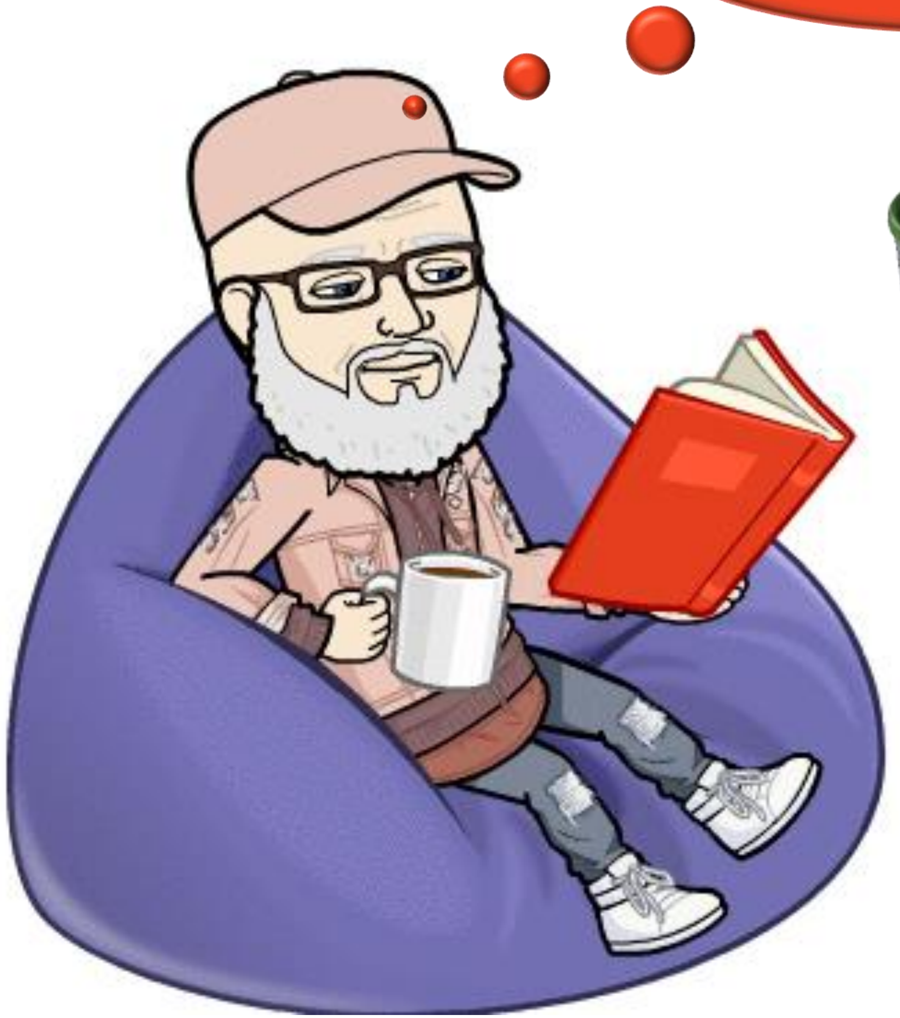
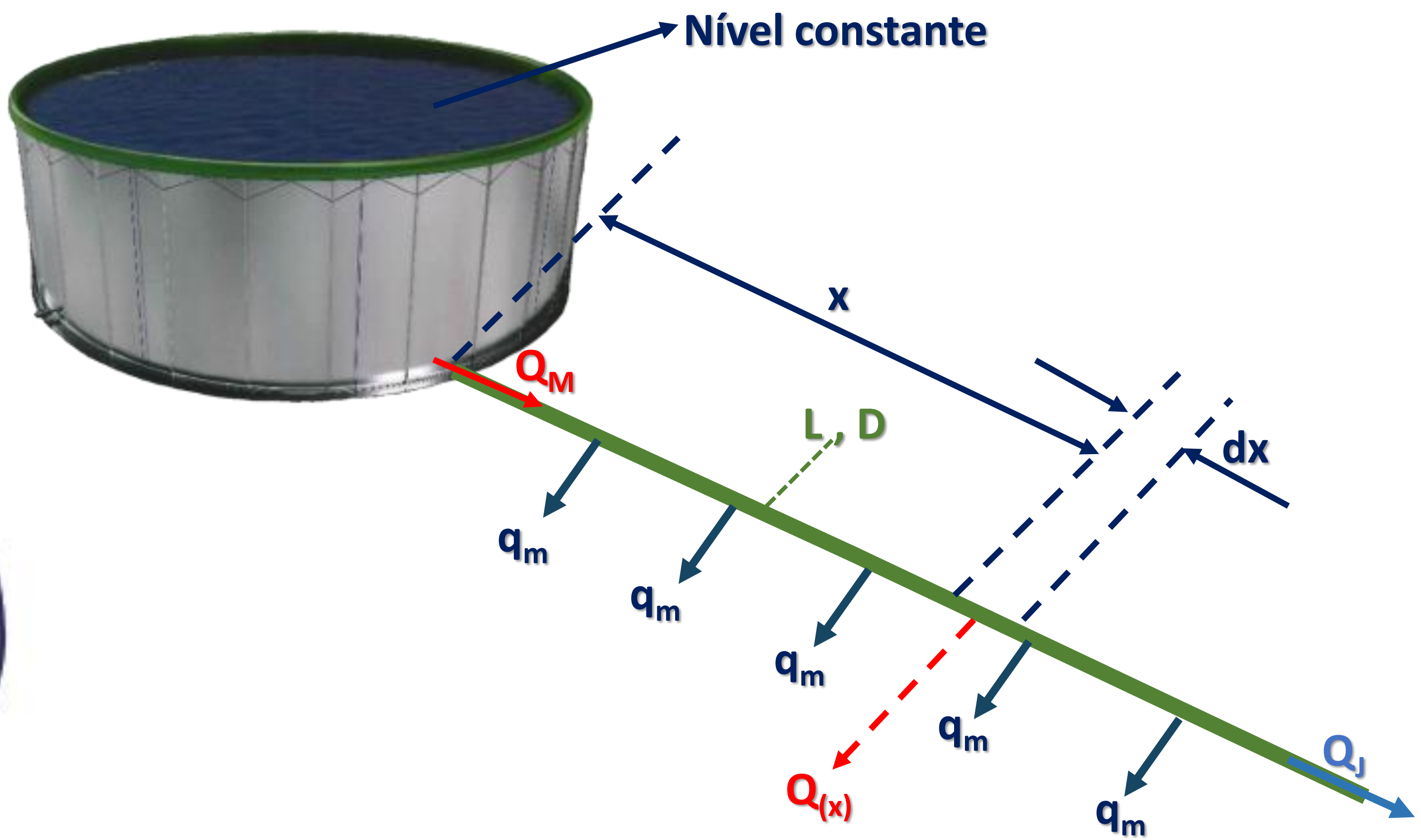
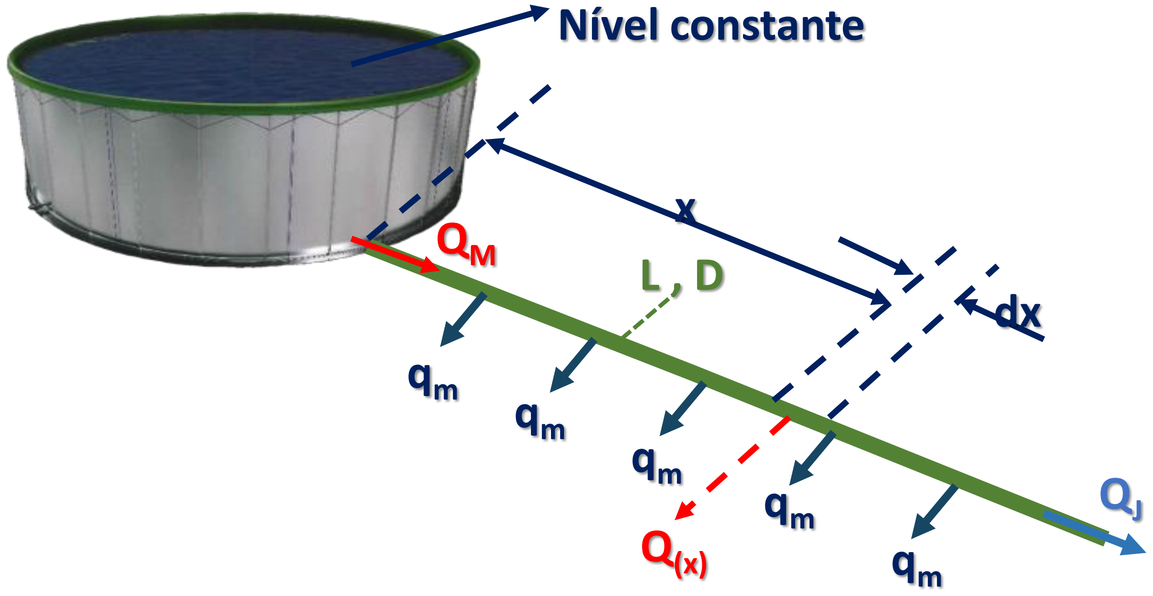
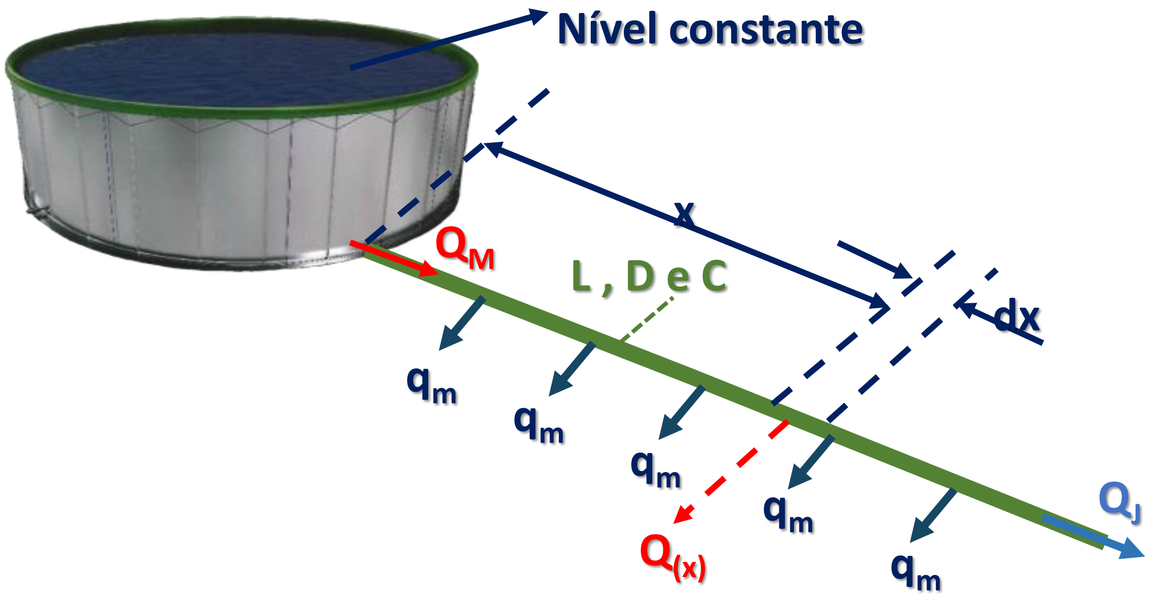
Conduto com distribuição em marcha, ou conduto com distribuição no percurso, ou conduto com serviço em trânsito







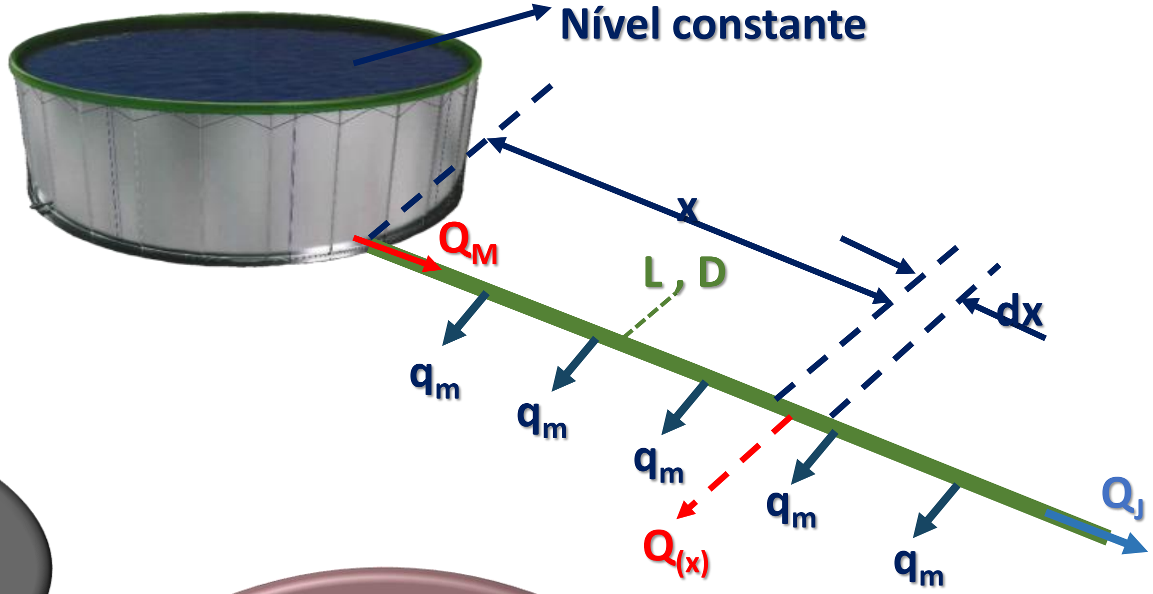
Na prática nem sempre a vazão de entrada (Q_M = vazão de montante) é igual a vazão de saída (Q_J = vazão de jusante), ocorrendo o que se denomina de distribuição em marcha, ou seja, existem diversas derivações ao longo do seu percurso, onde ocorrem as vazões em marcha (q_m)



Consideramos um trecho elementar dx, distante x da seção inicial que tem a vazão Q_M. Em dx temos a vazão constante $Q_{(x)}$, onde, supondo conduto de seção circular e forçado, podemos calcular a perda de carga em dx:

$$dh_f = f \times \frac{dx}{D_H} \times \frac{Q_{(x)}^2}{2g \times A^2}$$

$$dh_f = \frac{16}{2g \times \pi^2} \times \frac{1}{D^5} \times f \times Q_{(x)}^2 \times dx$$



Para calcular a perda de carga total integramos:

$$\int_0^L dh_f = \frac{16}{2g \times \pi^2} \times \frac{1}{D^5} \times f \times \int_0^L Q_{(x)}^2 \times dx$$

$$h_f = K \times \int_0^L Q_{(x)}^2 \times dx$$

Importante observar que ao longo do comprimento L a vazão será uma função de x (Q = f(x)), com o aumento de x a vazão diminui e em consequência a perda de carga também diminui. Consideramos que o escoamento ocorre na região do hidraulicamente rugoso, a onde o “f” fica constante!

Portanto para calcular a perda de carga, temos que conhecer a função da vazão, ou seja, Q = f(x).

Na prática o que se faz é admitir uma distribuição uniforme ao longo do conduto, ou seja, a vazão em marcha (q_m) se distribui uniformemente em cada metro linear do tubo e isto nos permite escrever que:

$$Q_{(x)} = Q_M - q_m * x \rightarrow (1)$$

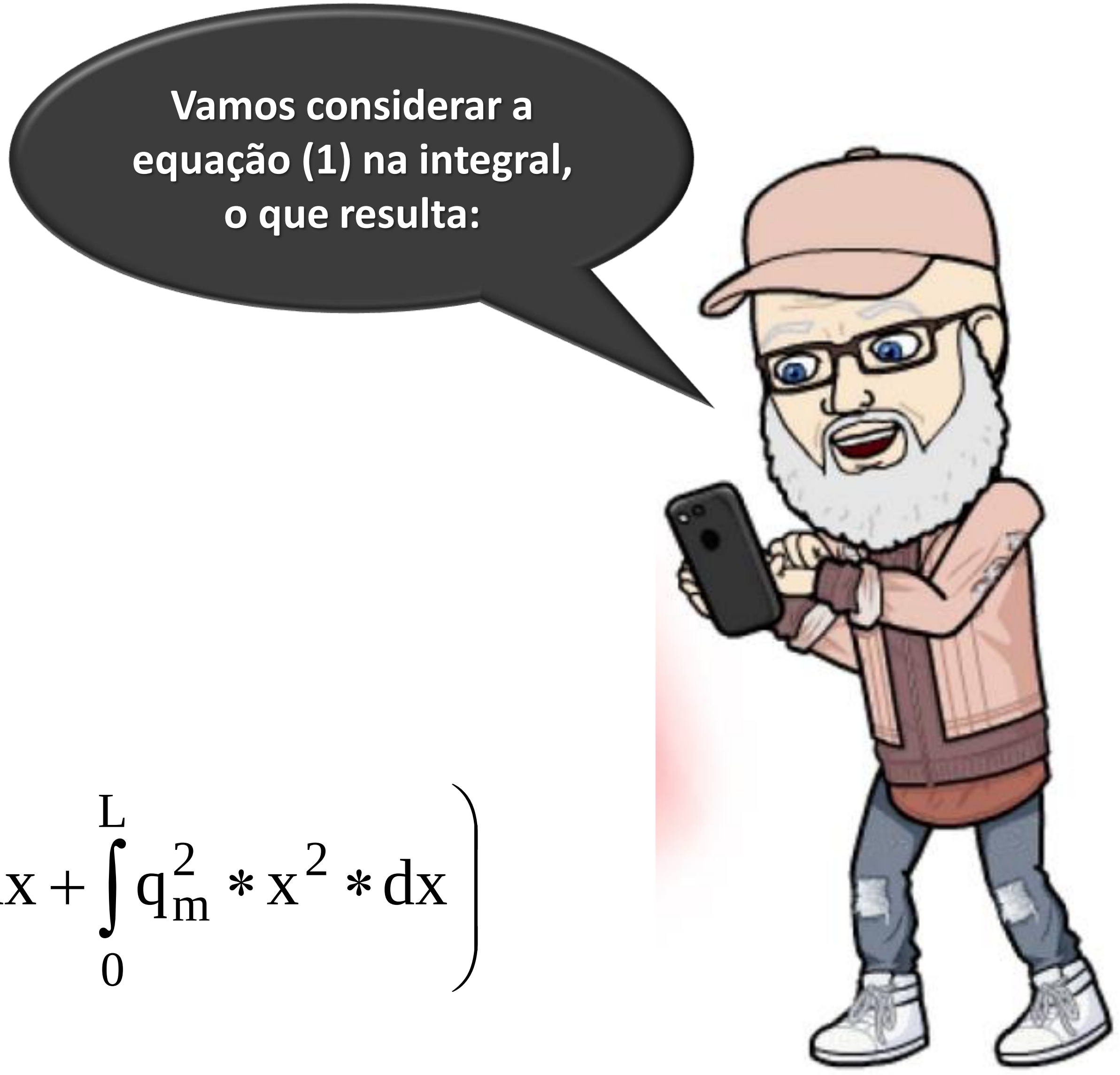
ou

$$Q_{(x)} = Q_J + (L - x) * q_m \rightarrow (2)$$

$$\therefore Q_M - q_m * x = Q_J + (L - x) * q_m \Rightarrow Q_M - q_m * x = Q_J + L * q_m - q_m * x$$

$$\therefore Q_M - Q_J = q_m * L \rightarrow (3)$$

$$Q_{(x)} = Q_M - q_m * x \rightarrow (1)$$



$$h_f = K * \int_0^L Q_{(x)}^2 \times dx$$

$$h_f = K * \int_0^L (Q_M - q_m * x)^2 \times dx$$

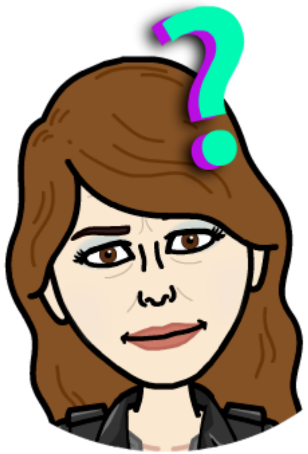
$$h_f = K * \left(\int_0^L Q_M^2 \times dx - \int_0^L 2 * Q_M * q_m * x * dx + \int_0^L q_m^2 * x^2 * dx \right)$$

$$h_f = K * \left(\int_0^L Q_M^2 \times dx - \int_0^L 2 * Q_M * q_m * x * dx + \int_0^L q_m^2 * x^2 * dx \right)$$

Resolvendo a integral resulta:

$$h_f = K * \left(Q_M^2 * L - Q_M * q_m * L^2 + q_m^2 * \frac{L^3}{3} \right)$$

$$h_f = K * L * \left(Q_M^2 - Q_M * q_m * L + q_m^2 * \frac{L^2}{3} \right)$$



Há duas maneiras de resolver a equação anterior!

$$h_f = K * L * \left(Q_M^2 - Q_M * q_m * L + q_m^2 * \frac{L^2}{3} \right)$$

$$q_m^2 * \frac{L^2}{3} \cong q_m^2 * \frac{L^2}{4} \Rightarrow h_f = K * L * \left(Q_M^2 - Q_M * q_m * L + q_m^2 * \frac{L^2}{4} \right)$$

$$h_f = K * L * \left(Q_M - \frac{q_m * L}{2} \right)^2 \rightarrow (4)$$

De $(3) \rightarrow Q_M - Q_J = q_m * L$, em (4) temos:

$$h_f = K * L * \left(Q_M - \frac{Q_M - Q_J}{2} \right)^2 = K * L * \left(\frac{Q_M + Q_J}{2} \right)^2$$

Tudo se passa como se a tubulação transportasse uma vazão fictícia constante (Q_F), que é a média aritmética das vazões de montante e jusante. Basta, portanto nesse tipo de problema, trabalhar com Q_F em qualquer uma das fórmulas de perda de carga contínua já vistas para escoamento permanente.

$$h_f = K * L * \left(\frac{Q_M + Q_J}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{Q_M + Q_J}{2} = Q_F$$

$$Q_F = \text{vazão fictícia} \therefore h_f = K * L * Q_F^2$$

Pela fórmula universal

$$h_f = f \times \frac{16}{2g \times \pi^2} \times \frac{L}{D^5} \times Q_F^2$$

Pela fórmula de Hazen - Williams

$$h_f = 10{,}643 \times \frac{L}{D^{4{,}87}} \times \left(\frac{Q_F}{C}\right)^{1{,}85}$$

$$h_f = K * L * \left(Q_M^2 - Q_M * q_m * L + q_m^2 * \frac{L^2}{3} \right)$$

$$Q_M = Q_{(x)} + q_m * x \Rightarrow Q_{(x)} = \text{vazão no ponto considerado}$$

$$h_f = K * L * \left(Q_{(x)}^{\ 2} + Q_{(x)} * q_m * x + \frac{q_m^2 \times L^2}{3} \right) \rightarrow (5)$$

$$Q_{(x)}^{\ 2} + Q_{(x)} * q_m * L + \frac{q_m^2 * x^2}{3} = Q_F$$

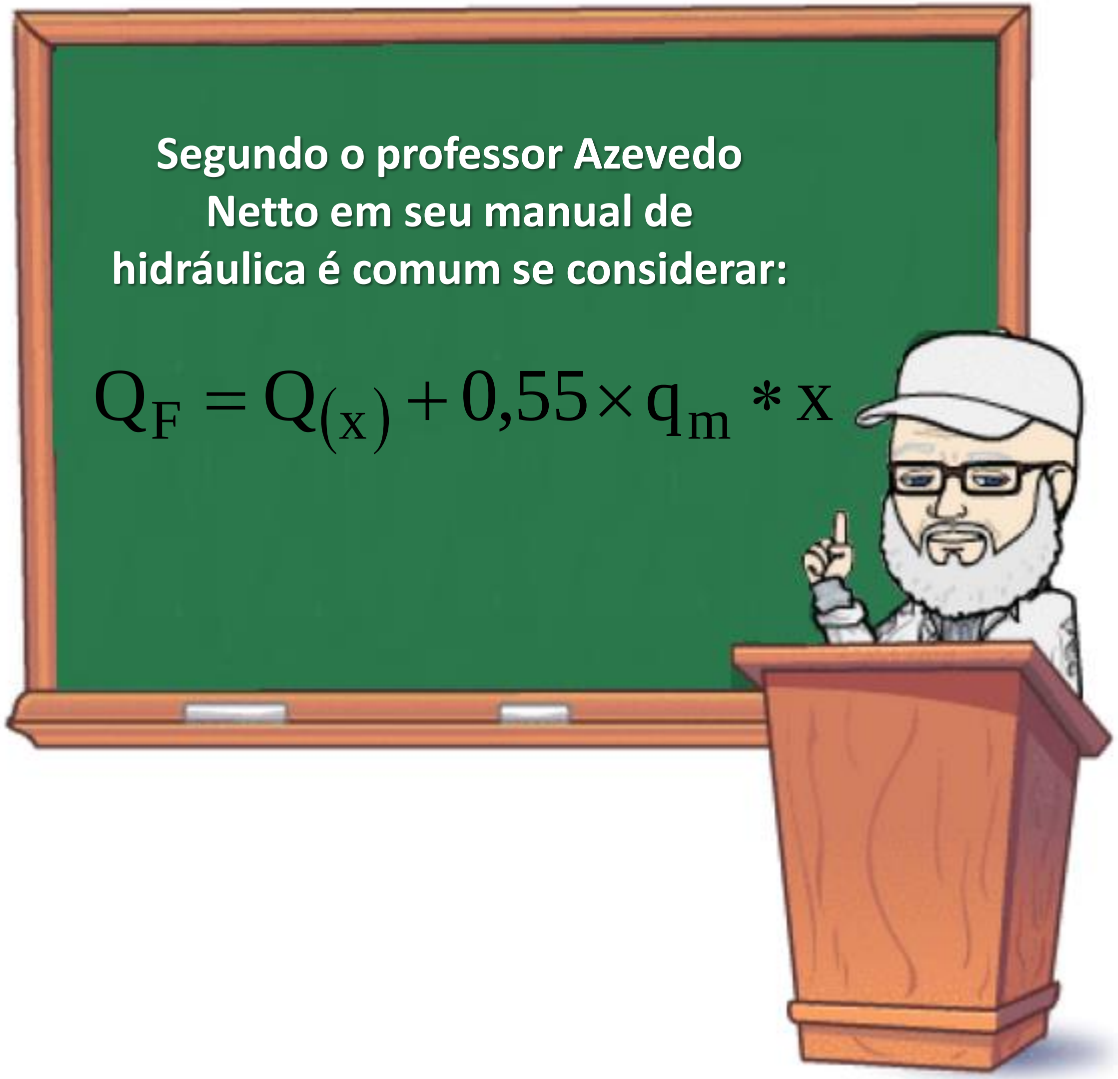
$$h_f = K \times L \times Q_F^2$$

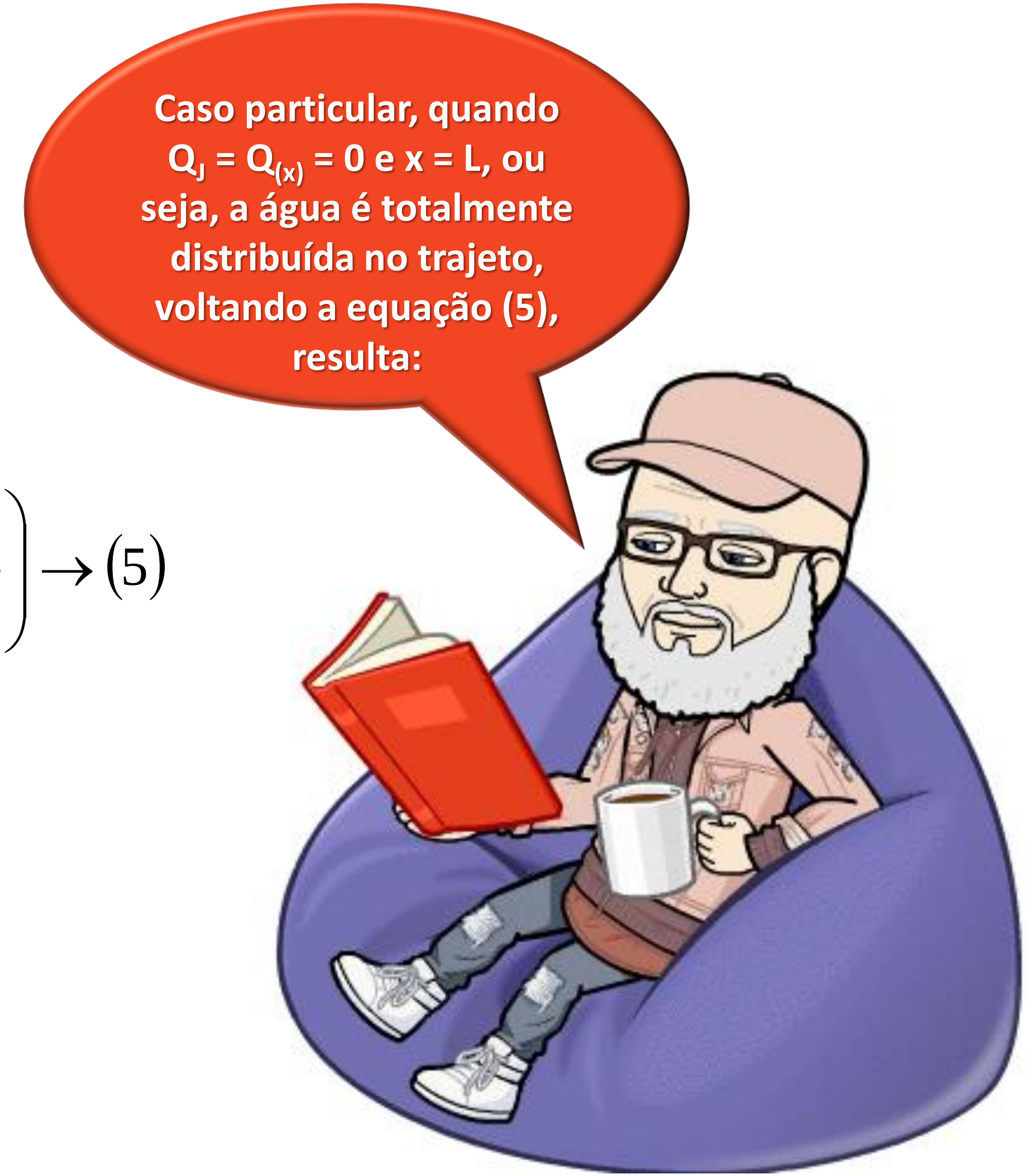
No Estado de São Paulo é comum se considerar a seguinte simplificação:

$$Q_F = Q_{(x)} + 0{,}5 \times q_m * x$$

ou

$$Q_F = \frac{Q_M + Q_J}{2}$$





$$h_f = K \times L \times \left({Q_{(x)}}^2 + Q_{(x)} * q_m * x + \frac{q_m^2 * x^2}{3} \right) \rightarrow (5)$$

$$h_f = K \times L \times \left(0^2 + 0 \times q_m \times L + \frac{q_m^2 \times L^2}{3} \right)$$

$$h_f = K \times L \times \left(\frac{q_m^2 \times L^2}{3} \right) = \frac{1}{3} \times K \times L \times Q_M^2$$

Vamos evocar os conceitos de vazão fictícia e da relação entre a vazão a montante e jusante envolvendo a vazão em marcha:

Em uma instalação, o trecho que apresenta vazão em marcha mede 50 m. Sabendo que a vazão fictícia é 8 L/s e que a vazão da extremidade de jusante é de 4 L/s, pede-se a vazão em marcha (q_m).

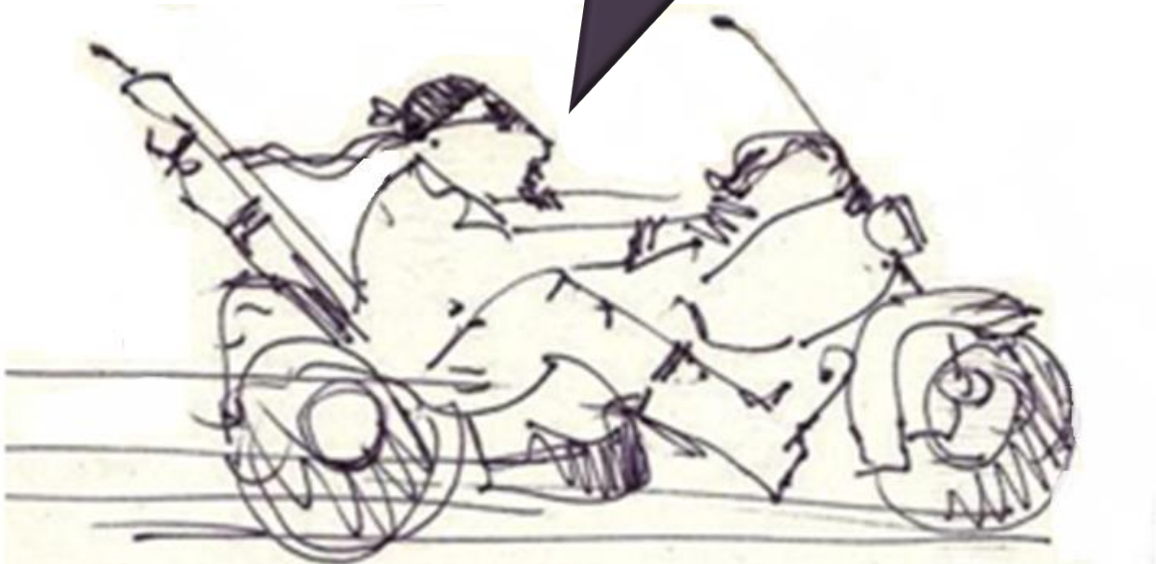
$$Q_F = \frac{Q_M + Q_J}{2} \therefore 8 = \frac{Q_M + 4}{2} \Rightarrow Q_M = 12\frac{L}{s}$$

$$Q_M = Q_J + q_m \times L \Rightarrow 12 = 4 + q_m \times 50$$

$$\therefore q_m = \frac{12-4}{50} = 0{,}16\frac{L}{s \times m}$$

Numa estação de tratamento de água existe um aerador constituído por um tubo de ferro fundido classe 20 com diâmetro nominal de 300 mm e coeficiente de rugosidade igual a 80, perfurado em dez locais, onde estão colocados dez bocais geradores de repuxo tipo aspersores, conforme esquema a seguir. Calcular a perda de carga no tubo A – B para uma vazão de 55 L/s, considerando que toda água sai por esses bocais.

Este exercício é uma adaptação do livro do professor Azevedo Netto 8ª edição, exercício 13.2



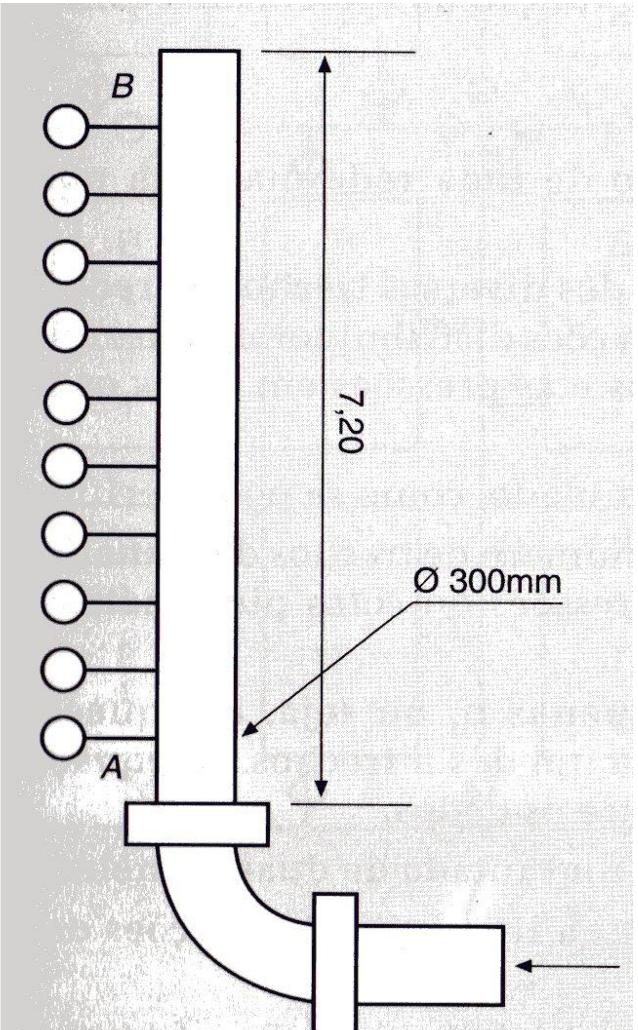
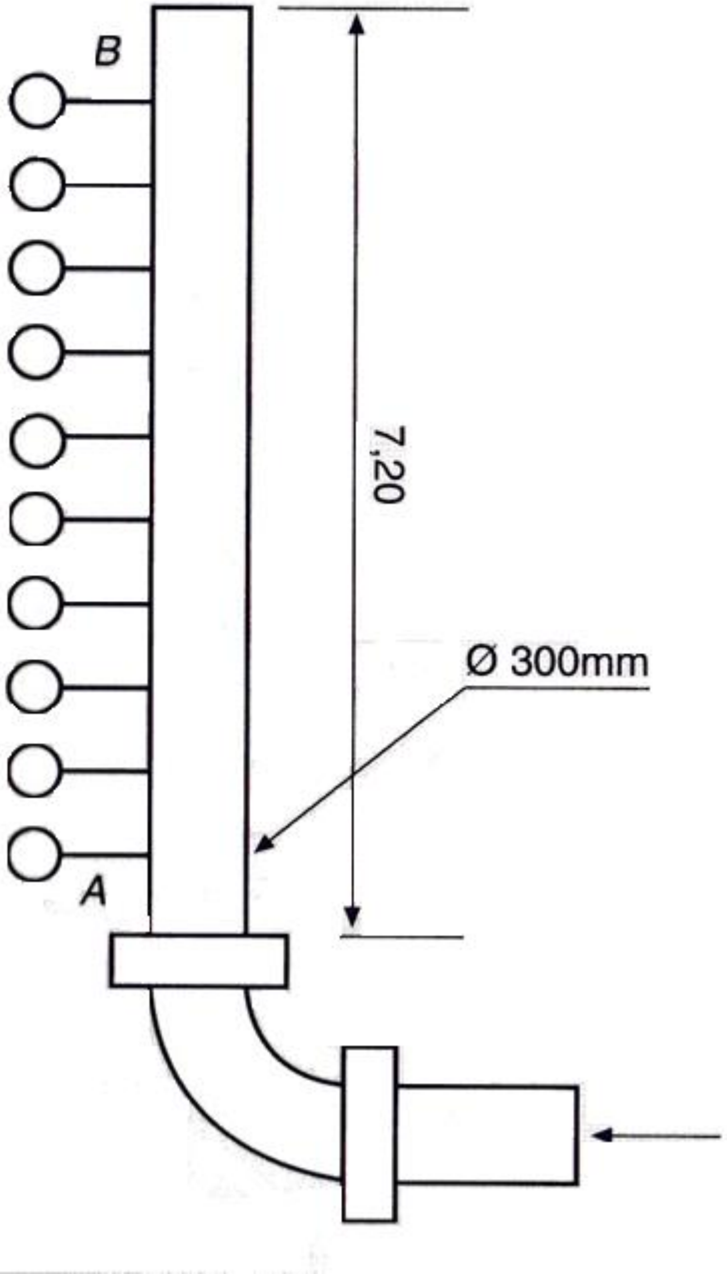


Figura 13.11



Calcula-se as perdas considerando uma tubulação sem distribuição em marcha:

$$\text{FoFo} \rightarrow D_N = 300\text{mm} \rightarrow D_i = 319{,}53\text{mm}$$

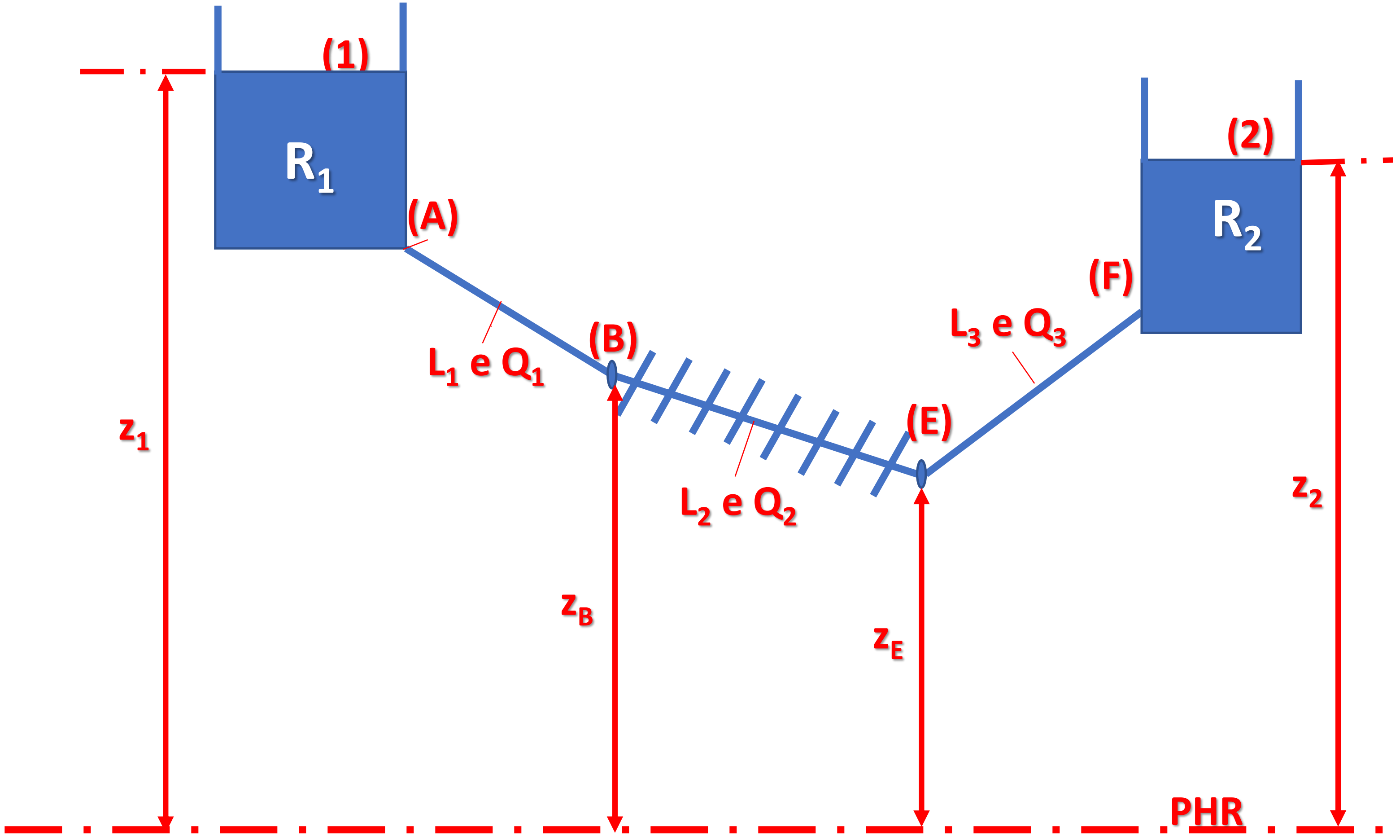
$$h_f = 10{,}643 \times \frac{7{,}2}{0{,}31953^{4{,}87}} \times \left(\frac{0{,}055}{80}\right)^{1{,}85}$$

$$h_f \cong 0{,}028\text{m}$$

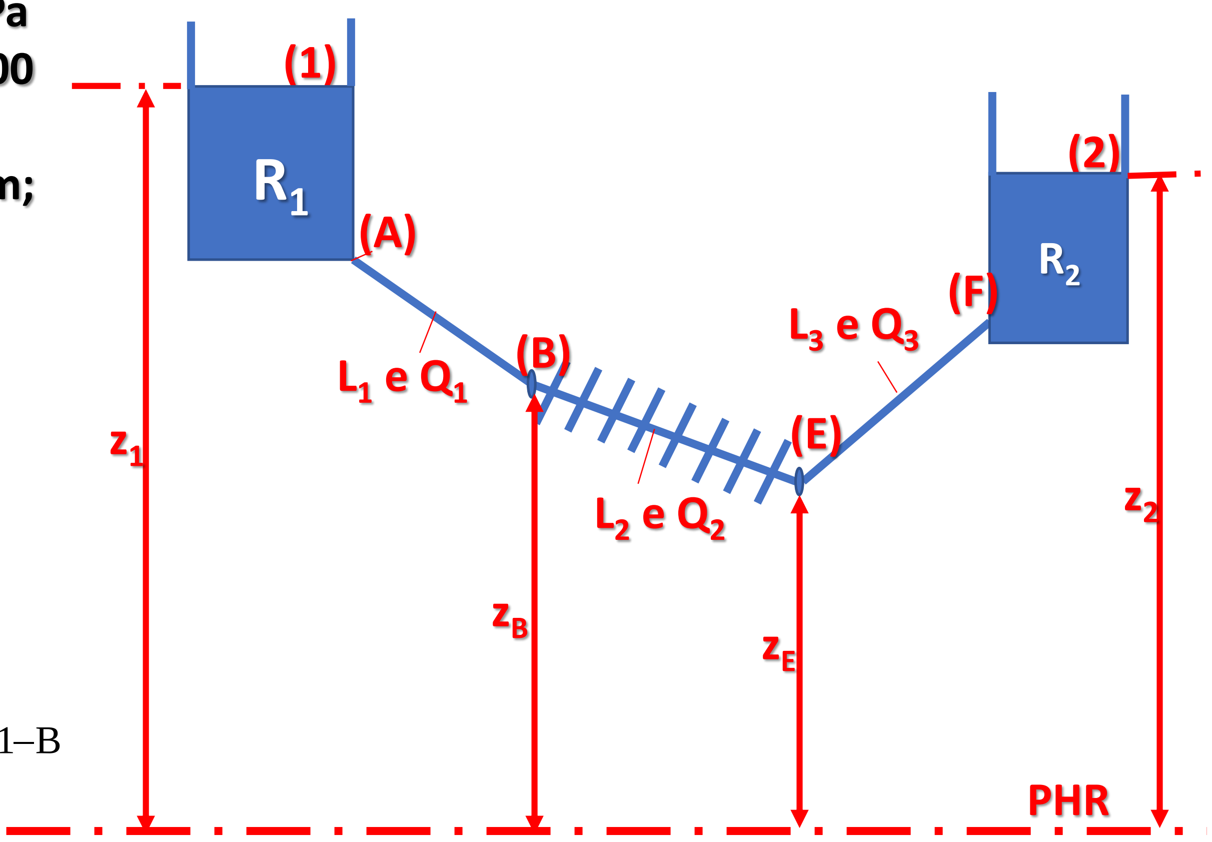
Considerando uma distribuição uniforme e completa (QJ = 0), a perda de carga é aproximadamente 1/3 da perda calculada:

$$h_{f_{A-B}} \cong \frac{1}{3} \times 0{,}028 \cong 0{,}00934\text{m}$$

Na instalação da figura os trechos AB e EF não apresentam distribuição em marcha. O trecho intermediário BE com vazão por metro linear uniforme e igual a 0,05 L/(s*m) e o reservatório R_2 recebe a vazão de 8 L/s. Quais os diâmetros destes trechos se as pressões em B e E são 539980 Pa e 530 180 Pa respectivamente? Dados: peso específico d' água igual a 9800 N/m³, coeficiente de rugosidade (C) para todos os trechos igual a 100; z_1 = 400 m e L_1 = 900m; z_B = 300 m; L_2 = 800 m; z_E = 295 m; L_3 = 950 m e z_2 = 330 m



Dados: pressões em B e E são 539980 Pa e 530 180 Pa respectivamente ; peso específico d' água igual a 9800 N/m³, coeficiente de rugosidade (C) para todos os trechos igual a 100; z_1= 400 m e L_1 = 900m; z_B = 300 m; L_2 = 800 m; z_E = 295 m; L_3 = 950 m e z_2 = 330 m



Aplicando a equação da energia de (1) a (B), resulta:

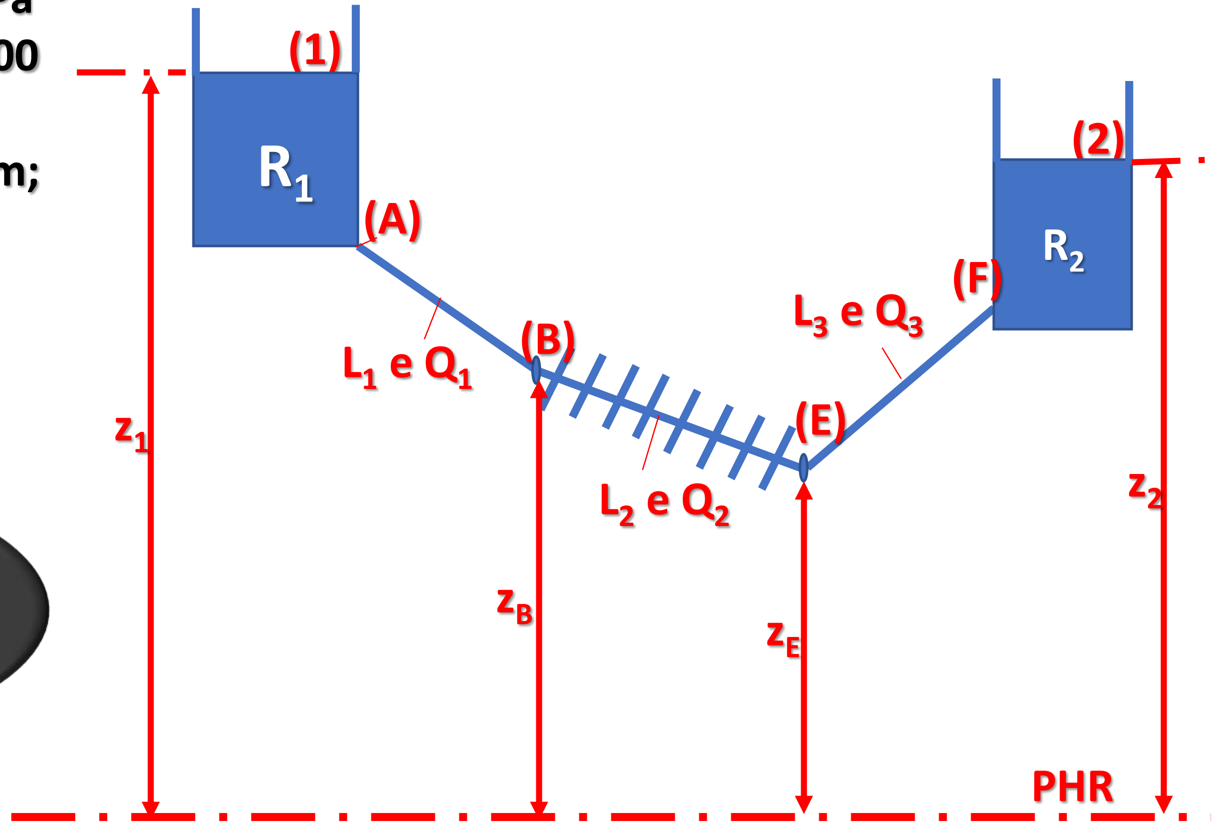
$$H_1 = H_B + h_{f_{1-B}}$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + h_{f_{1-B}}; p_1 = p_{atm} = 0 \rightarrow \text{escala efetiva}$$

$$v_1 = 0 \rightarrow \text{escoamento em regime permanente}; \frac{v_B^2}{2g} \approx 0 \rightarrow \text{verificado posteriormente}$$

$$400 = 300 + \frac{539980}{9800} + h_{f_{1-B}} \therefore h_{f_{1-B}} \cong 44{,}9\text{m}$$

Dados: pressões em B e E são 539980 Pa e 530 180 Pa respectivamente ; peso específico d' água igual a 9800 N/m³, coeficiente de rugosidade (C) para todos os trechos igual a 100; z_1= 400 m e L_1 = 900m; z_B = 300 m; L_2 = 800 m; z_E = 295 m; L_3 = 950 m e z_2 = 330 m



Continuando:

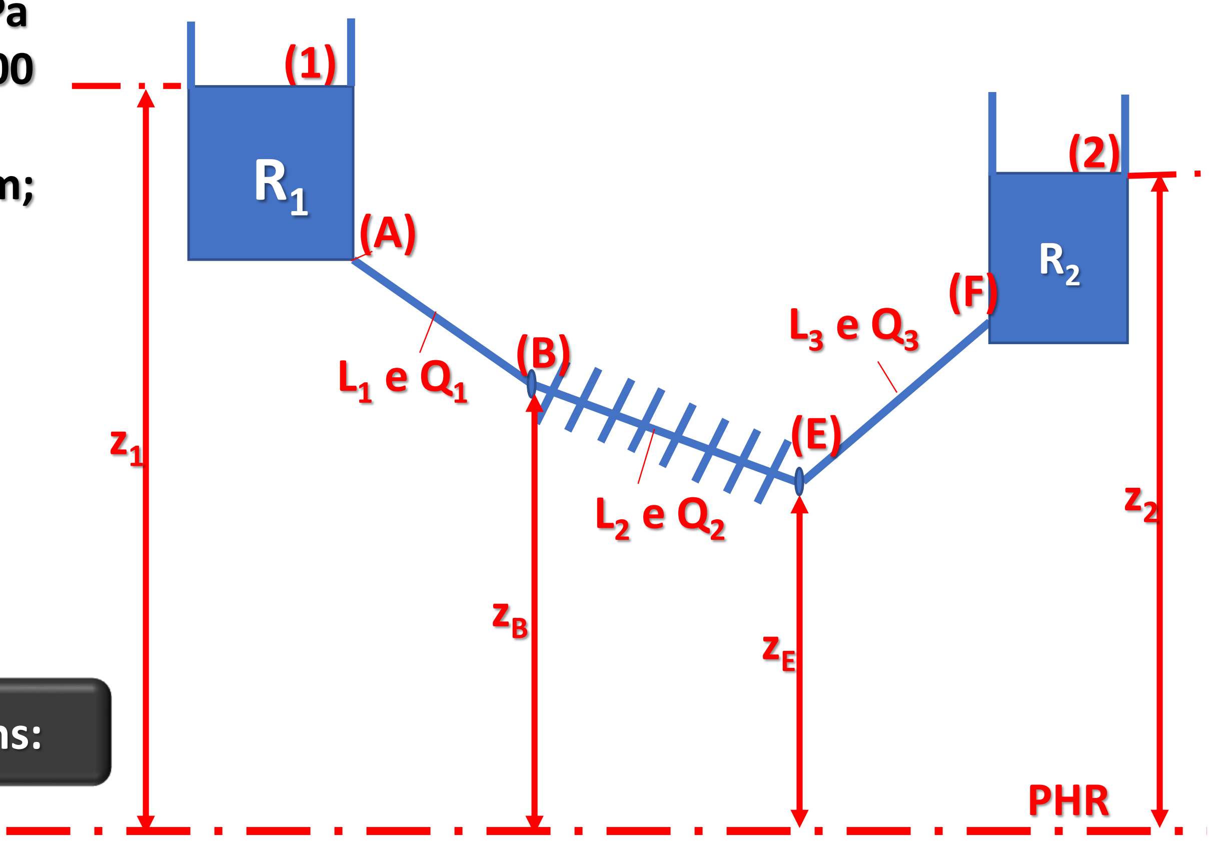
$$Q_2 = q_m \times L_2 = 0{,}05 \times 800$$

$$\therefore Q_2 = 40\,\frac{L}{s}$$

Equação da continuidade:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = 40 + 8 = 48\,\frac{L}{s}$$

Dados: pressões em B e E são 539980 Pa e 530 180 Pa respectivamente ; peso específico d' água igual a 9800 N/m³, coeficiente de rugosidade (C) para todos os trechos igual a 100; z_1= 400 m e L_1 = 900m; z_B = 300 m; L_2 = 800 m; z_E = 295 m; L_3 = 950 m e z_2 = 330 m



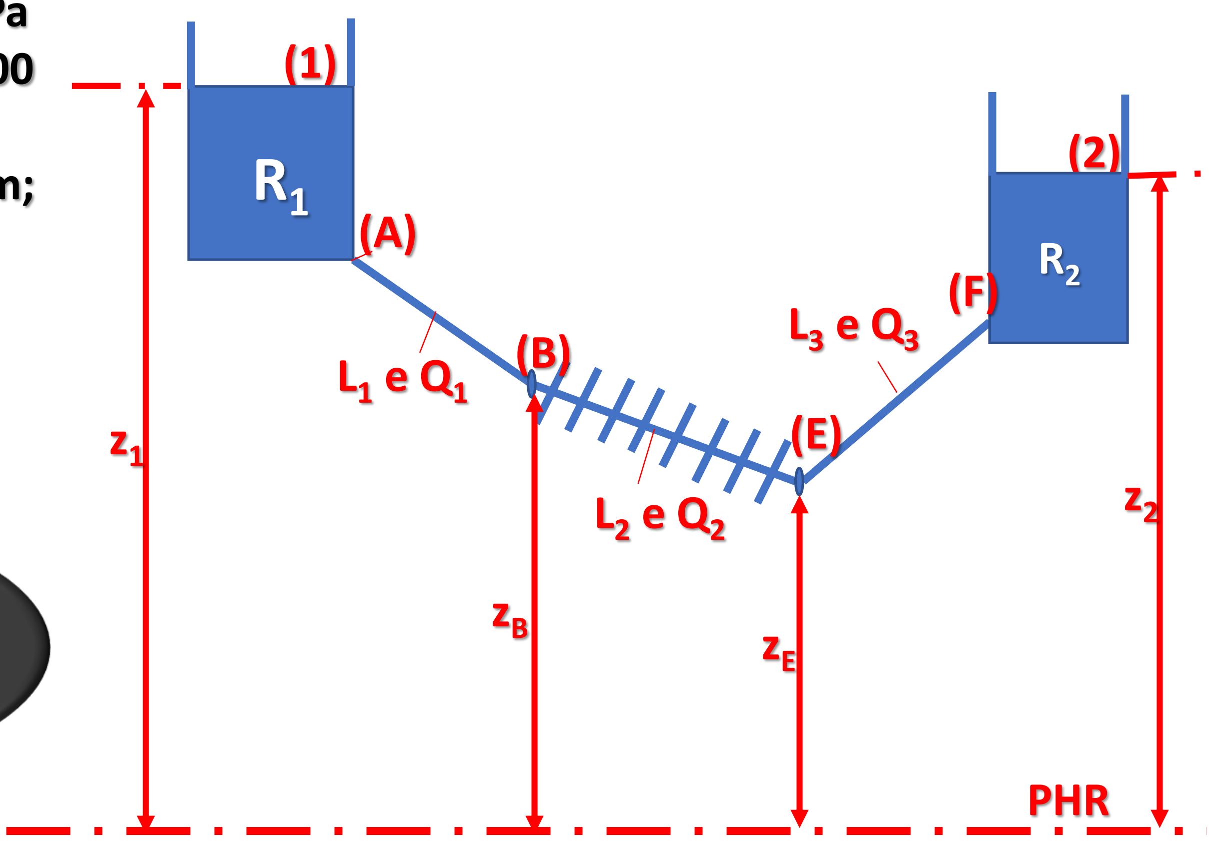
Calculando as perdas:

Perdas por Hazen - Williams:

$$h_{f_{1-B}} = 44{,}9\text{m} = 10{,}643 \times \frac{900}{D_1^{4{,}87}} \times \left(\frac{0{,}048}{100}\right)^{1{,}85}$$

$$D_1 = \left(\frac{10{,}643 \times 900 \times 0{,}048^{1{,}85}}{44{,}9 \times 100^{1{,}85}}\right)^{\frac{1}{4{,}87}} \cong 0{,}1644\text{m} \approx 165\text{mm}$$

Dados: pressões em B e E são 539980 Pa e 530 180 Pa respectivamente ; peso específico d' água igual a 9800 N/m³, coeficiente de rugosidade (C) para todos os trechos igual a 100; z_1= 400 m e L_1 = 900m; z_B = 300 m; L_2 = 800 m; z_E = 295 m; L_3 = 950 m e z_2 = 330 m

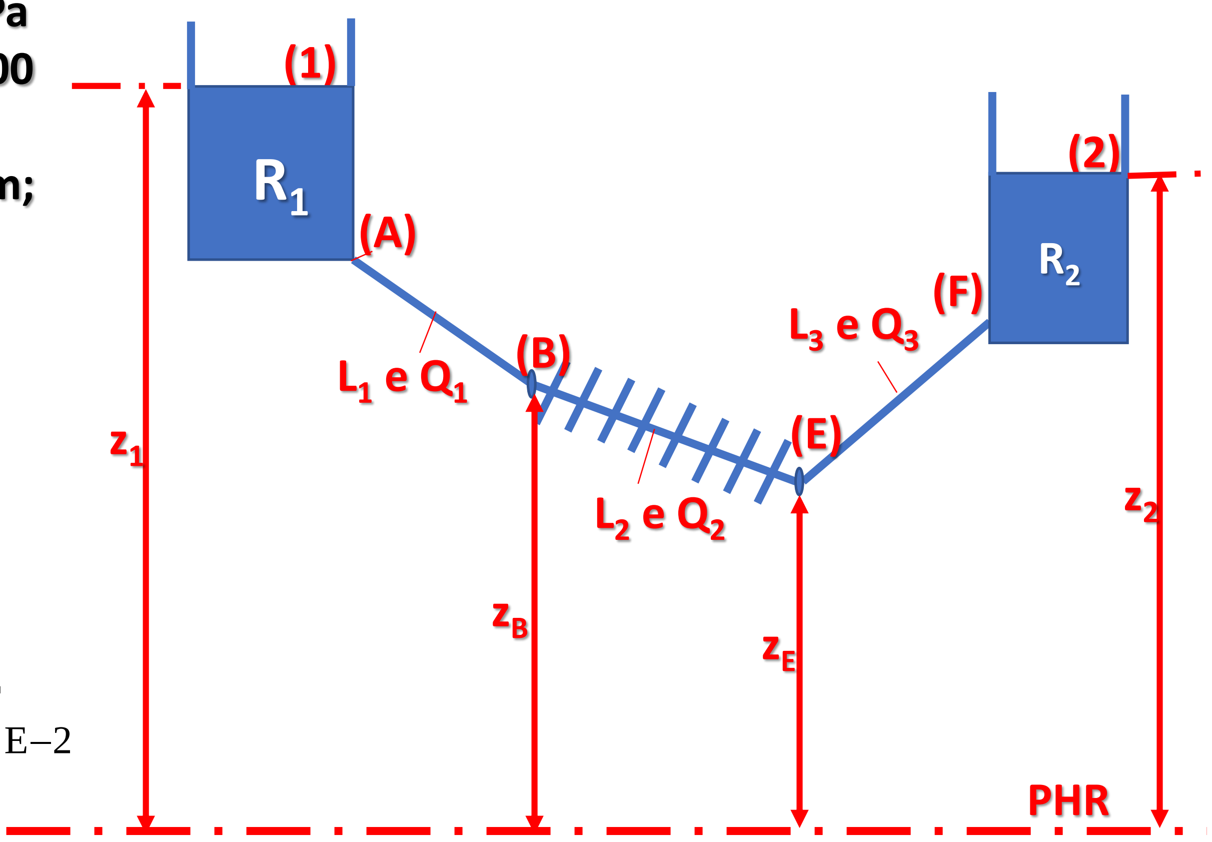


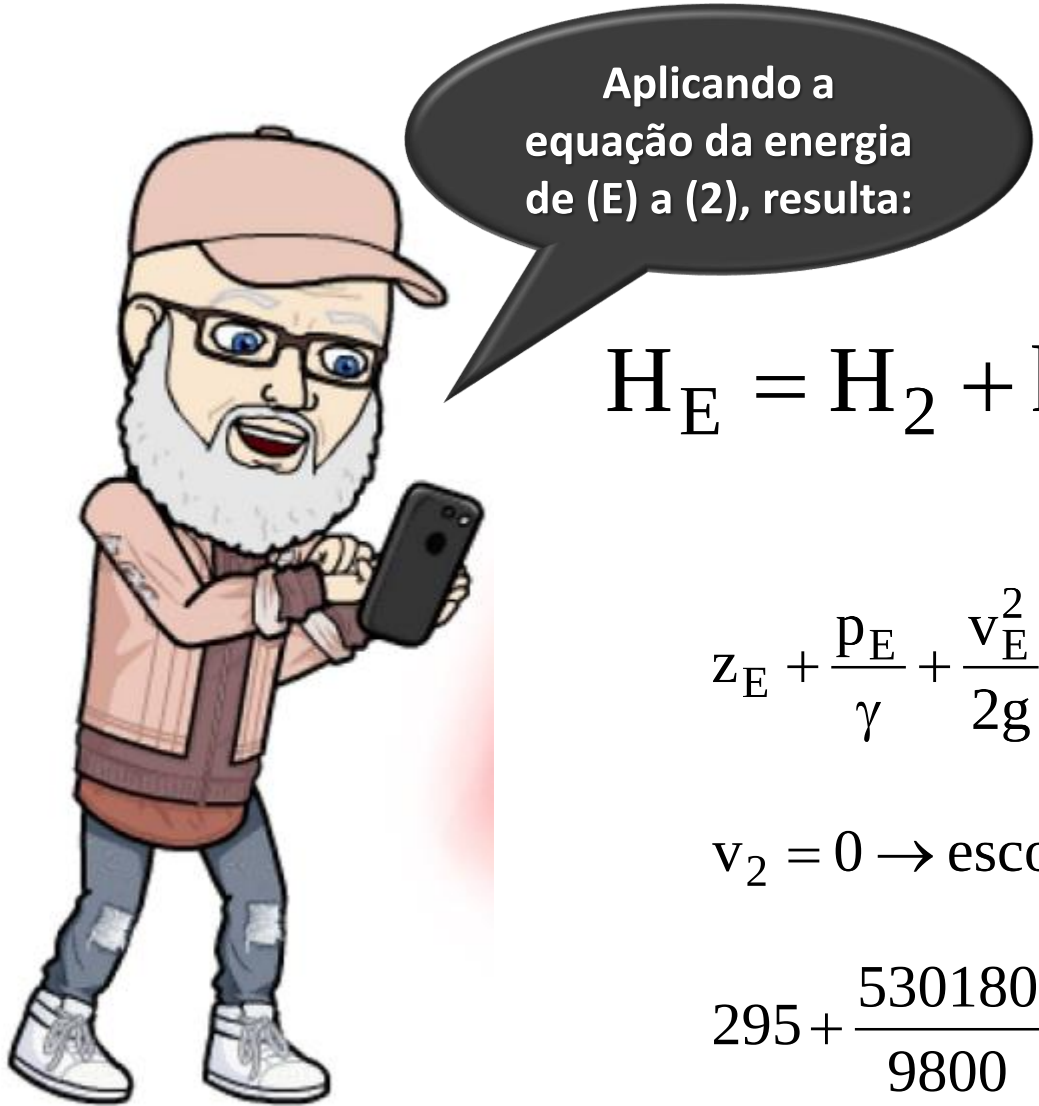
$$H_B = 300 + \frac{539980}{9800} = 355{,}1\text{m}$$

$$v_B = \frac{0{,}048 \times 4}{\pi \times 0{,}165^2} \cong 2{,}24\frac{\text{m}}{\text{s}} \therefore \frac{v_B^2}{2g} = \frac{2{,}24^2}{19{,}6} \cong 0{,}256\text{m} \Rightarrow \approx 0{,}0721\% \text{ de } 355{,}1\,\text{m}$$

$$\therefore \frac{v_B^2}{2g} \approx 0$$

Dados: pressões em B e E são 539980 Pa e 530 180 Pa respectivamente ; peso específico d' água igual a 9800 N/m³, coeficiente de rugosidade (C) para todos os trechos igual a 100; z_1= 400 m e L_1 = 900m; z_B = 300 m; L_2 = 800 m; z_E = 295 m; L_3 = 950 m e z_2 = 330 m





Aplicando a equação da energia de (E) a (2), resulta:

$$H_E = H_2 + h_{f_{E-2}}$$

$$z_E + \frac{p_E}{\gamma} + \frac{v_E^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{f_{E-2}}; p_2 = p_{atm} = o \rightarrow \text{escala efetiva}$$

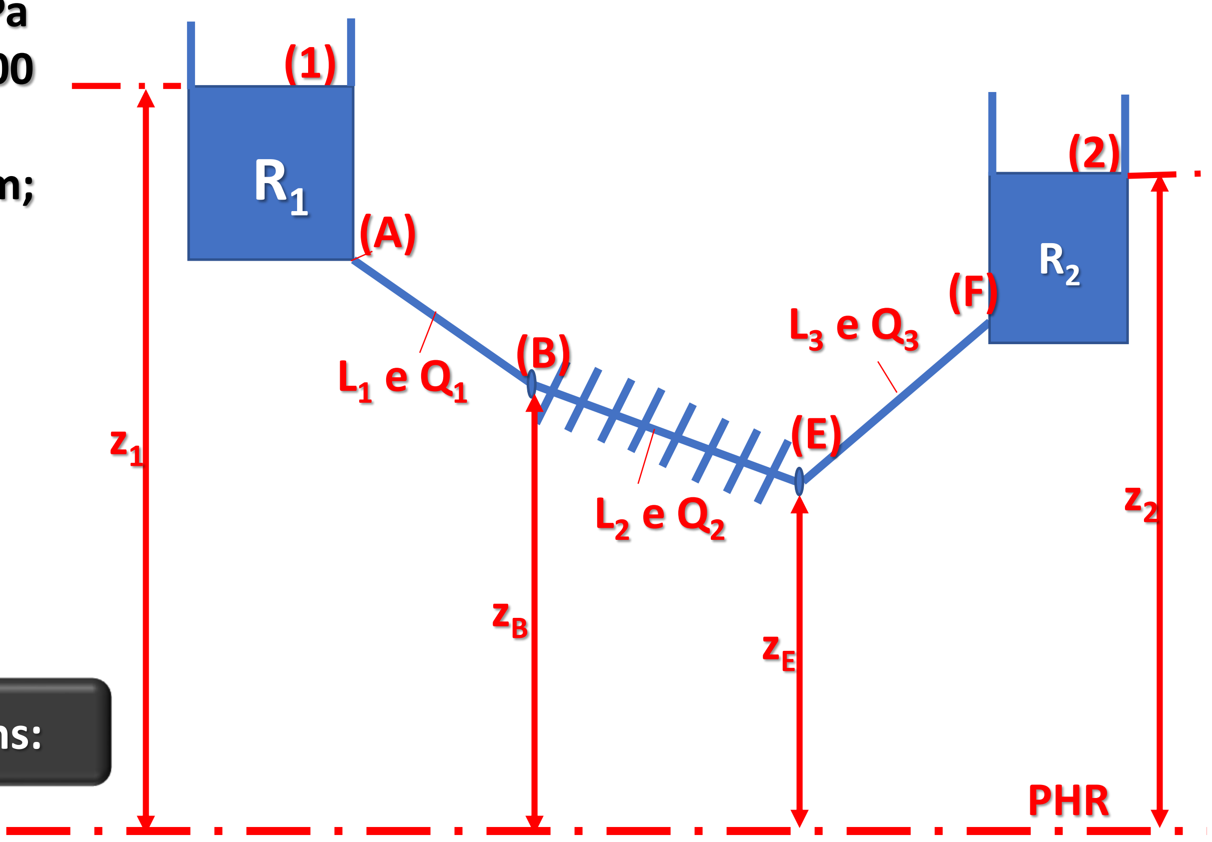
$$v_2 = 0 \rightarrow \text{escoamento em regime permanente}; \frac{v_E^2}{2g} \approx 0$$

$$295 + \frac{530180}{9800} = 330 + h_{f_{E-2}} \therefore h_{f_{E-2}} \cong 19{,}1\text{m}$$

Dados: pressões em B e E são 539980 Pa e 530 180 Pa respectivamente ; peso específico d' água igual a 9800 N/m³, coeficiente de rugosidade (C) para todos os trechos igual a 100; z_1= 400 m e L_1 = 900m; z_B = 300 m; L_2 = 800 m; z_E = 295 m; L_3 = 950 m e z_2 = 330 m

Calculando as perdas:

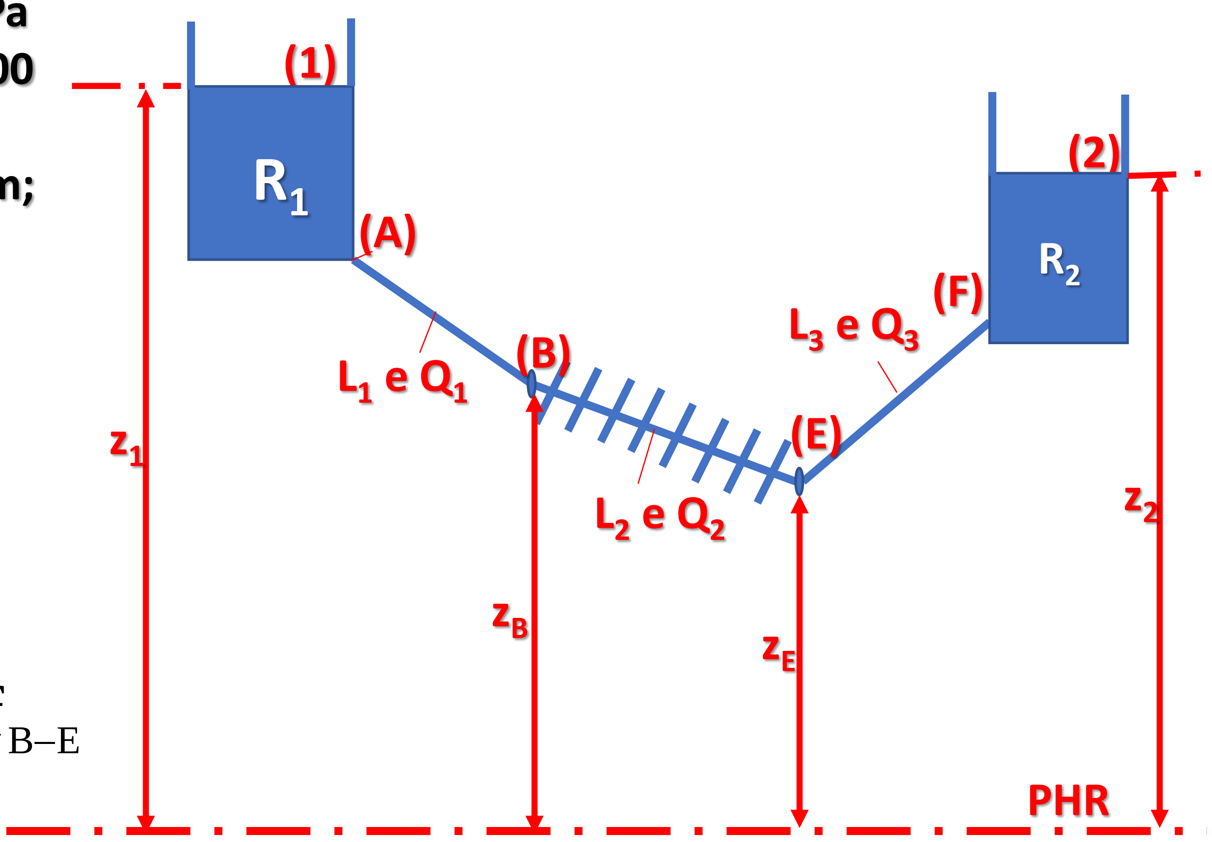
Perdas por Hazen - Williams:

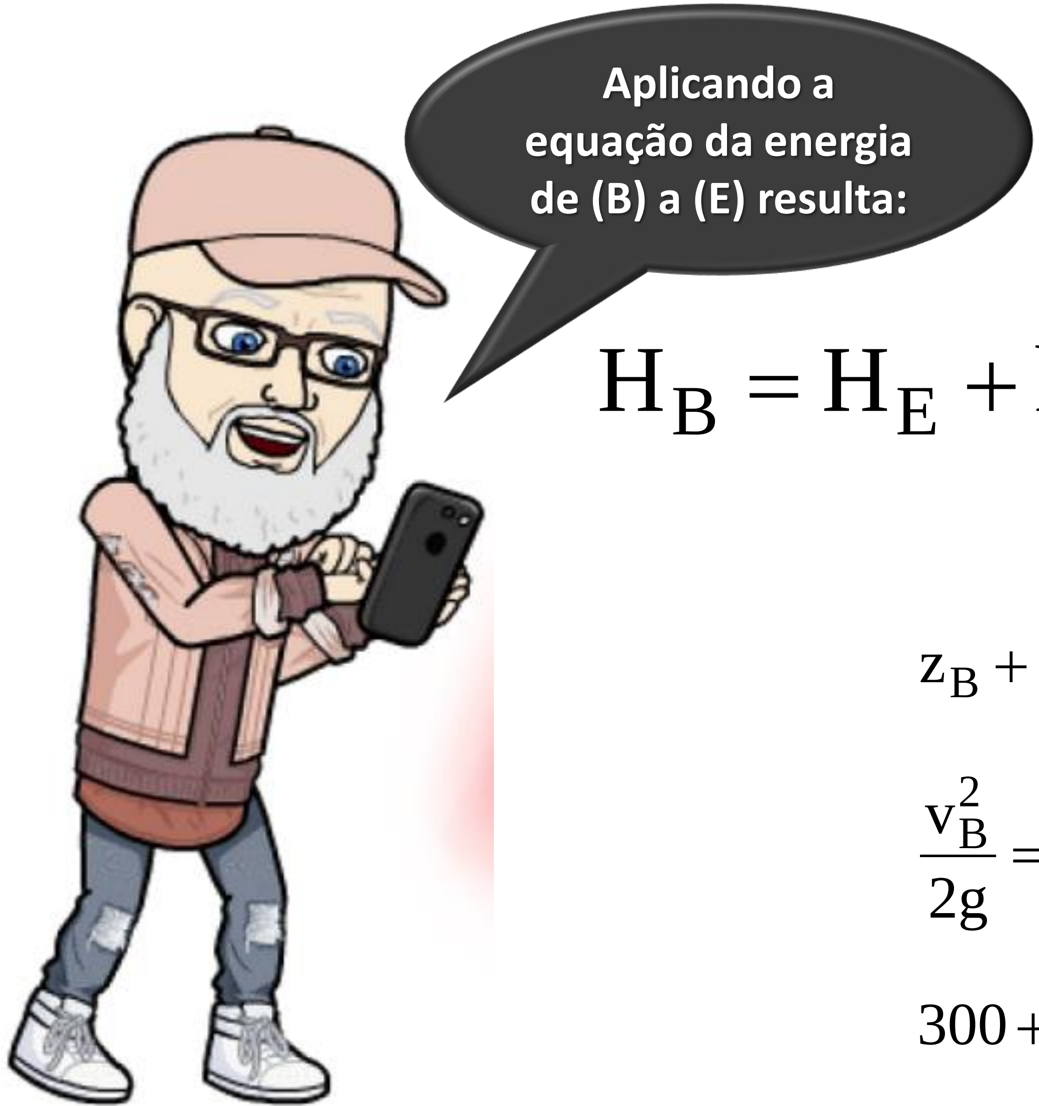


$$h_{f_{E-2}} = 19{,}1m = 10{,}643\times\frac{950}{D_3^{4,87}}\times\left(\frac{0{,}008}{100}\right)^{1,85}$$

$$D_3 = \left(\frac{10{,}643\times 950\times 0{,}008^{1,85}}{19{,}1\times 100^{1,85}}\right)^{\frac{1}{4,87}} \cong 0{,}100m \approx 100mm$$

Dados: pressões em B e E são 539980 Pa e 530 180 Pa respectivamente ; peso específico d' água igual a 9800 N/m³, coeficiente de rugosidade (C) para todos os trechos igual a 100; z_1= 400 m e L_1 = 900m; z_B = 300 m; L_2 = 800 m; z_E = 295 m; L_3 = 950 m e z_2 = 330 m



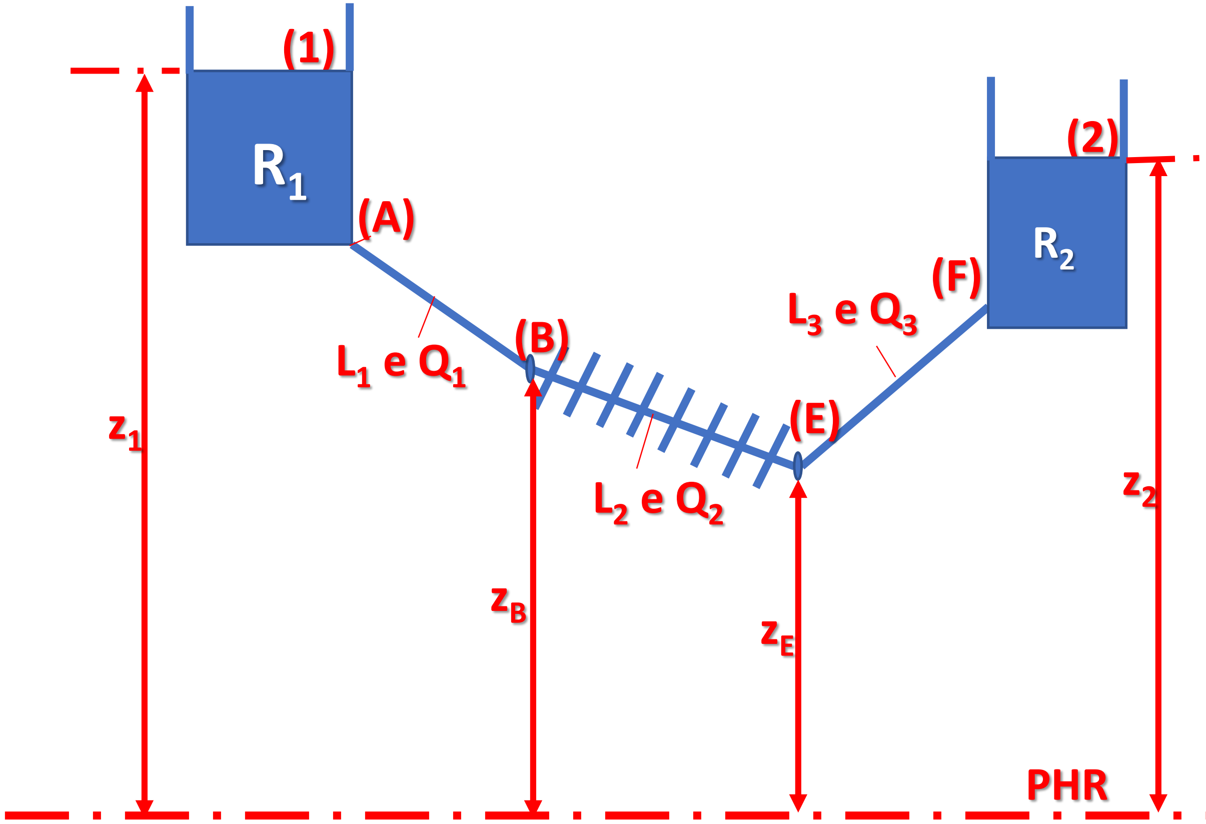


$$H_B = H_E + h_{f_{B-E}}$$

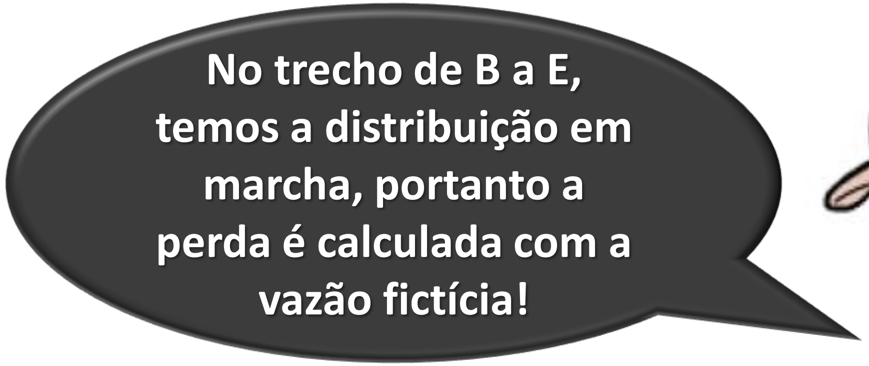
$$z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} = z_E + \frac{p_E}{\gamma} + \frac{v_E^2}{2g} + h_{f_{B-E}}$$

$$\frac{v_B^2}{2g} = \frac{v_E^2}{2g} \approx 0$$

$$300 + \frac{539980}{9800} = 295 + \frac{530180}{9800} + h_{f_{B-E}} \quad \therefore h_{f_{B-E}} = 6\text{m}$$



Dados: pressões em B e E são 539980 Pa e 530 180 Pa respectivamente ; peso específico d' água igual a 9800 N/m³, coeficiente de rugosidade (C) para todos os trechos igual a 100; z_1= 400 m e L_1 = 900m; z_B = 300 m; L_2 = 800 m; z_E = 295 m; L_3 = 950 m e z_2 = 330 m



$$Q_F = \frac{Q_M + Q_J}{2} = \frac{48+8}{2} = 28\frac{L}{s} \therefore 6 = 10,643 \times \frac{800}{D_2^{4,87}} \times \left(\frac{0,028}{100}\right)^{1,85}$$

$$D_2 = \left(\frac{10,643 \times 800 \times 0,028^{1,85}}{6 \times 100^{1,85}}\right)^{\frac{1}{4,87}} \cong 0,1984\text{m} \therefore D_2 \approx 200\text{mm}$$

A instalação hidráulica a seguir tem todas as tubulações do mesmo material, que no caso é o aço 40 ($K_{aço} = 4,6 * 10^{-5}$ m). A vazão que saí do reservatório R_1 é de 30 L/s. Entre os nós (2) e (3) existe uma distribuição em marcha com vazão por metro linear uniforme e igual a $q_m = 0,015$ L/(s*m). Assumindo que o escoamento encontra-se na região do hidraulicamente rugoso, tem-se $f_{6''} = f_{4''} = 0,02$ = constante. As perdas singulares e as cargas cinéticas são desprezadas. Pede-se:

1. a carga potencial de posição do nó 2;
2. a carga de pressão no nó 3;
3. a vazão na tubulação de diâmetro nominal de 4".