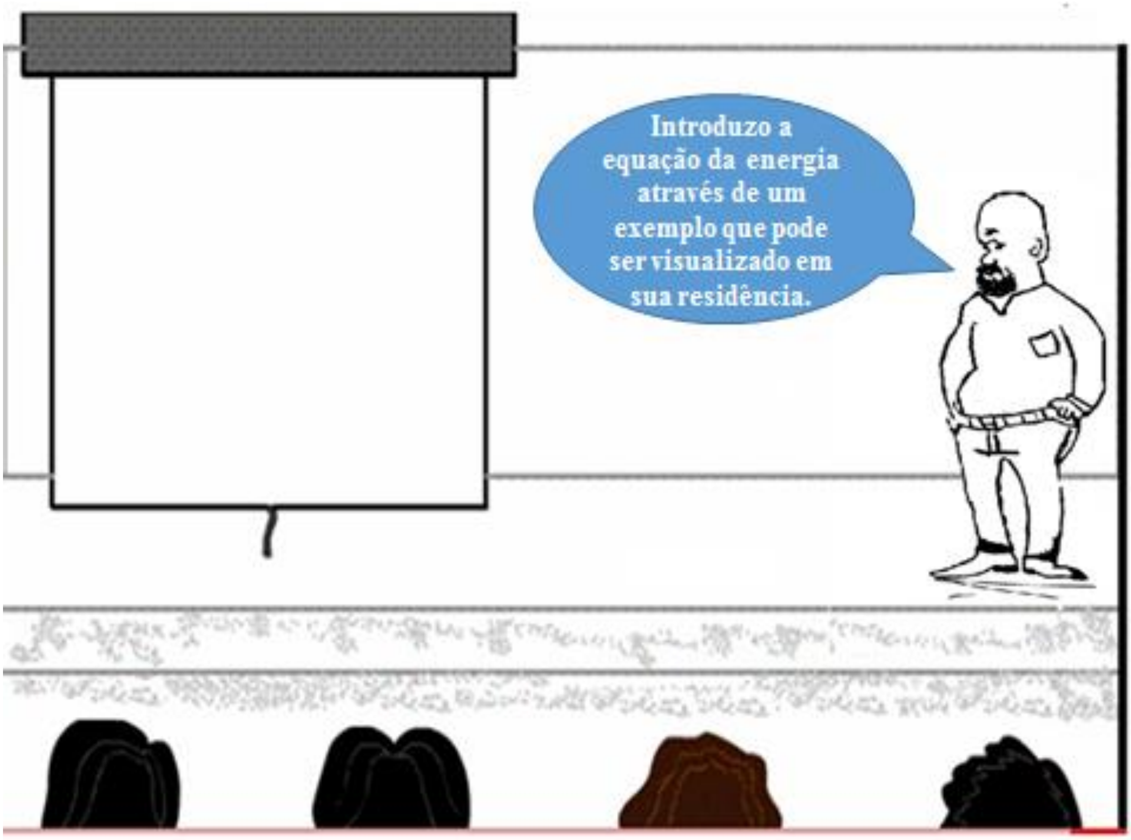
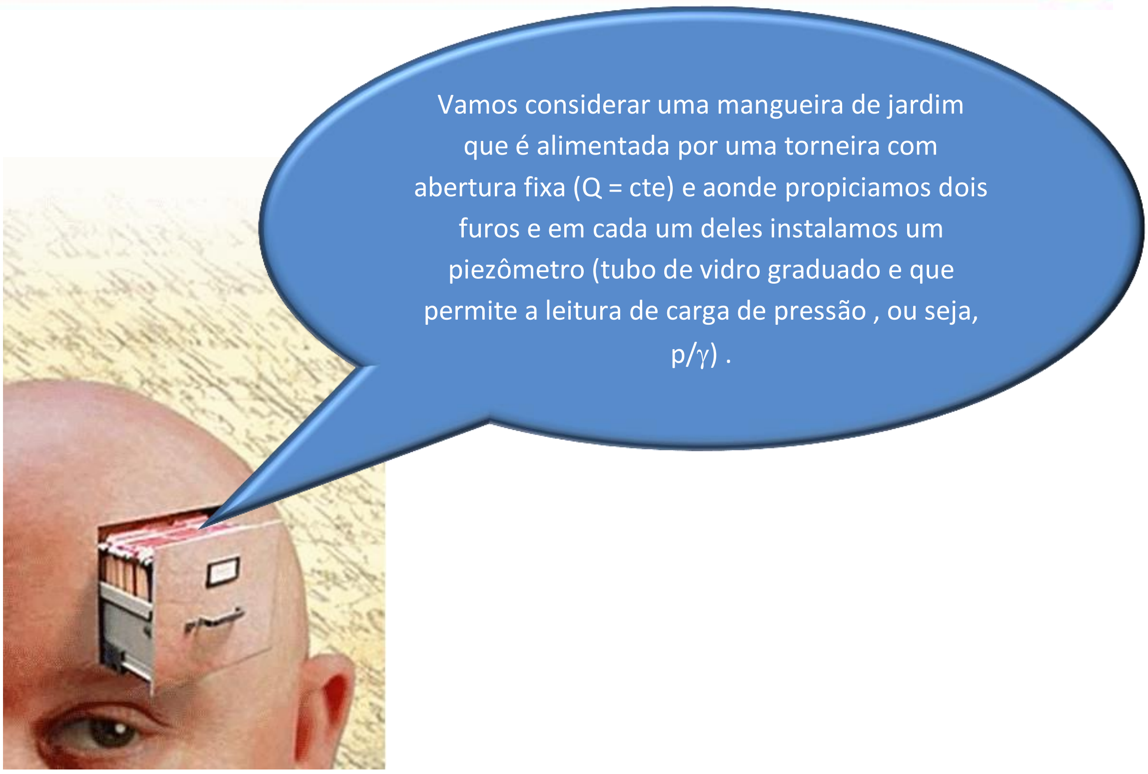
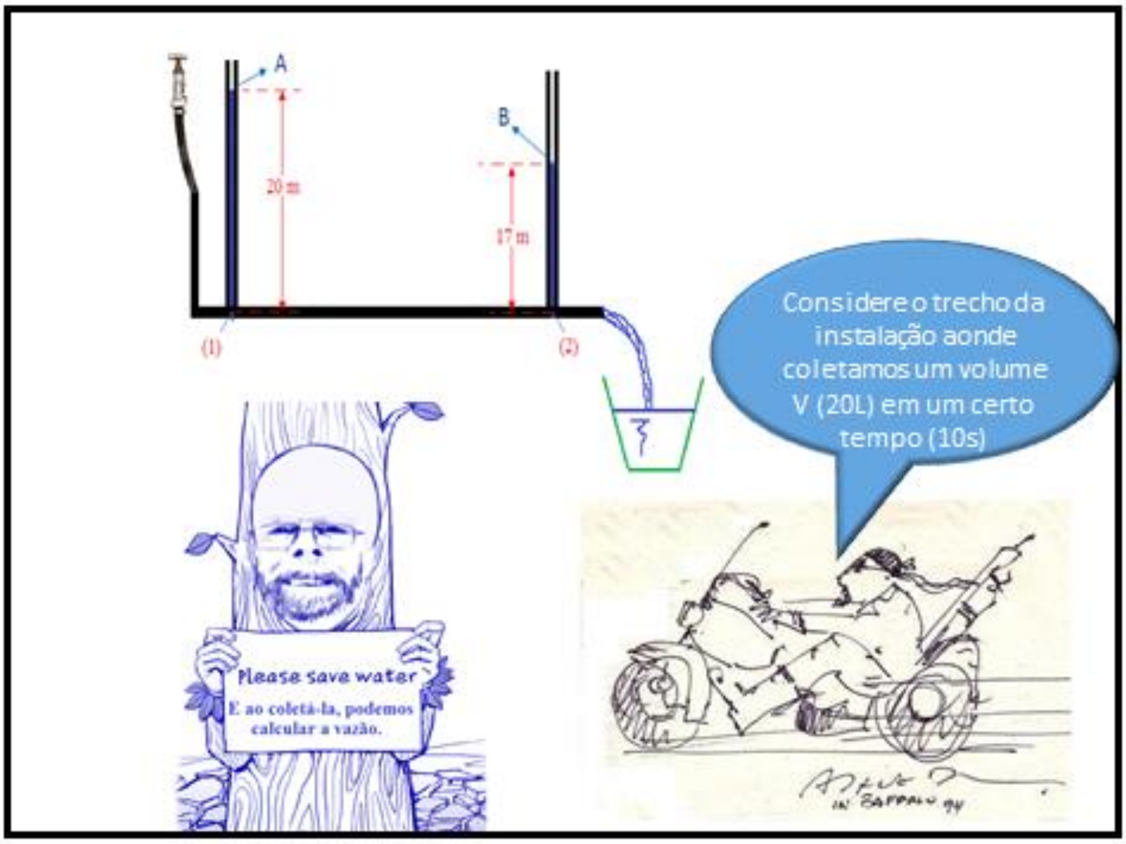
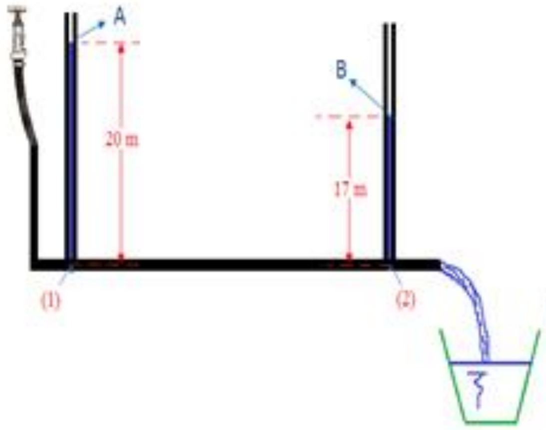
4.4 – Equação da energia para um escoamento incompressível e em regime permanente sem presença de máquina hidráulica

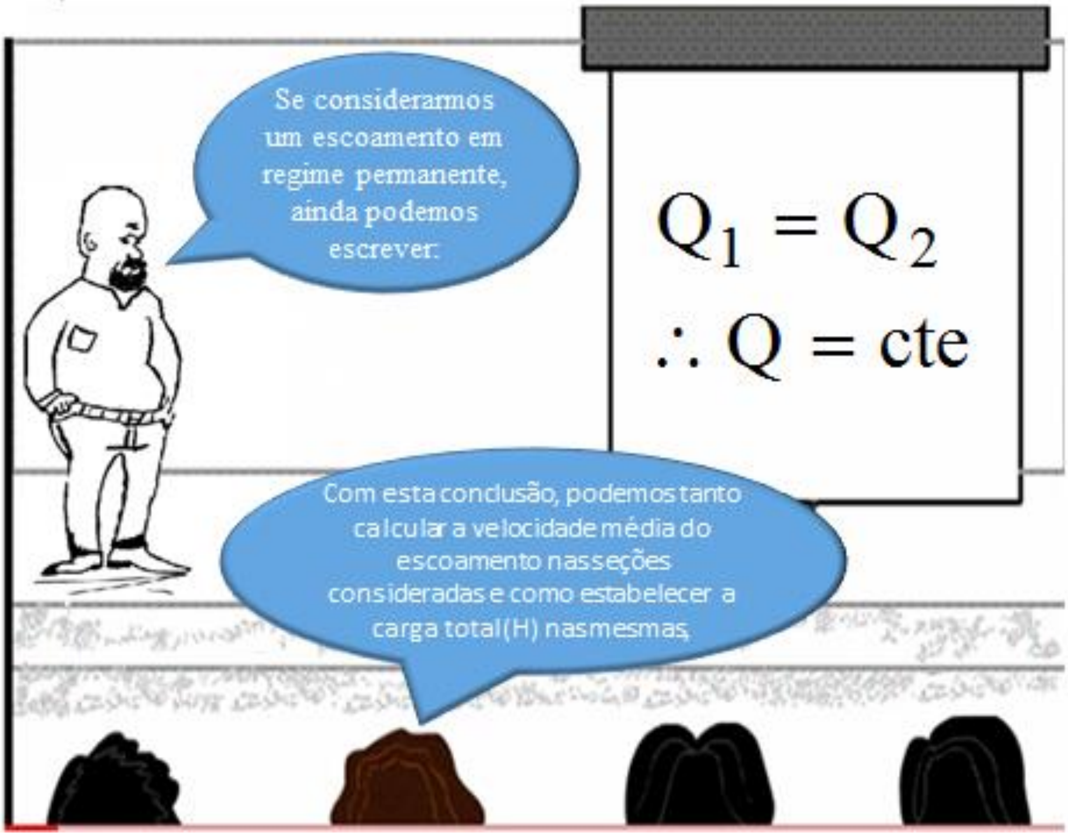


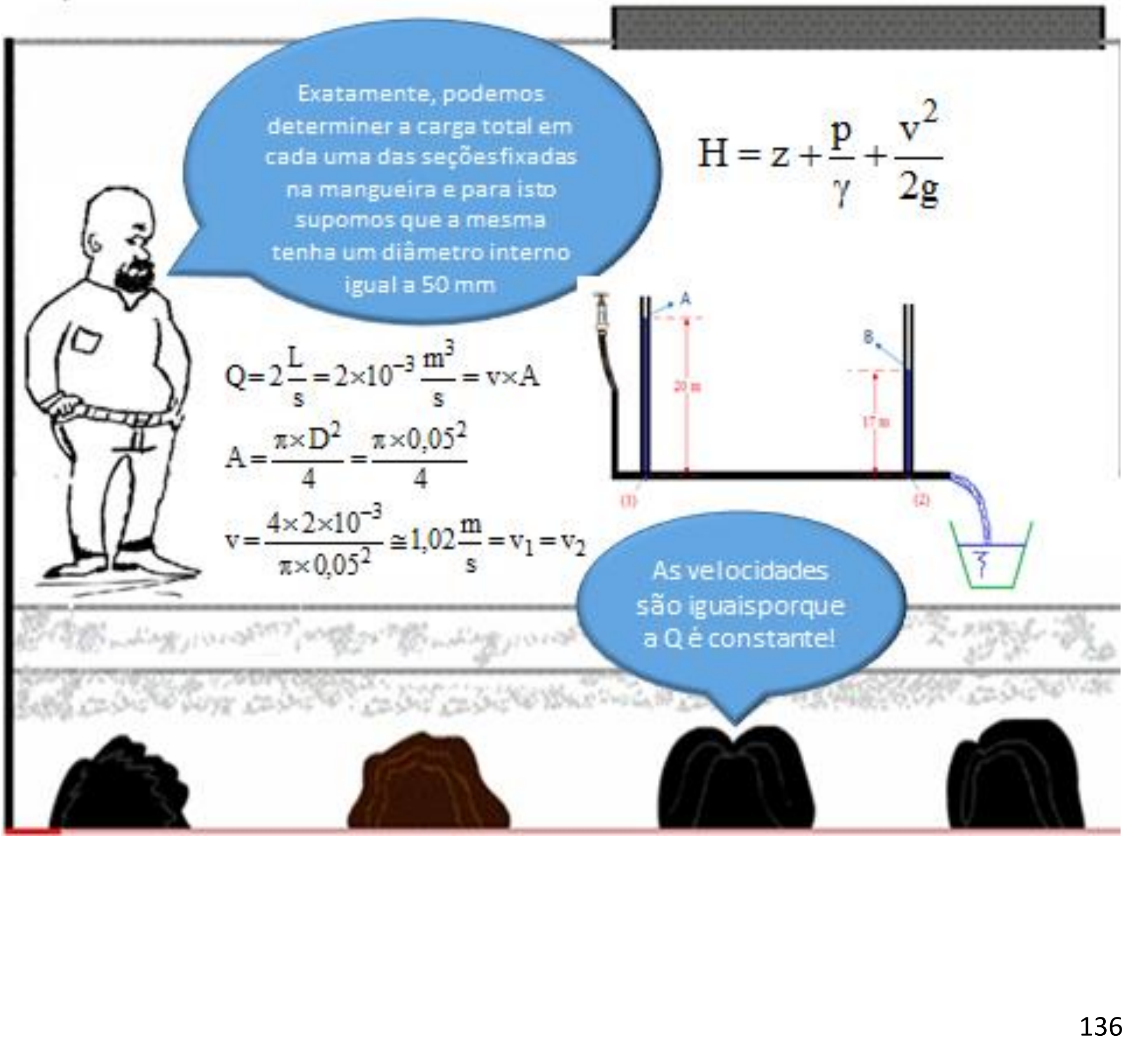


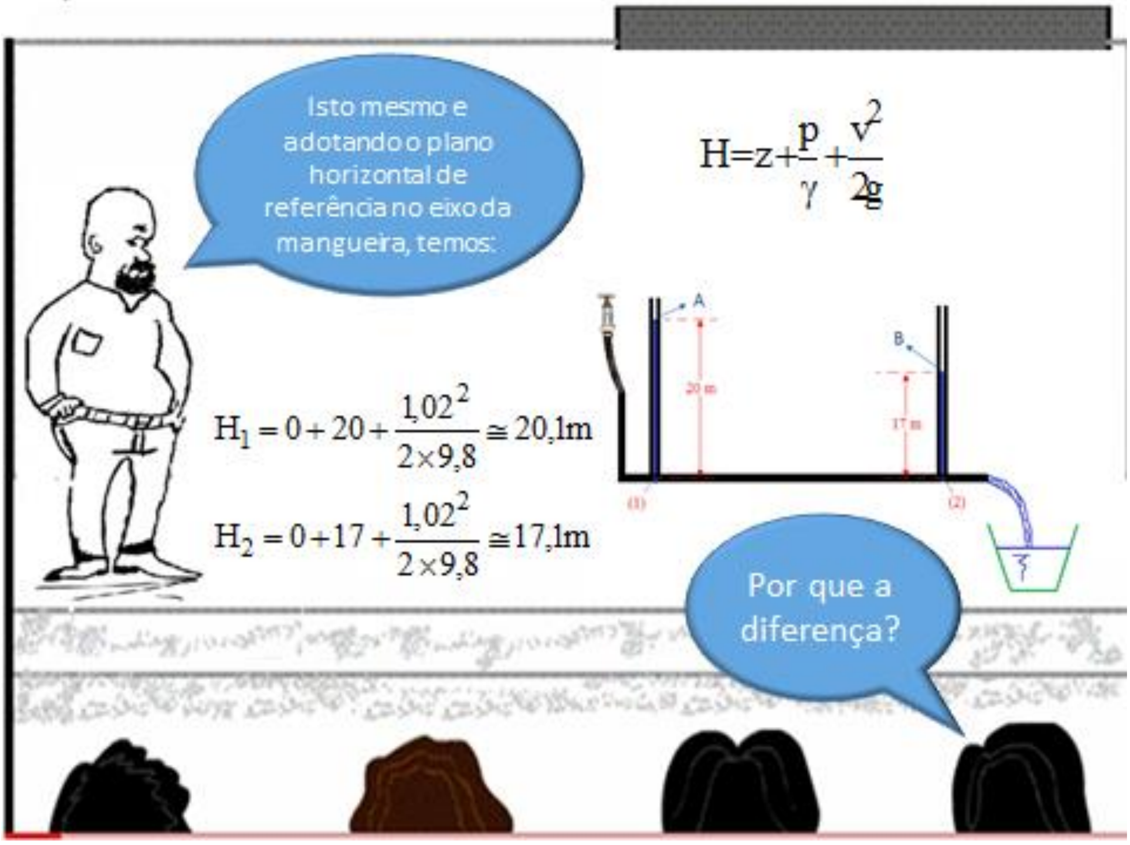


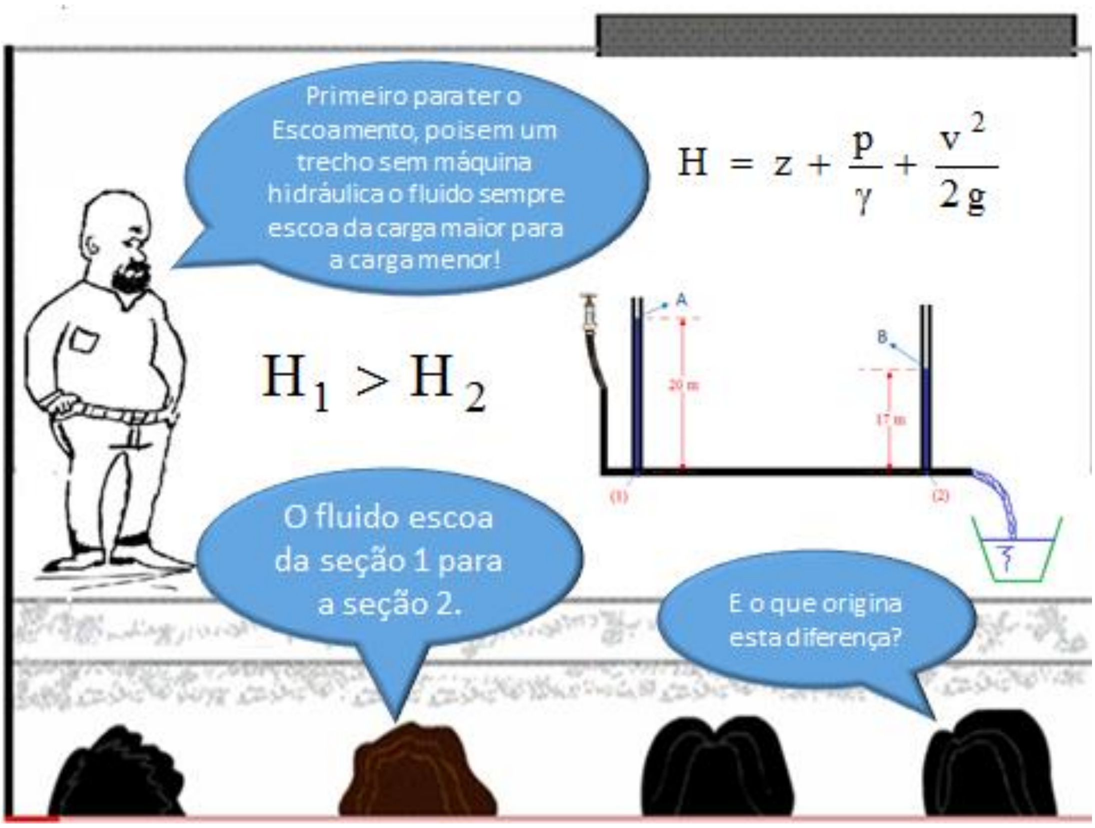


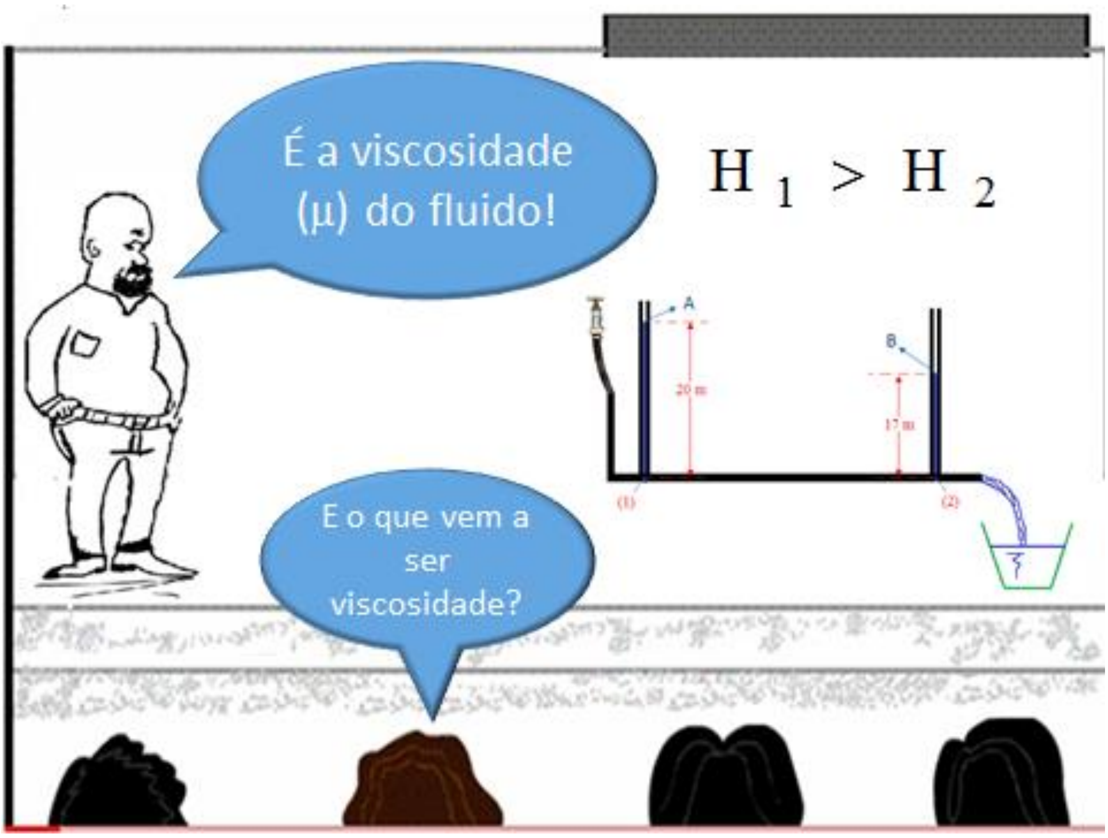
$$Q = \frac{V}{t} = \frac{20}{10} = 2\frac{L}{s}$$

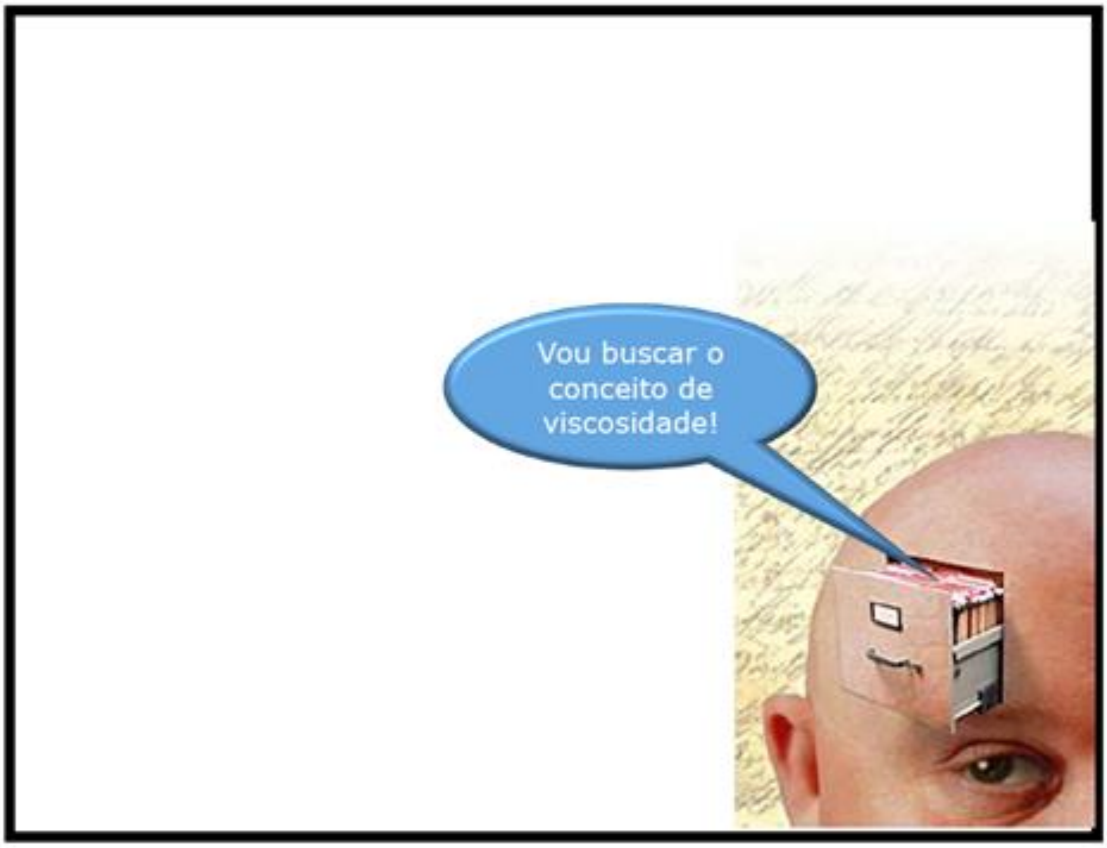

Se considerarmos um escoamento em regime permanente, ainda podemos escrever:
$Q_1 = Q_2$
$\therefore Q = cte$
Com esta conclusão, podemos tanto calcular a velocidade média do escoamento nas seções consideradas e como estabelecer a carga total (H) nas mesmas.


Exatamente, podemos determinar a carga total em cada uma das seções fixadas na mangueira e para isto supomos que a mesma tenha um diâmetro interno igual a 50 mm
$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$
A
B
$Q = 2\frac{L}{s} = 2\times10^{-3}\frac{m^3}{s} = v\times A$
$A = \frac{\pi\times D^2}{4} = \frac{\pi\times0{,}05^2}{4}$
$v = \frac{4\times2\times10^{-3}}{\pi\times0{,}05^2} \cong 1{,}02\frac{m}{s} = v_1 = v_2$
As velocidades são iguais porque a Q é constante!

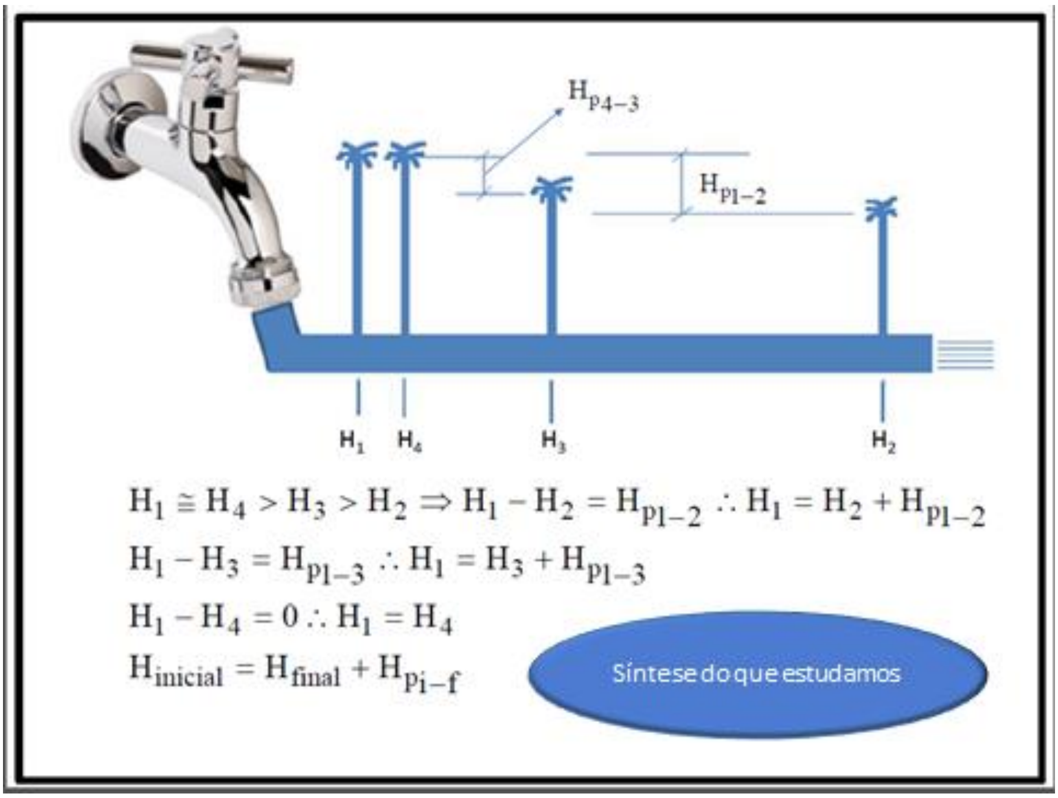

Isto mesmo e adotando o plano horizontal de referência no eixo da mangueira, temos:
$H=z+\frac{p}{\gamma}+\frac{v^2}{2g}$
A
B
20 m
17 m
(1)
(2)
$H_1 = 0+20+\frac{1{,}02^2}{2\times 9{,}8} \cong 20{,}1\text{m}$
$H_2 = 0+17+\frac{1{,}02^2}{2\times 9{,}8} \cong 17{,}1\text{m}$
Por que a diferença?

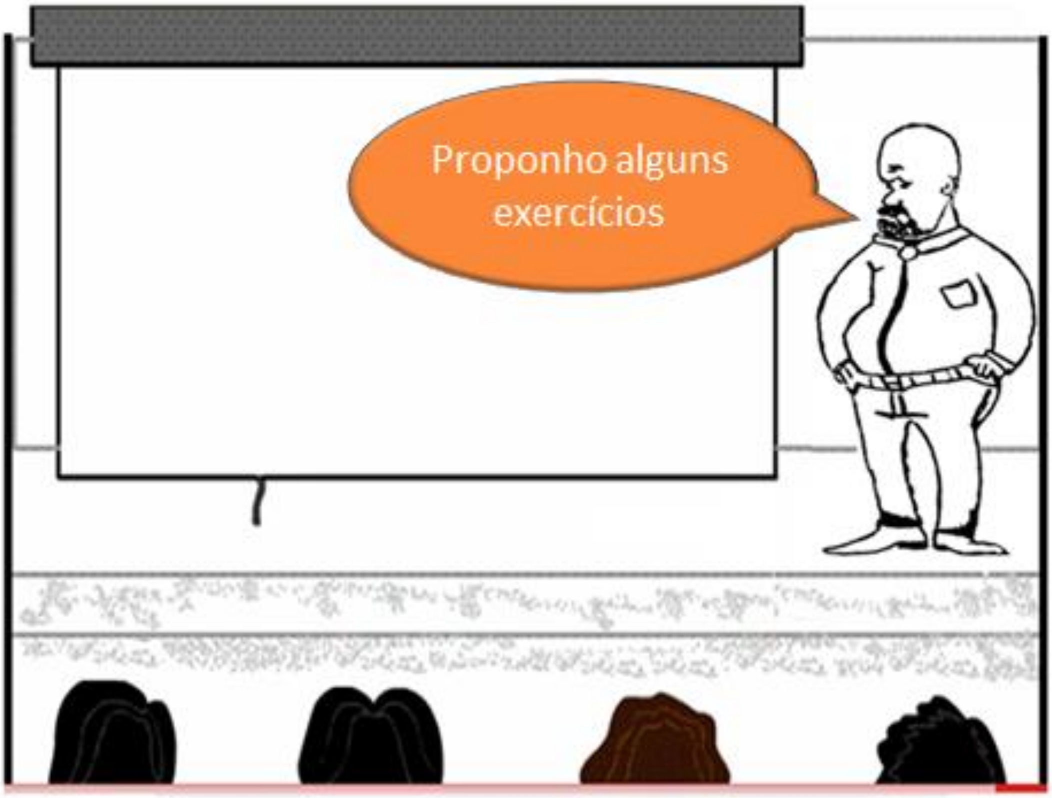

Primeiro para ter o Escoamento, pois em um trecho sem máquina hidráulica o fluido sempre escoa da carga maior para a carga menor!
$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$
A
B
20 m
17 m
(1)
(2)
$H_1 > H_2$
O fluido escoa da seção 1 para a seção 2.
E o que origina esta diferença?


É a viscosidade (µ) do fluido!
H 1 > H 2
A
B
20 m
17 m
(1)
(2)
E o que vem a ser viscosidade?


Vou buscar o conceito de viscosidade!


A viscosidade é a propriedade que o fluido tem que exprime a resistência que ele oferece aos esforços tangenciais. Ela também é responsável pelo atrito do fluido com as paredes internas do conduto por onde ele escoa e o atrito entre as camadas fluidas.
Então é ela que é responsável pela existência da perda de carga?

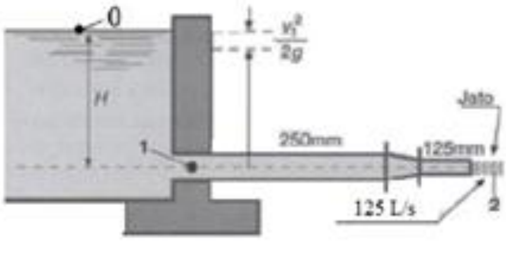

H_{p4-3}
H_{p1-2}
H_1 H_4 H_3 H_2
$H_1 \cong H_4 > H_3 > H_2 \Rightarrow H_1 - H_2 = H_{p1-2} \therefore H_1 = H_2 + H_{p1-2}$
$H_1 - H_3 = H_{p1-3} \therefore H_1 = H_3 + H_{p1-3}$
$H_1 - H_4 = 0 \therefore H_1 = H_4$
$H_{inicial} = H_{final} + H_{pi-f}$
Síntese do que estudamos



De uma pequena barragem, parte uma canalização de 250 mm de diâmetro interno, com poucos metros de extensão, havendo depois uma redução para 125 mm; do tubo de 125 mm, a água passa para a atmosfera sob forma de jato. A vazão foi medida e encontrando-se 125 L/s. Sabendo que a perda de carga total é aproximadamente igual a 2,7 m, pede-se calcular:

a. a altura H de água na barragem;
b. a pressão na seção 1 nas escalas efetiva e absoluta, sabendo que v_1 não é nula e que a perda de carga de 0 a 1 é igual a 0,93m;
c. a potência bruta do jato.

Dados: peso específico da água igual a 9800 kg/m³ e pressão atmosférica local igual a 95200 N/m².



$$a) \rightarrow H_0 = H_2 + H_{Ptotal}$$

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + H_{Ptotal}$$

PHR adotado no eixo passando por 1 :

$$H + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{v_2^2}{2 \times 9{,}8} + 2{,}7$$

$$Q = v_2 \times A_2 \Rightarrow 125 \times 10^{-3} = v_2 \times \frac{\pi \times 0{,}125^2}{4}$$

$$v_2 = \frac{4 \times 125 \times 10^{-3}}{\pi \times 0{,}125^2} \cong 10{,}2 \frac{m}{s}$$

$$H = \frac{10{,}2^2}{19{,}6} + 2{,}7 \cong 8m$$

$$b) \Rightarrow H_0 = H_1 + H_{p_{0-1}}$$

mesmo PHR, resulta :

$$8 = 0 + \frac{p_1}{9800} + \frac{v_1^2}{19.6} + 0{,}93$$

$$Q = v_1 \times A_1 \therefore 125 \times 10^{-3} = v_1 \times \frac{\pi \times 0{,}25^2}{4}$$

$$v_1 = \frac{4 \times 125 \times 10^{-3}}{\pi \times 0{,}25^2} \approx 2{,}55 \frac{m}{s}$$

$$\frac{p_1}{9800} = 8 - \frac{2{,}55^2}{19{,}6} - 0{,}93 \therefore p_1 = 9800 \times \left(8 - \frac{2{,}55^2}{19{,}6} - 0{,}93\right)$$

$$p_1 \cong 66043{,}7 \frac{N}{m^2} = 66043{,}7 Pa$$

c) A potência bruta do jato que será representada por N_2

$$H_2 = \frac{\text{energia total em 2}}{\text{peso}} = \frac{E_{T2}}{G} \therefore E_{T2} = G \times H_2$$

Dividindo ambos os membros pelo tempo, resulta :

$$\frac{E_{T2}}{t} = \frac{G \times H_2}{t}$$

$$\frac{E_{T2}}{t} \rightarrow N_2$$

$$\frac{G \times H_2}{t} = \frac{G}{t} \times H_2 \rightarrow \frac{G}{t} = \frac{\text{peso}}{\text{tempo}} = \text{definição de vazão em peso}(Q_G)$$

$$\therefore N_2 = Q_G \times H_2 = Q_G \times \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \right)$$

$$Q_G = \frac{G}{t} = g \times \frac{m}{t} \rightarrow \frac{m}{t} = \frac{\text{massa}}{\text{tempo}} = \text{definição de vazão em massa}(Q_m)$$

$$\therefore Q_G = g \times Q_m = g \times \frac{m}{t}$$

Por outro lado, evocando o conceito de massa específica, temos:

$$\rho = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} = \frac{m}{V} \therefore m = \rho \times V$$

$$Q_G = g \times Q_m = g \times \frac{m}{t} = g \times \rho \times \frac{V}{t} = \gamma \times Q$$

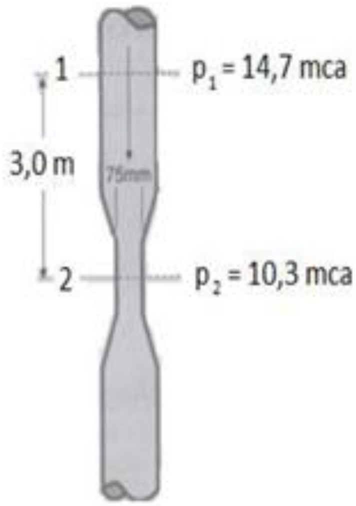
$$\therefore N_2 = \gamma \times Q \times H_2 = \gamma \times Q \times \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \right)$$

$$N_2 = 9800 \times 125 \times 10^{-3} \times \left(0 + 0 + \frac{10{,}2^2}{19{,}6} \right)$$

$$[N_2] = \left[\frac{N}{m^3} \right] \times \left[\frac{m^3}{s} \right] \times [m] = \frac{N \times m}{s} = \frac{J}{s} = W$$

$$\therefore N_2 \cong 6502{,}5W$$

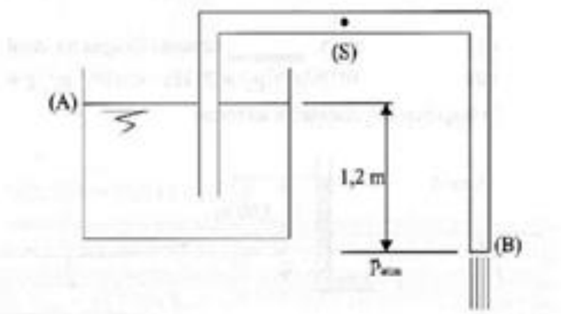
Uma tubulação vertical de 150 mm de diâmetro apresenta, em um pequeno trecho, uma seção contraída de 75 mm, onde a pressão é de 10,3 mca. A três metros acima desse ponto, a pressão eleva-se para 14,7 mca. Calcular as velocidades e a vazão sabendo que o coeficiente de vazão (C_d) é igual a 0,95.



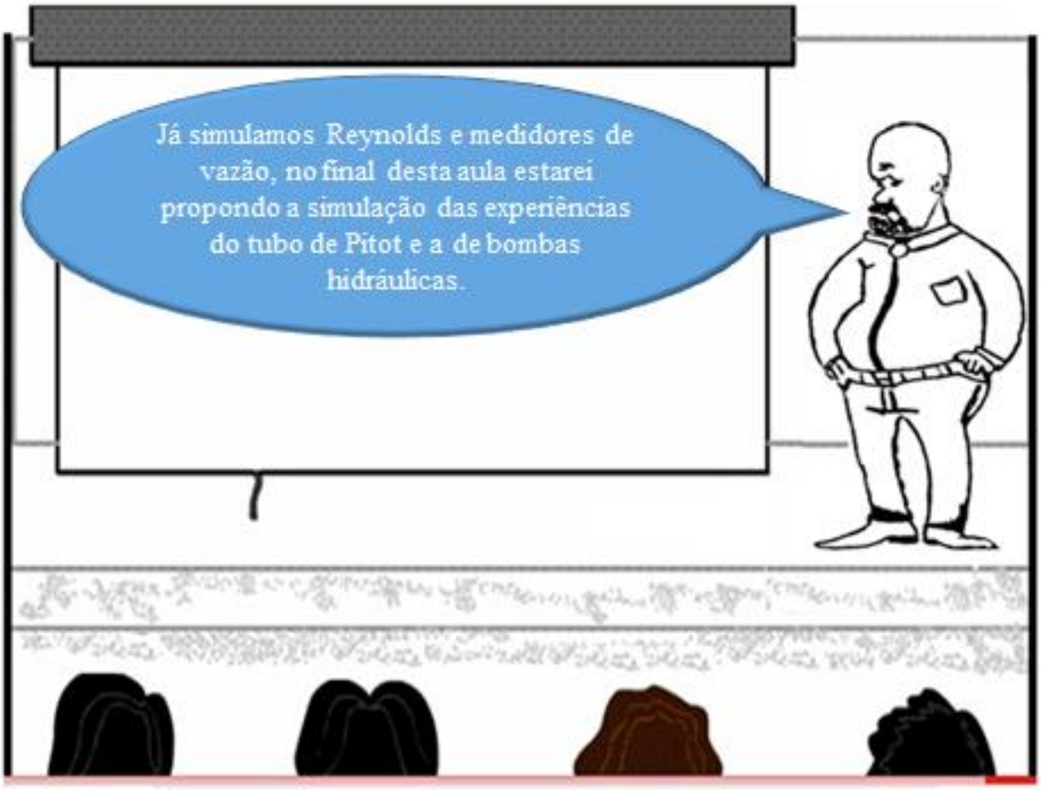
Considerando que no ponto S do sifão da figura a pressão não deve cair abaixo de 32 kPa (abs) e que para esta pressão limite a perda de carga de (A) a (S) é 0,300 m e de (S) a (B) é 0,377 m, calcule:

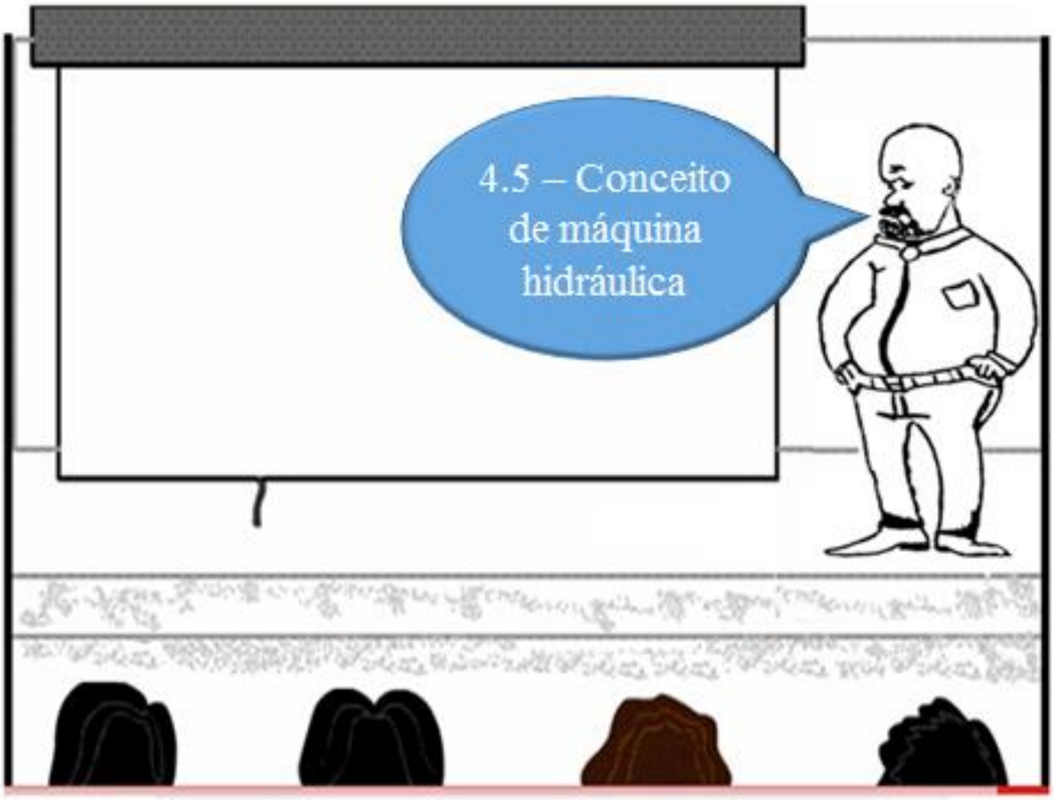
a. a velocidade média do escoamento;
b. a máxima altura do ponto S em relação ao ponto (A)

Dados: p_{atm} = 100 kPa; $\gamma_{água}$ = 9800 N/m³




Vamos abordar agora os últimos tópicos deste semestre: conceito de máquinas hidráulicas, noção de potências, rendimentos e a equação da energia em presença de máquinas hidráulicas.
E não vamos fazer nenhuma experiência?

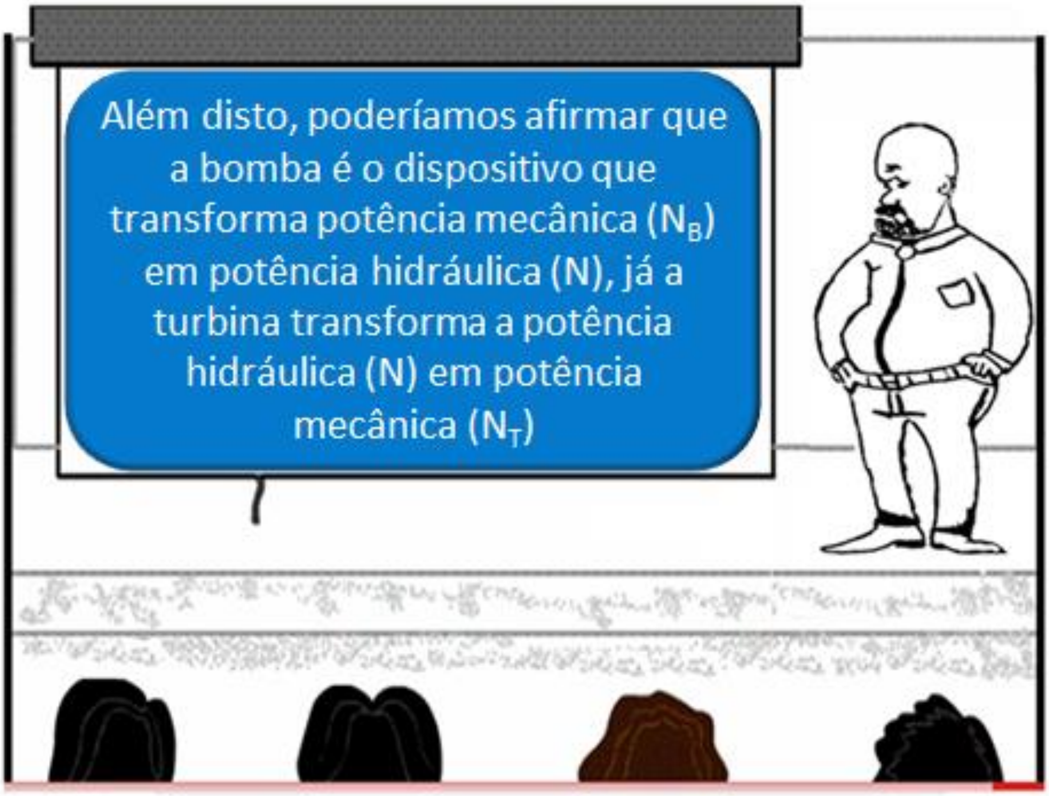

Já simulamos Reynolds e medidores de vazão, no final desta aula estarei propondo a simulação das experiências do tubo de Pitot e a de bombas hidráulicas.


4.5 – Conceito de máquina hidráulica


Máquina hidráulica é o dispositivo que introduzido no escoamento, fornece ou retira energia dele, na forma de trabalho.
BOMBA + MOTOR
TURBINA + GERADOR
TURBINA HIDRÁULICA DE IMPULSÃO

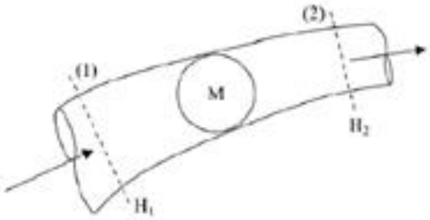
Para o escoamento incompressível, tem-se:

- Bomba hidráulica = dispositivo que fornece energia ao escoamento, onde energia fornecida por unidade de peso é carga, ou altura, manométrica da bomba.
- Turbina hidráulica = dispositivo que retira energia do escoamento, onde energia retirada por unidade de peso é carga, ou altura, manométrica da turbina.



Equação da energia em presença de máquina, mantida as demais hipóteses.

Considera-se o trecho da instalação esquematizada a seguir:



$$H_1 + H_m = H_2 + H_{p1-2}$$

O único trecho que não consideramos a perda de carga na equação da energia seria entre a entrada e saída de uma máquina, isto resulta:

$$H_{entrada} + H_{máq} = H_{saída}$$

$$H_{máq} = (z_{saída} - z_{entrada}) + \left(\frac{p_{saída} - p_{entrada}}{\gamma}\right) + \frac{v_{saída}^2 - v_{entrada}^2}{2g}$$

$$H_{máq} = H_B > 0 \Rightarrow \text{bomba}$$

$$H_{máq} = 0 \Rightarrow \text{sem máquina}$$

$$H_{máq} = H_T < 0 \Rightarrow \text{turbina}$$

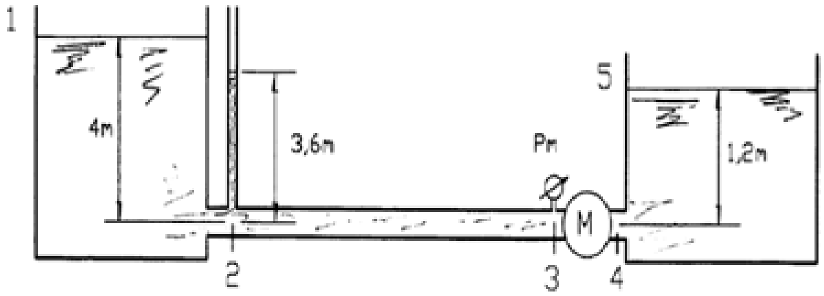
O conduto da figura tem diâmetro 100mm e a pressão no manômetro é pm = 0,24 kgf/cm^2. As perdas de carga entre as seções 1 e 2 e entre as seções 4 e 5 são desprezíveis. O fluido é água.

Determinar:

a) a vazão

b) a perda de carga na tubulação

c) o tipo de máquina e sua carga manométrica



Para iniciar o problema nós devemos achar o sentido do escoamento, lembrando que em um trecho sem máquina o escoamento ocorre da carga maior para a carga menor.

Adotando o PHR (plano horizontal de referência) no eixo do conduto, temos:

$$H_2 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = 0 + 3{,}6 + \frac{v_2^2}{19{,}6}$$

$$H_3 = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} = 0 + \frac{0{,}24 \times 10^4 \times 9{,}8}{1000 \times 9{,}8} + \frac{v_3^2}{19{,}6} = 0 + 2{,}4 + \frac{v_3^2}{19{,}6}$$

Como o diâmetro é constante, podemos afirmar que as velocidades médias de escoamento também o são, portanto $H_2 > H_3$ e isto nos permite afirmar que o escoamento ocorre de (1) para (5).

Aplicando a equação da energia de (1) a (2) mantendo o PHR, resulta:

$$H_1 = H_2 + H_{P1-2} \Rightarrow 4 = 3{,}6 + \frac{v_2^2}{19{,}6} + 0 \rightarrow v_2 = \sqrt{19{,}6 \times (4 - 3{,}6)} \cong 2{,}8 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow Q = 2{,}8 \times \frac{\pi \times 0{,}1^2}{4} \cong 0{,}0220 \frac{m^3}{s} \Rightarrow \text{resposta a)}$$

b)

$$H_{Ptotal} = H_{P1-2} + H_{P2-3} + H_{P3-4} + H_{P4-5}$$

Como: $H_{P1-2} = H_{P4-5}$ e H_{P3-4} já considerada no rendimento da máquina, temos:

$$H_{Ptotal} = H_{P2-3} \Rightarrow H_2 = H_3 + H_{Ptotal} \therefore H_{Ptotal} = 3{,}6 - 2{,}4 = 1{,}2m$$

c)

$$H_1 + H_{maq} = H_5 + H_{Ptotal}$$

$$4 + H_{maq} = 1{,}2 + 1{,}2$$

$$H_{maq} = -1{,}6m$$

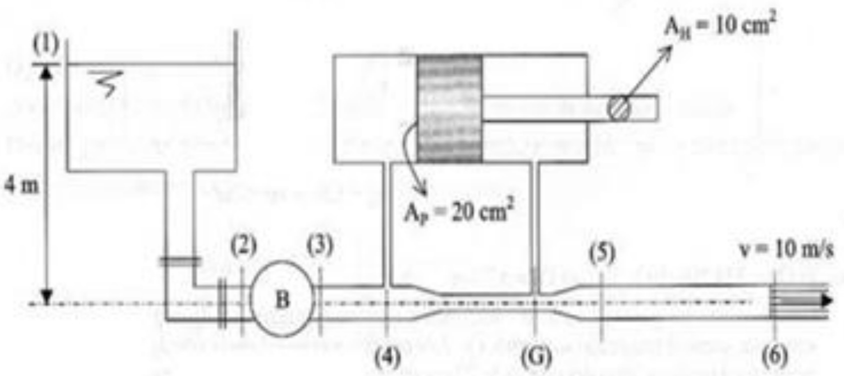
Como a carga manométrica deu negativa, podemos afirmar que a máquina é uma turbina.

Desprezando os atritos no pistão da figura, determinar:

a) a carga manométrica da bomba e a vazão que passa pela mesma;

b) a força que o pistão pode equilibrar com a haste.

Dados: $A_2 = A_3 = A_4 = A_5 = A_6 = 10\ cm^2$; $A_G = 8\ cm^2$; $A_p = 20\ cm^2$; $A_H = 10\ cm^2$; $H_{p1,2} = H_{p3,4} = 0,5$ m; $H_{p4,5} = 0$ m; $H_{p5,6} = 1$ m; $g = 10\ m/s^2$; $\gamma = 10^4\ N/m^3$. Supor o cilindro no plano da tubulação.



Adotando o PHR no eixo do conduto, temos:

a)

$$H_{Ptotal} = H_{P1-2} + H_{P2-3} + H_{P3-4} + H_{P4-5} + H_{P5-6}$$

$$H_1 + H_B = H_6 + H_{Ptotal}$$

$$4 + H_B = \frac{10^2}{20} + 0,5 + 0,5 + 1$$

$$H_B = 3m$$

$$Q = v \times A = 10 \times 10 \times 10^{-4} = 10 \times 10^{-3}\ \frac{m^3}{s} = 10\ \frac{L}{s}$$

b)

$$H_1 + H_B = H_4 + H_{P1-2} + H_{P2-3}$$

$$4 + 3 = 0 + \frac{p_4}{10000} + \frac{10^2}{20} + 0,5 + 0,5$$

$$\therefore p_4 = 10000\ \frac{N}{m^2}$$

Importante observar que no regime permanente a vazão calculada no item a) permanece constante e isto permite escrever que:

$$Q = v \times A = cte$$

$$10 \times 10^{-3} = v_G \times 8 \times 10^{-4} \therefore v_G \cong 12{,}5 \frac{m}{s}$$

Aplicando a equação da energia de (4) a (G), resulta:

$$H_4 = H_G + H_{p4-G}$$

$$z_4 + \frac{p_4}{\gamma} + \frac{v_4^2}{2g} = z_G + \frac{p_G}{\gamma} + \frac{v_G^2}{2g} + H_{p4-G}$$

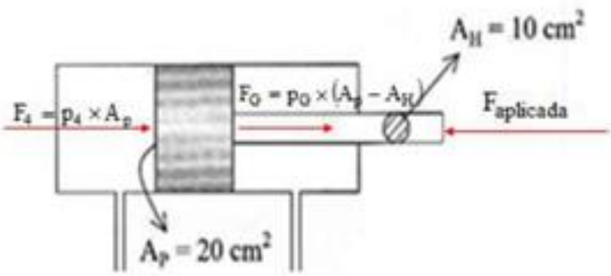
$$0 + \frac{10000}{10000} + \frac{10^2}{20} = 0 + \frac{p_G}{10000} + \frac{12{,}5^2}{20}$$

$$p_G = (1 + 5 - 7{,}8125) \times 10000 = -18125 \frac{N}{m^2}$$

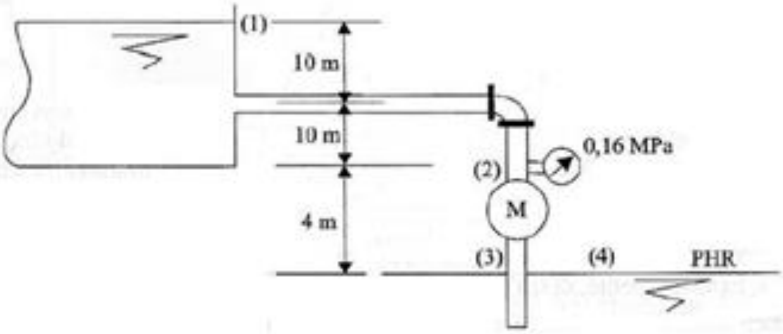
Pela lei de Pascal, sabemos que a pressão aplicada a um ponto é transmitida integralmente a todos os demais pontos e como o sistema do pistão encontra-se num plano horizontal, para o equilíbrio, temos:

$$F_{aplicada} = F_4 + F_G = 10000 \times 20 \times 10^{-4} + 18125 \times (20 - 10) \times 10^{-4}$$

$$F_{aplicada} = 20 + 18{,}125 = 38{,}125N$$



Na instalação da figura, verificar se a máquina é uma bomba ou uma turbina.
Sabe-se que a pressão indicada por um manômetro instalado na seção (2) é 0,16 MPa, a vazão é 10 L/s, a área da seção dos tubos é 10 cm² e a perda de carga entre as seções (1) e (4) é 2 m.
Não é dado o sentido do escoamento. $\gamma_{H_2O} = 10^4\ N/m^3$; $g = 10\ m/s^2$.



Solução

Deve ser notado, inicialmente, que a seção (4) é o nível do reservatório inferior sem incluir a parte interna do tubo, já que nesta não se conhece a pressão.

Sabe-se que o escoamento acontecerá no sentido das cargas decrescentes, num trecho onde não existe máquina. Para verificar o sentido, serão calculadas as cargas nas seções (1) e (2).

$$H_1 = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = 0 + 0 + 24 = 24\ m$$

$$H_2 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{10 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-4}} = 10\ m/s$$

$$H_2 = \frac{0{,}16 \times 10^6}{10^4} + \frac{10^2}{2 \times 10} + 4 = 25\ m$$

Como $H_2 > H_1$, conclui-se que o escoamento terá o sentido de (2) para (1) ou de baixo para cima, sendo a máquina, obviamente, uma bomba.

Aplique-se agora a equação da energia entre as seções (4) e (1), que compreendem a bomba. Lembrar que a equação deve ser escrita no sentido do escoamento.

$$H_4 + H_B = H_1 + H_{p4,1}$$

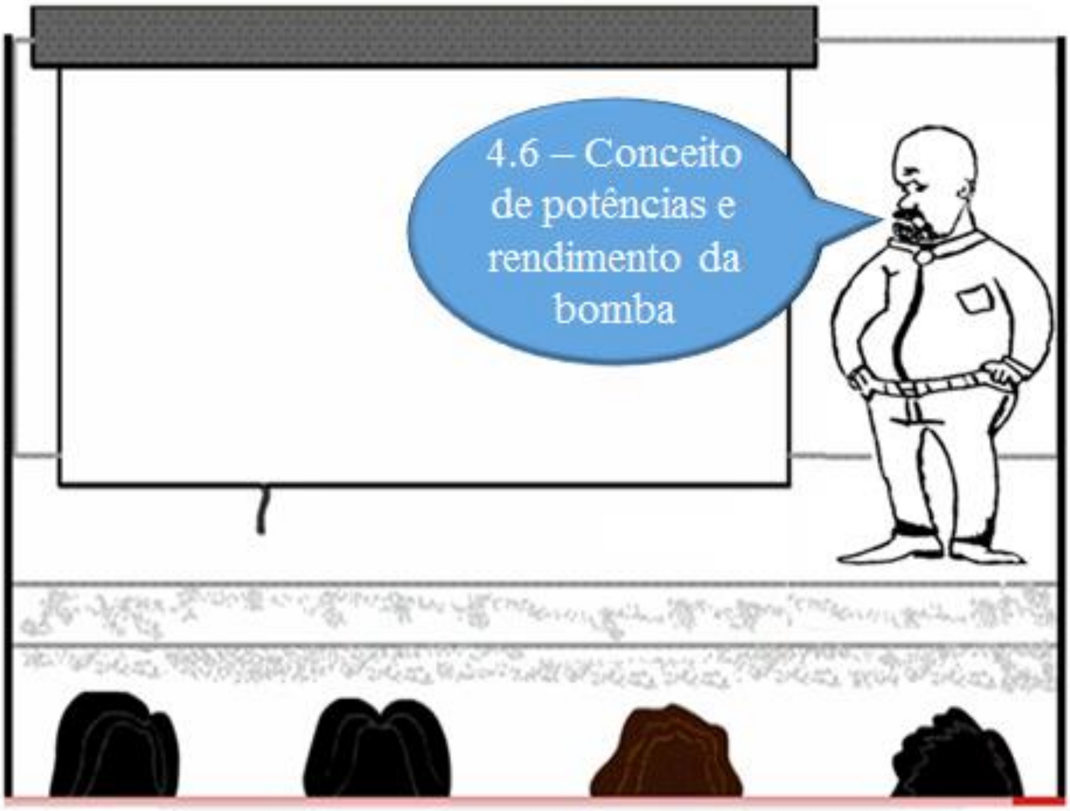
$$H_4 = \frac{p_4}{\gamma} + \frac{v_4^2}{2g} + z_4 = 0$$

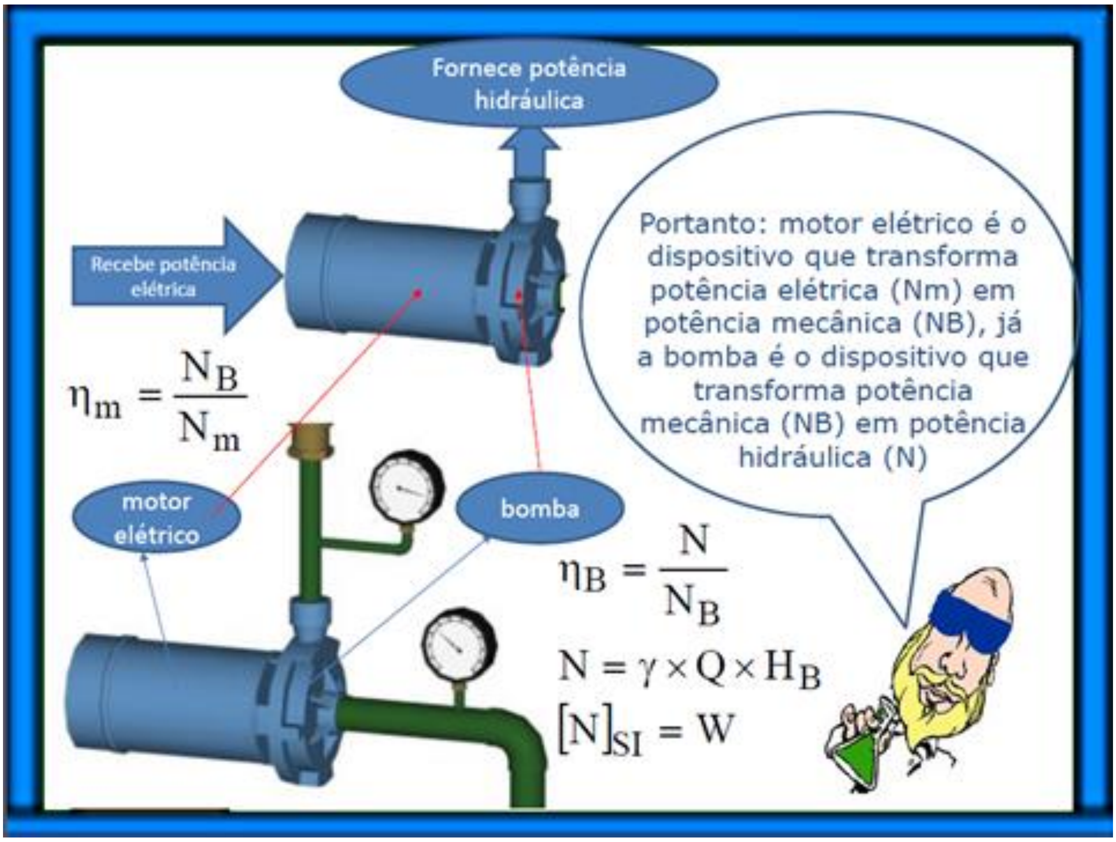
$H_1 = 24$ m (já calculado)

$H_{p1,4} = 2$ m

Logo: $H_B = H_1 - H_4 + H_{p1,4} = 24 - 0 + 2 = 26\ m > 0$

Confirma-se que a máquina é uma bomba, já que a carga manométrica resultou positiva.


4.6 – Conceito de potências e rendimento da bomba


Fornece potência hidráulica
Recebe potência elétrica
Portanto: motor elétrico é o dispositivo que transforma potência elétrica (Nm) em potência mecânica (NB), já a bomba é o dispositivo que transforma potência mecânica (NB) em potência hidráulica (N)
$\eta_m = \frac{N_B}{N_m}$
motor elétrico
bomba
$\eta_B = \frac{N}{N_B}$
$N = \gamma \times Q \times H_B$
$[N]_{SI} = W$

4.13 Sabendo que a potência da bomba é 3 kW, seu rendimento 75% e que o escoamento é de (1) para (2), determinar:

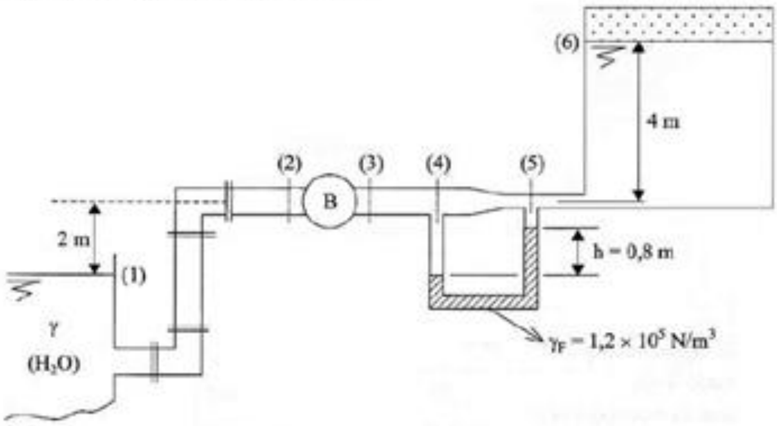
a) a vazão;

b) a carga manométrica da bomba;

c) a pressão do gás.

Dados: $H_{p1,2} = H_{p5,6} = 1{,}5$ m; $H_{p3,4} = 0{,}7$ m;

$H_{p4,5} = 0$; $3A_5 = A_4 = 100$ cm^2; $\gamma = 10^4$ N/m^3.



Resp.: a) 47 L/s; b) 4,8 m; c) – 49 kPa

a) $$\frac{v_4^2}{2g} + \frac{p_4}{\gamma} + z_4 = \frac{v_5^2}{2g} + \frac{p_5}{\gamma} + z_5$$

$$v_5^2 - v_4^2 = 2g\frac{p_4 - p_5}{\gamma}$$

Equação manométrica : $p_4 + \gamma h - \gamma_F h = p_5$

$$p_4 - p_5 = h(\gamma_F - \gamma) = 0{,}8(1{,}2\times10^5 - 10^4) = 8{,}8\times10^4 \text{ Pa}$$

$$v_5^2 - v_4^2 = 20\times\frac{8{,}8\times10^4}{10^4} = 176$$

$$v_4A_4 = v_5A_5 \rightarrow v_4 3A_5 = v_5A_5 \rightarrow v_5 = 3v_4$$

$$9v_4^2 - v_4^2 = 176 \rightarrow v_4 = \sqrt{\frac{176}{8}} = 4{,}7\frac{m}{s}$$

$$Q = v_4A_4 = 4{,}7\times100\times10^{-4} = 0{,}047\frac{m^3}{s}$$

b) $N_B = \frac{\gamma Q H_B}{\eta_B} \rightarrow H_B = \frac{N_B \eta_B}{\gamma Q} = \frac{3\times10^3 \times 0{,}75}{10^4 \times 0{,}047} = 4{,}8\,m$

c) $\frac{v_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\gamma}+z_1+H_B = \frac{v_6^2}{2g}+\frac{p_6}{\gamma}+z_6+H_{p1,6}$

$$H_B = \frac{p_6}{\gamma}+z_6+H_{p1,6} \rightarrow \frac{p_6}{\gamma} = H_B - z_6 - H_{p1,6}$$

$$p_6 = 10^4 \times (4{,}8-6-3{,}7) = -4{,}9\times10^4\ Pa = -49\ kPa$$

Resumindo:

Equação de Bernoulli

$$H_1 = H_2$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Equação da energia

$$H_1 + H_m = H_2 + H_{p1-2}$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + H_m = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + H_{p1-2}$$

Equação da energia aplicada entre a entrada e saída de uma máquina

$$H_e + H_m = H_s$$

$$z_e + \frac{p_e}{\gamma} + \frac{v_e^2}{2g} + H_m = z_s + \frac{p_s}{\gamma} + \frac{v_s^2}{2g}$$

Potência mecânica (NB), potência hidráulica e rendimento da bomba

$$N = \gamma \times Q \times H_B$$

$$N_B = \frac{N}{\eta_B}$$