponto de trabalho



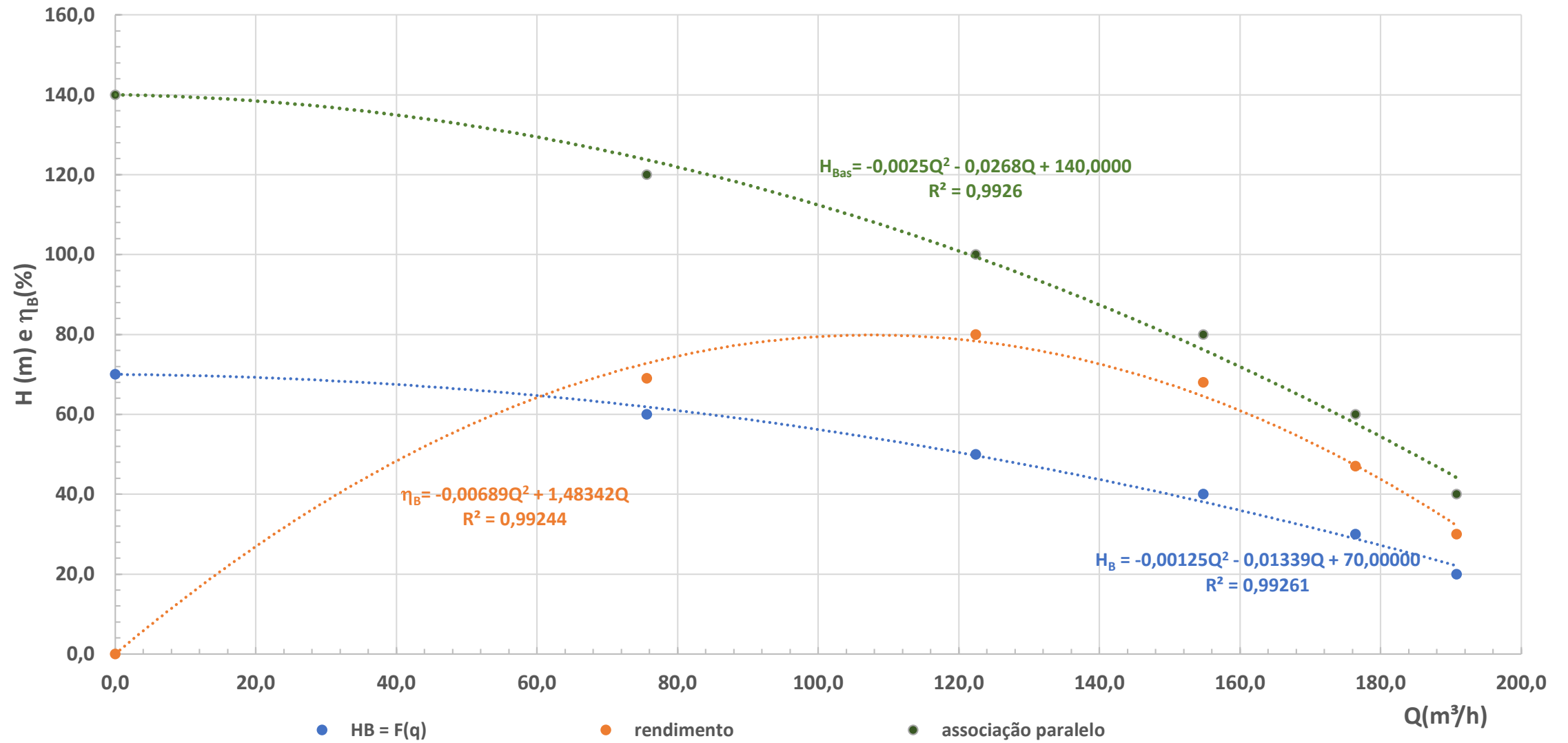
PARA TRAÇAR A CURVA DA ASSOCIAÇÃO LEMBRAMOS QUE A ASSOCIAÇÃO EM SÉRIE PARA BOMBAS IGUAIS, TEMOS:

$$H_{Bas} = 2 \times H_B \rightarrow Q_{as} = Q = \text{constante}$$

H_B (m)	70	60	50	40	30	20
Q (m ³ /h)	0	75,6	122,4	154,8	176,4	190,8
η_B (%)	0	69	80	68	47	30
H_{Bas} (m)	140	120	100	80	60	40



Ponto de trabalho



Vamos obter a equação da CCI com unidades homogêneas as obtidas para a curva da bomba e da associação em série da bomba, isto para que possamos achar o ponto de trabalho!

Precisamos considerar a vazão em m^3/h !



$$H_s = 20 + 36000Q^2 \rightarrow [H_s] = \text{m} \text{ e } [Q] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$[36000 \times Q^2] = \text{m} \quad \therefore [36000] \times \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)^2 = \text{m}$$

$$[36000] = \text{m} \times \frac{\text{s}^2}{\text{m}^6} = \frac{\text{s}^2}{\text{m}^5}$$

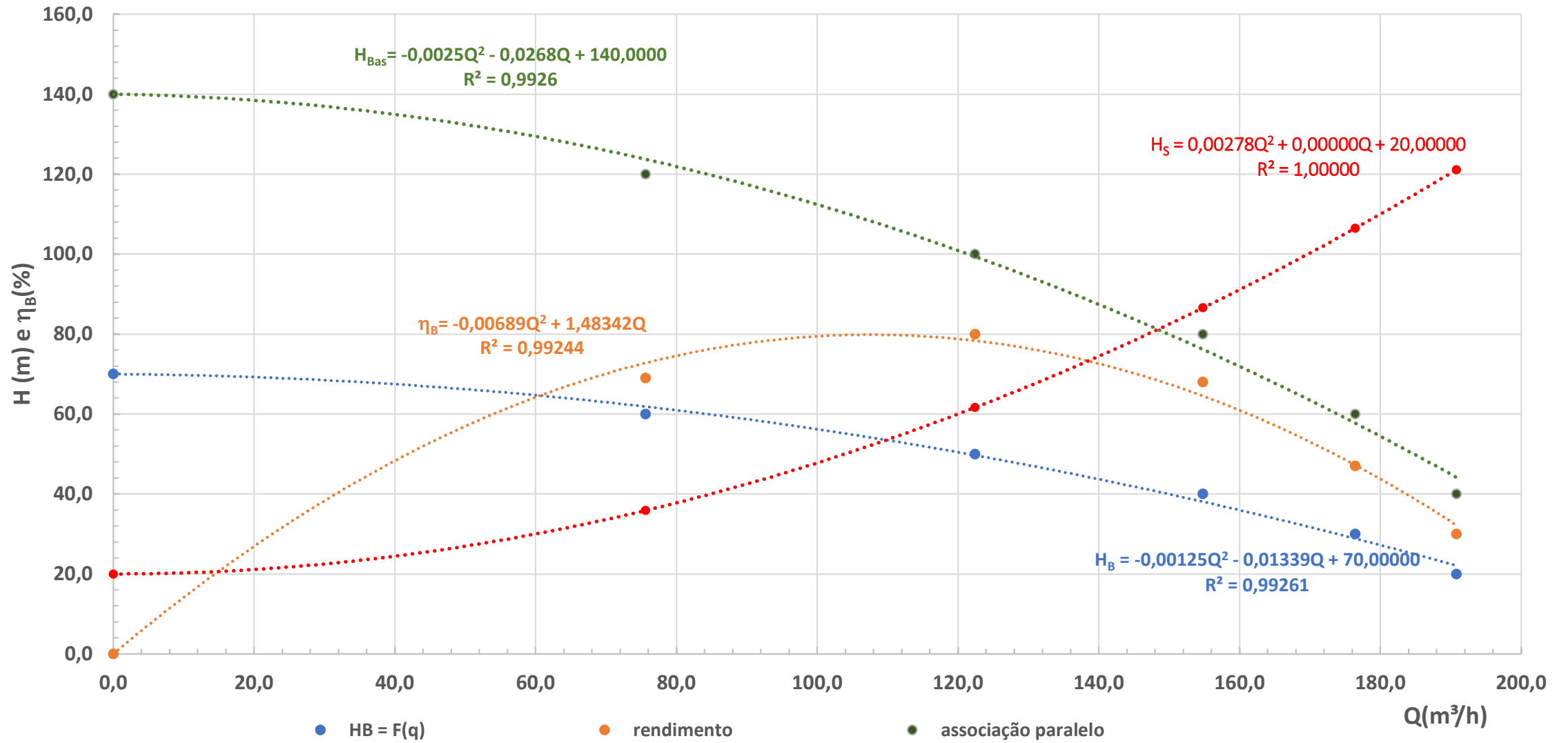
$$1\text{s} = \frac{1}{3600}\text{h} \Rightarrow 1\text{s}^2 = \frac{1}{3600^2}\text{h}^2$$

$$\left[\frac{36000}{3600^2}\right] = \frac{\text{h}^2}{\text{m}^5} \quad \therefore [Q] = \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$H_s = 20 + 0,00278Q^2 \rightarrow [H_s] = \text{m} \text{ e } [Q] = \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

PROVANDO PELO EXCELL

Ponto de trabalho



BOMBA OPERANDO ISOLADAMENTE

$$H_B = H_S \rightarrow -0,00125Q^2 - 0,01339Q + 70 = 0,00278Q^2 + 20$$

$$0,00403Q^2 + 0,01339Q - 50 = 0$$

$$Q_\tau = \frac{-0,01339 + \sqrt{0,01339^2 + 4 \times 0,00403 \times 50}}{2 \times 0,00403} \cong 109,7 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$$

$$H_{B\tau} = 0,00278 \times 109,7^2 + 20 \therefore H_{B\tau} \cong 33,5\text{m}$$

$$\eta_{B\tau} = -0,00689 \times 109,7^2 + 1,48342 \times 109,7 \Rightarrow \eta_{B\tau} \cong 79,8\%$$

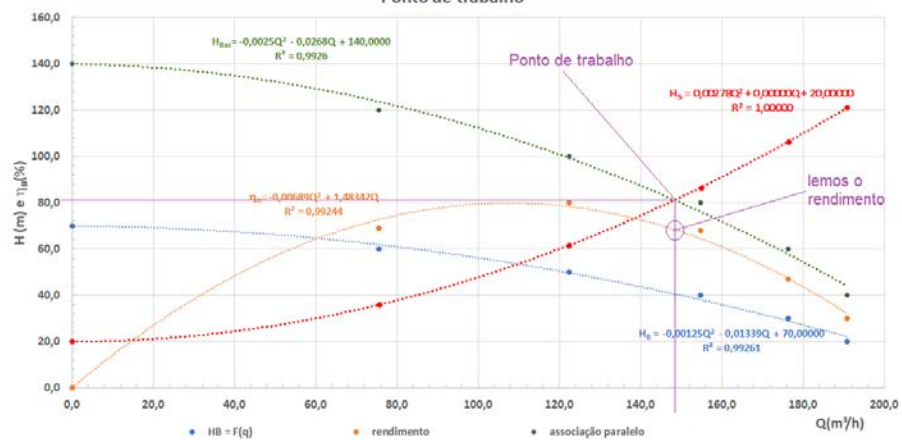
$$N_{B\tau} = \frac{\gamma \times Q_\tau \times H_{B\tau}}{\eta_{B\tau}} = \frac{9782,36 \times \left(\frac{109,7}{3600}\right) \times 33,5}{0,798}$$

$$\therefore N_{B\tau} \cong 12513,8\text{W}$$

Obtendo o ponto de trabalho para a bomba operando isoladamente e associação de duas bombas idênticas.

É só igualar as equações da CCI com a respectiva da(s) bomba(s).





$$H_{Bas} = H_S \rightarrow -0,0025Q^2 - 0,0268Q + 140 = 0,00278Q^2 + 20$$

$$0,00528Q^2 + 0,0268Q - 120 = 0$$

$$Q_\tau = \frac{-0,0268 + \sqrt{0,0268^2 + 4 \times 0,00528 \times 120}}{2 \times 0,00528} \cong 148,2 \frac{m^3}{h}$$

$$H_{Bas\tau} = 0,00278 \times 148,2^2 + 20 \therefore H_{Bas\tau} \cong 81,1m$$

$$\eta_{B\tau} = -0,00689 \times 148,2^2 + 1,48342 \times 148,2 \Rightarrow \eta_{B\tau} \cong 68,5\%$$

$$N_{B\tau} = \frac{\gamma \times Q_\tau \times H_{B\tau}}{\eta_{B\tau}} = \frac{9782,36 \times \left(\frac{148,2}{3600}\right) \times 81,1}{0,685}$$

$$\therefore N_{B\tau} \cong 47678,2W$$

Agora a associação de duas bombas idênticas.





Para aprender fazendo,
resolvam o item c, que é a
associação em paralelo.

Vamos aplicar o que
estudamos no vídeo:

Solução do problema de associação paralelo de bombas
https://youtu.be/fT_01eNptdY




Uma bomba centrífuga com 3500 rpm apresenta as seguintes equações características de carga manométrica e rendimento:

$$H_B = -0,0098 \times Q^2 - 0,2919 \times Q + 56,6 \rightarrow R^2 = 0,9989 \rightarrow [H_B] = \text{m} \rightarrow [Q] = \text{L/s}$$

$$\eta_B = -0,1788 \times Q^2 + 6,0189 \times Q + 1,4807 \rightarrow R^2 = 0,9937 \rightarrow [\eta_B] = \% \rightarrow [Q] = \text{L/s}$$

Pede-se determinar:

- a equação de $H_{B_{ap}} = f(Q_{ap})$ considerando a associação paralelo de duas bombas idênticas à descrita no enunciado;
- a equação de $H_{B_{as}} = f(Q_{as})$ considerando a associação série de duas bombas idênticas à descrita no enunciado;
- as equações de $H_B = f(Q)$ e $\eta_B = f(Q)$ quando a rotação da bomba for alterada para 1750 rpm.



Vamos iniciar obtendo a equação para associação paralelo das duas bombas idênticas.

É só lembrar que $Q_{ap} = Q/2$.

Bomba isolada $\rightarrow H_B = -0,0098Q^2 - 0,2919Q + 56,6$

$$H_{B_{ap}} = H_B = -0,0098 \left(\frac{Q_{ap}}{2} \right)^2 - 0,2919 \frac{Q_{ap}}{2} + 56,6$$

$$H_{B_{ap}} = -0,00245Q_{ap}^2 - 0,14595Q_{ap} + 56,6$$



Agora obtemos a equação
para associação série das
duas bombas idênticas.

É só lembrar que
 $H_{Bas} = 2 * H_B$.

Bomba isolada $\rightarrow H_B = -0,0098Q^2 - 0,2919Q + 56,6$

$$H_{Bas} = 2 \times H_B = 2 \times (-0,0098Q^2 - 0,2919Q + 56,6)$$

$$H_{Bas} = -0,0196Q^2 - 0,5838Q + 113,2$$

$$\phi_m = \phi_p$$

$$\frac{Q_{3500}}{3500 \times D_r^3} = \frac{Q_{1750}}{1750 \times D_r^3} \therefore Q_{1750} = \left(\frac{1750}{3500}\right) \times Q_{3500} = \frac{1}{2} \times Q_{3500}$$

$$\varphi_m = \varphi_p$$

$$\frac{g \times H_{B3500}}{3500^2 \times D_r^2} = \frac{g \times H_{B1750}}{1750^2 \times D_r^2} \therefore H_{B1750} = \left(\frac{1750}{3500}\right)^2 \times H_{B3500} = \frac{H_{B3500}}{4}$$

Vamos obter as curvas para a rotação de 1750 rpm (protótipo) conhecidas as curvas de 3500 rpm (modelo).

É só impor as condições de semelhança

Bomba de 3500 rpm

$$H_B = -0,0098Q^2 - 0,2919Q + 56,6$$

$$4 \times H_{B1750} = -0,0098(2 \times Q_{1750})^2 - 0,2919 \times (2 \times Q_{1750}) + 56,6$$

$$H_{B1750} = \frac{-0,0098}{4} \times 4 \times Q_{1750}^2 - \frac{0,2919}{4} \times (2 \times Q_{1750}) + \frac{56,6}{4}$$

$$H_{B1750} = -0,0098 \times Q_{1750}^2 - 0,14595 \times Q_{1750} + 14,15$$

