

## Capítulo 4: Equação da energia para um escoamento em regime permanente

### 4.1 – Introdução

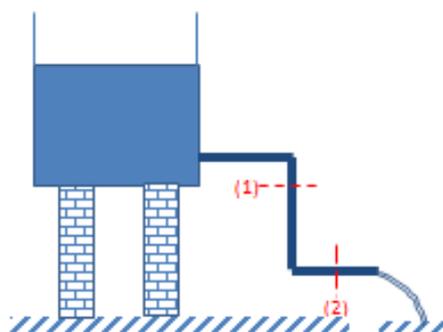
Evocando o conceito de regime permanente para a instalação a seguir, podemos afirmar que não existe acúmulo nem falta de massa entre as seções (1) e (2), portanto a massa que entra em (1),  $m_1$ , é igual a massa que sai em (2),  $m_2$ , portanto:

$$m_1 = m_2 = \text{cte} \rightarrow \div t :$$

$$\frac{m_1}{t} = \frac{m_2}{t} = \text{cte} \therefore Q_{m_1} = Q_{m_2} = \text{cte}$$

$$\rho_1 \times Q_1 = \rho_2 \times Q_2 = \text{cte}$$

$$\rho_1 \times v_1 \times A_1 = \rho_2 \times v_2 \times A_2 = \text{cte}$$



Como no nosso curso só estudaremos o escoamento considerado incompressível, ou seja, aquele que a massa específica e o peso específico permanece constante, temos:

$$\rho_1 = \rho_2 = \text{cte} \Rightarrow v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2 = \text{cte}$$

Por outro lado, sabemos que está associado ao deslocamento de massa um deslocamento de energias e no capítulo 4 estudamos o balanço destas energias entre duas seções do escoamento, onde sabemos que a energia não pode ser criada, nem tão pouco destruída, mas simplesmente transformada.

O balanço de massa (equação da continuidade) associado ao balanço de energia (equação da energia) permite resolver inúmeros problemas práticos, tais como: transformações de energias, determinação de perdas ao longo do escoamento, determinação de potências de máquinas hidráulicas, etc. ...

### 4.2 – Tipos de energias mecânicas associadas a um fluido

- Energia potencial ( $E_p$ ) – é a energia do fluido devido à sua posição no campo da gravidade em relação a um plano horizontal de referência (PHR); esta energia é medida pelo potencial de realização de trabalho do fluido.

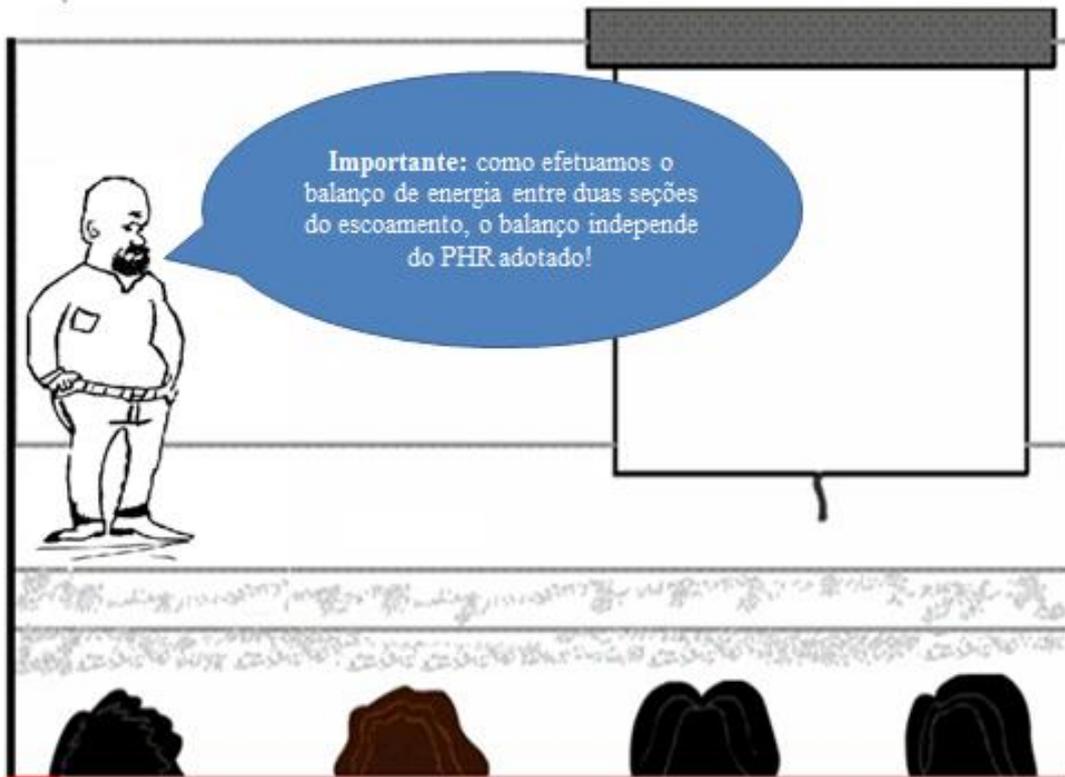


TRABALHO = FORÇA  $\times$  DESLOCAMENTO

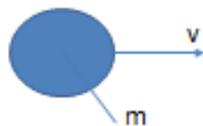
$$W = G \times z = m \times g \times z = E_p$$

$E_p$  = energia potencial de posição

PHR

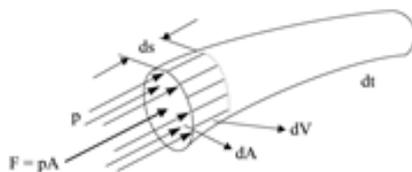


b. Energia cinética ( $E_c$ ) – é o estado da energia determinado pelo movimento do fluido.



$$E_c = \frac{m \times v^2}{2}$$

c. Energia de pressão ( $E_{pr}$ ) – corresponde ao trabalho potencial das forças de pressão que atuam no escoamento do fluido.



$$dw = Fds = pAds = pdV$$

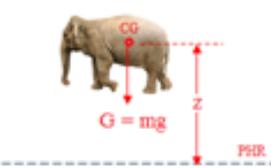
$$dw = dE_{pr}$$

$$dE_{pr} = pdV \therefore E_{pr} = \int_V pdV$$

Considerando  $p$  constante:

$$E_{pr} = \int_V pdV = p \int_V dV = p \times \frac{G}{\gamma}$$

Resumindo



$G = mg$

→ ENERGIA POTENCIAL →

$E_{PPo} = m \times g \times z$



→ ENERGIA CINÉTICA →

$E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$



→ ENERGIA POTENCIAL DE PRESSÃO →

$EP_{Pr} = G \times h = G \times \frac{P}{\gamma}$



## Trabalhando no SI

$$[E] = [mgz] + \left[ \frac{mv^2}{2} \right] + \left[ p \frac{G}{\gamma} \right]$$

$$[E] = J$$

$$[mgz] = J$$

$$\left[ \frac{mv^2}{2} \right] = J$$

$$\left[ p \frac{G}{\gamma} \right] = J$$

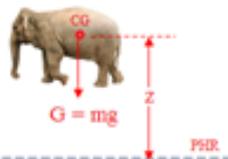
Quem visualiza o joule?



Para eliminar a dificuldade de visualização anterior, iremos considerar a energia por unidade de peso e isto define o que denominamos de carga total (H), carga potencial, carga cinética e carga de pressão, respectivamente, onde a unidade será uma unidade de comprimento.



### Passamos a ter:



CARGA POTENCIAL

$$\Rightarrow \frac{EPPo}{G} = \frac{m \times g \times z}{m \times g} = z$$



CARGA DE PRESSÃO

$$\Rightarrow \frac{EP Pr}{G} = \frac{G \times h}{G} = \frac{G \times \frac{p}{\gamma}}{G} = \frac{p}{\gamma}$$

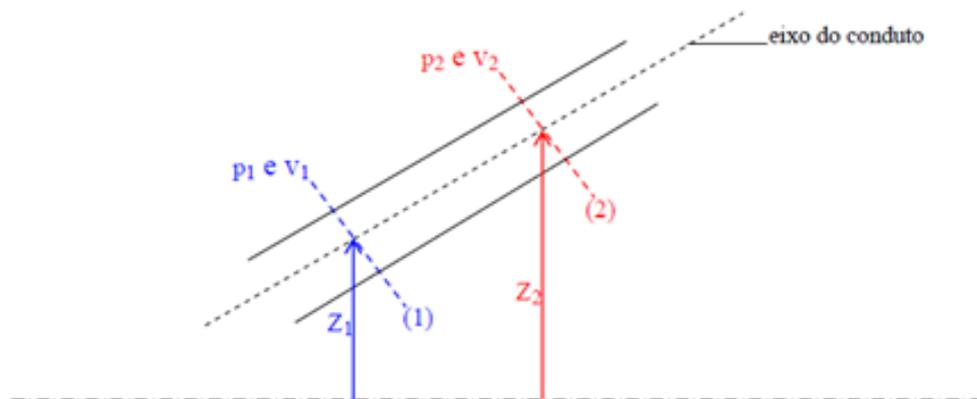


CARGA CINÉTICA

$$\Rightarrow \frac{Ec}{G} = \frac{\frac{1}{2} \times m \times v^2}{m \times g} = \frac{v^2}{2g}$$



Com todas estas hipóteses teremos:  
 $H_{inicial} = H_{final}$



$$z_{inicial} + \frac{p_{inicial}}{\gamma} + \frac{v_{inicial}^2}{2g} = z_{final} + \frac{p_{final}}{\gamma} + \frac{v_{final}^2}{2g}$$

# Aplicação



Giovanni Battista Venturi, (1746–1822)

Imagens e informação extraídas dos sítios:

[http://es.wikipedia.org/wiki/Efecto\\_Venturi](http://es.wikipedia.org/wiki/Efecto_Venturi)

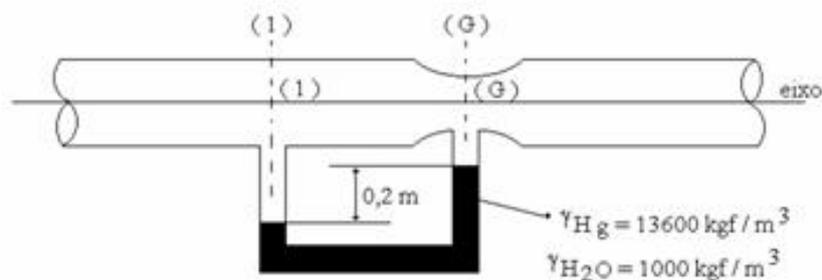
<http://www.ituflux.com.br>



normalizados segundo a NBR ISO 5167-1 (ABNT, 1994)

Em uma instalação hidráulica instalou-se um medidor de vazão do tipo Venturi para estimar a vazão de escoamento da água na instalação. Sabendo-se que  $\varnothing$  máx. do Venturi é igual a 20 mm,  $\varnothing$  garg do Venturi é igual 10 mm. Desnível do mercúrio no manômetro diferencial 20 cm e que o coeficiente de vazão do venturi é 0,95 pede-se:

- a) a diferença de pressão entre a área máx. e a garganta
- b) a vazão teórica no venturi
- c) a vazão real do escoamento.



**RESPOSTAS:**  $p_1 - p_G = 2.520 \text{ kgf/m}^2$ ;  $Q_t = 5,76 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$  e  $Q_R = 5,47 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$

Aplicando a equação manométrica



a)

$$p_1 - p_2 = h \times (\gamma_{\text{Hg}} - \gamma_{\text{H}_2\text{O}})$$

$$\therefore p_1 - p_2 = 0,2 \times (13600 - 1000) = 2520 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

$$H_1 = H_2$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

$$2 \times 9,8 \times \frac{2520}{1000} = v_2^2 - v_1^2$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 49,392$$

O item b é pela equação:



$$v_2^2 - v_1^2 = 49,392$$

Aplicamos a equação da continuidade para o escoamento incompressível e em regime permanente



$$Q_1 = Q_2 \therefore v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2$$

$$v_1 \times \frac{\pi \times D_1^2}{4} = v_2 \times \frac{\pi \times D_2^2}{4}$$

$$v_2 = v_1 \times \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = v_1 \times \left(\frac{20}{10}\right)^2 = 4 \times v_1$$

$$\therefore v_2^2 = 16 \times v_1^2$$

$$16 \times v_1^2 - v_1^2 = 49,392$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{49,392}{15}} \cong 1,82 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q = v_1 \times A_1 = 1,82 \times \frac{\pi \times 0,02^2}{4} \cong 5,72 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0,572 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

Também denominada da conservação de massa



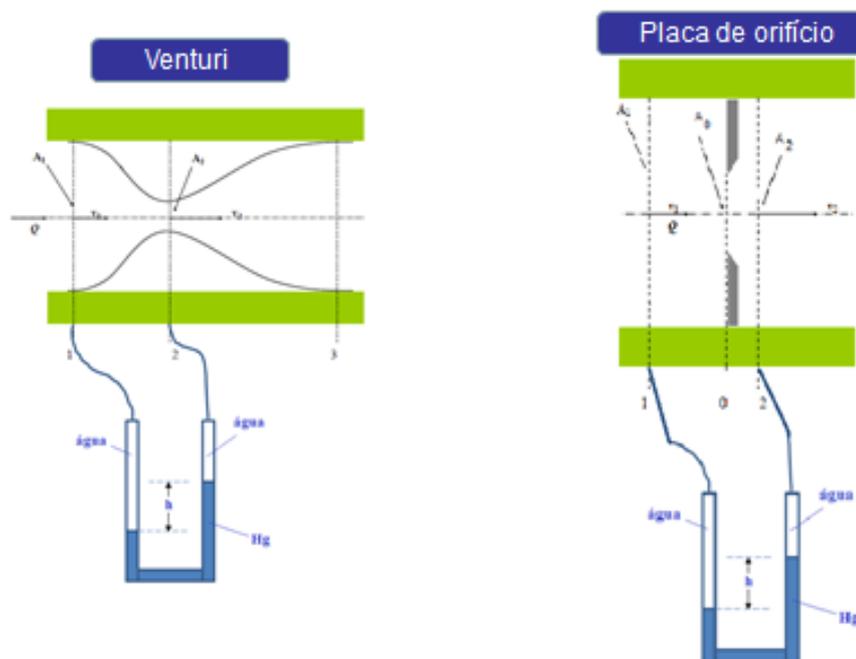
## Experiência dos medidores de vazão - parte teórica

<http://youtu.be/WK7q3El6oc>

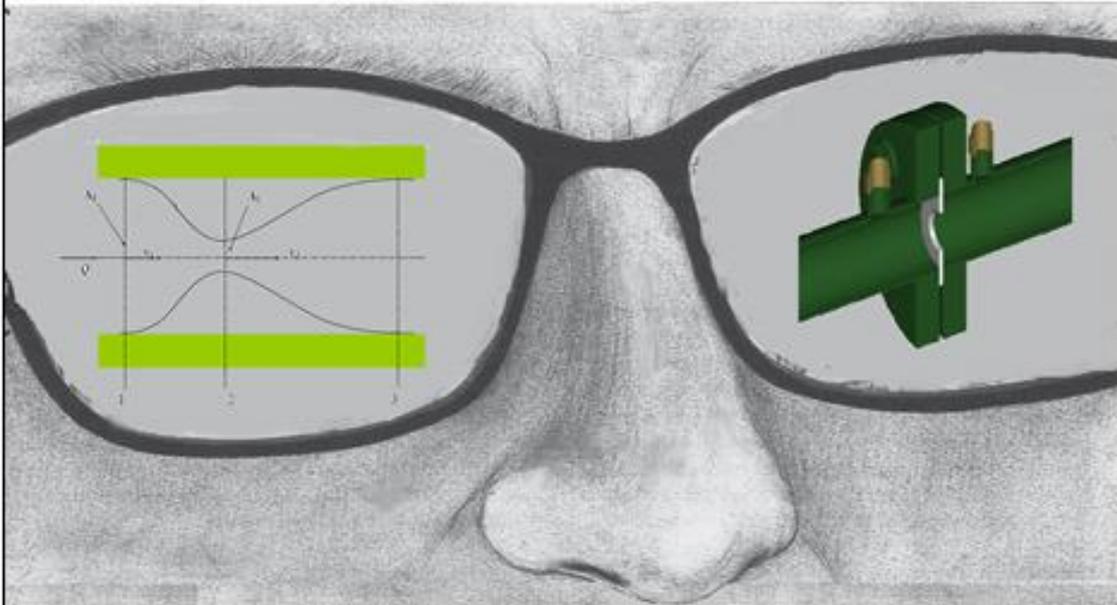
Coleta de dados da experiência do Venturi

<http://youtu.be/Z94mVzmKuDI>

## Experiência - Medidores de vazão

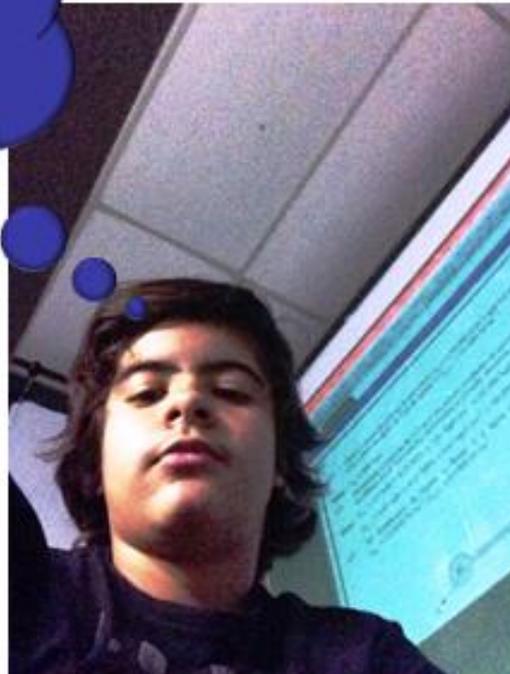


Objetiva-se ter uma visão sobre o venturi e a placa de orifício.



2

O que será que há de comum entre os medidores anteriores?



3

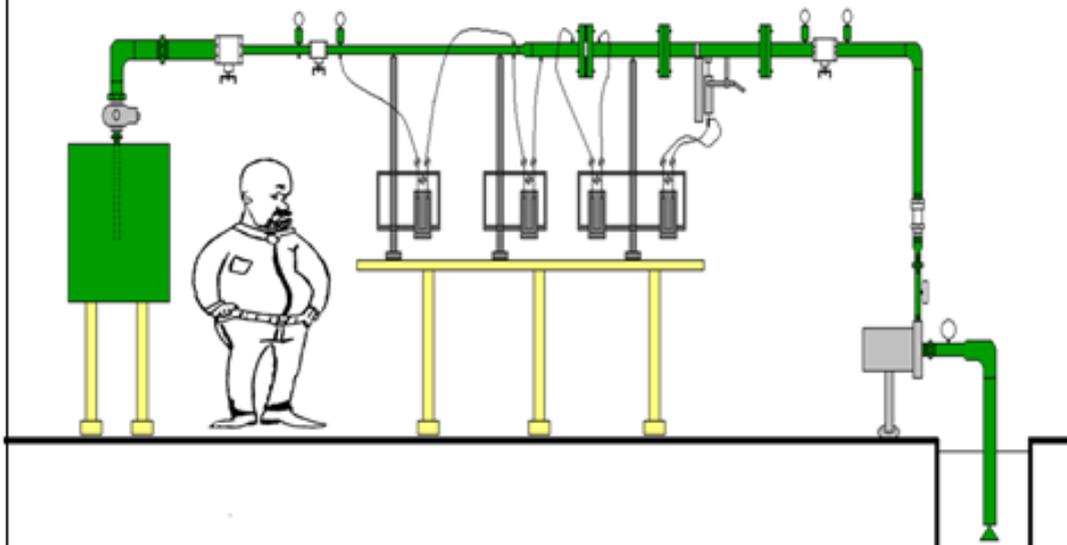
Em ambos os medidores tem-se uma redução de área, no venturi tem-se a área da garganta (seção 2) e na placa de orifício tem-se a área do orifício  $A_0$ .

Portanto o comum é que em ambos se tem uma redução de área.



4

O que a redução de área origina?





Vai originar um aumento da carga cinética e em consequência uma diminuição da carga de pressão!

6

## Equacionamento dos medidores

- Considera-se fluido ideal e aplica-se a equação de Bernoulli de 1 a 2:

$$H_1 = H_2$$

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

7

Como os medidores foram instalados em um plano horizontal tem-se que a carga potencial ( $z$ ) é constante, portanto:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

$$\therefore v_2^2 - v_1^2 = 2g \times \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

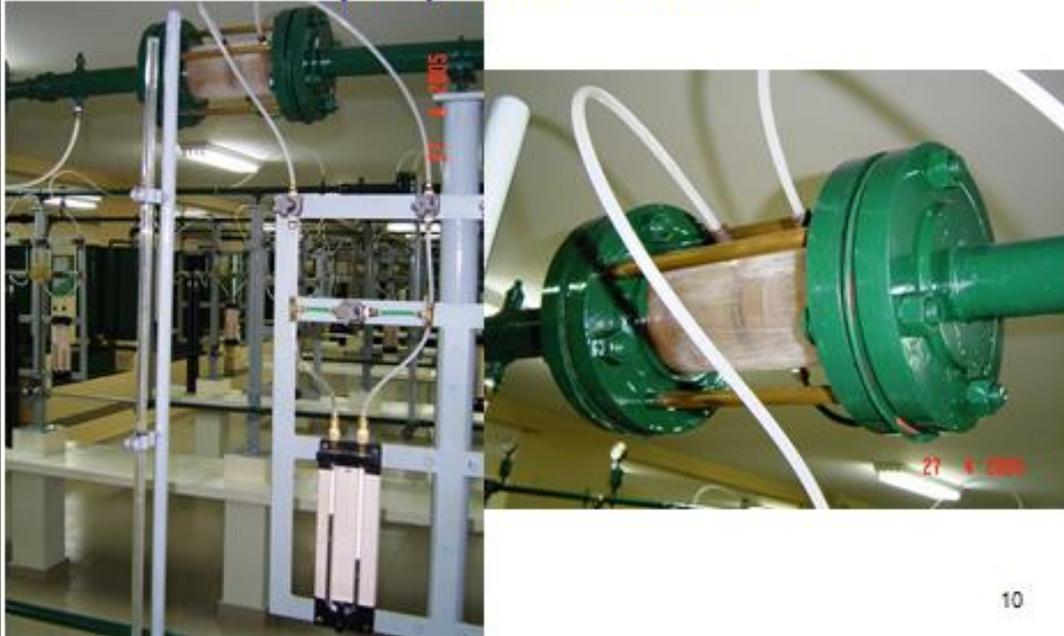
8

Pelo fato de  $v_2 > v_1$  pode-se concluir que  $p_1 > p_2$  o que comprova que existe um aumento de carga cinética e em consequência uma redução da carga de pressão, veja o redutor de pressão ao lado.

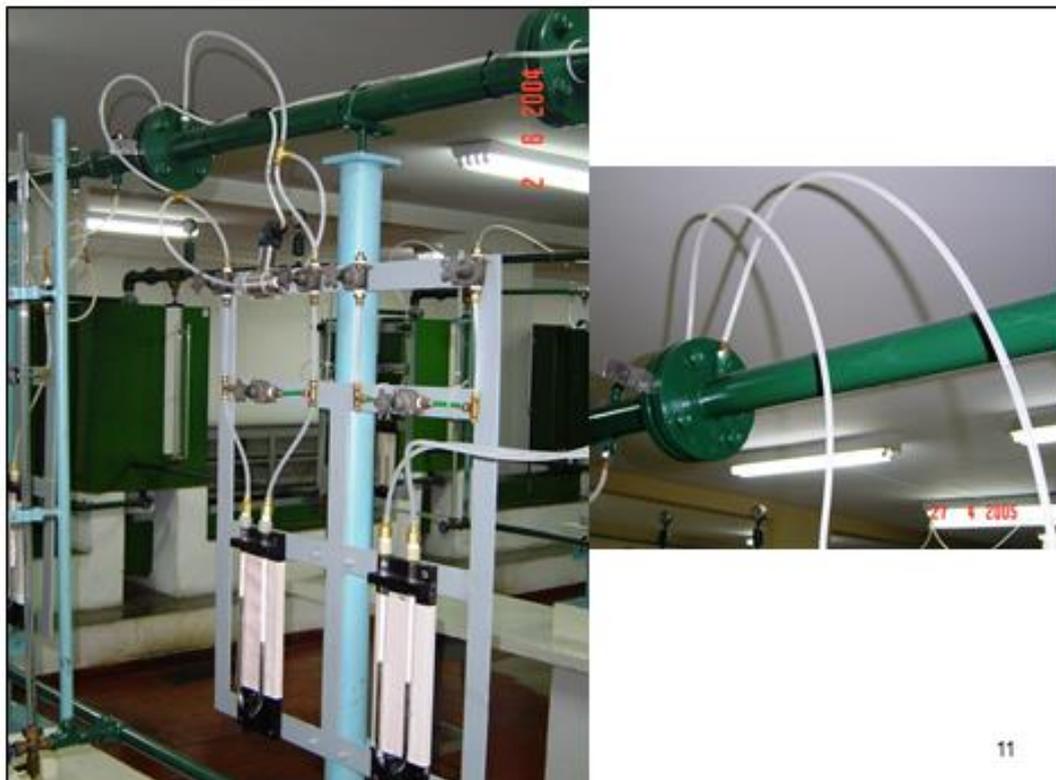


9

Isto também pode ser comprovado na própria bancada



10



11

Pela equação da continuidade aplicada a um escoamento incompressível e em regime permanente tem-se:


$$v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2$$

O Alemão que vá!



12

No caso do venturi  $A_2 = A_{garganta}$  que é a área do diâmetro menor e que é facilmente determinada. Na placa de orifício esta área neste semestre será a área do orifício, no próximo semestre na disciplina ME5330 demonstrarei um novo equacionamento para a placa de orifício.



13

Portanto:

$$v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2$$

$$\therefore v_1 = v_2 \times \frac{A_2}{A_1} = v_2 \times \frac{D_2^2}{D_1^2}$$

Substituindo na equação anterior :

$$v_2^2 \left[ 1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^4 \right] = 2g \times \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

14

Através de uma manômetro diferencial em forma de U instalado entre as seções 1 e 2, tem-se:

$$p_1 - p_2 = h \times (\gamma_m - \gamma)$$

$$\therefore v_2 = \sqrt{\frac{2gh \times \left( \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} \right)}{1 - \left( \frac{D_2}{D_1} \right)^4}}$$

15



Portanto determinamos a vazão teórica e com a definição de coeficiente de vazão a vazão real:

$$Q_{\text{teórica}} = v_2 \times A_2$$

$$\text{Coeficiente de vazão} \rightarrow C_D = \frac{Q_{\text{real}}}{Q_{\text{teórica}}}$$

$$\therefore Q_{\text{real}} = C_D \times A_2 \times \sqrt{\frac{2gh \times \left(\frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma}\right)}{1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4}}$$



## Tabela de dados

Ensaio	$\Delta h$ (mm)	t(s)	$h_{med}$ (mm)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

$D_{medidor} =$

$D_1 = 40,8\text{mm} \rightarrow A_1 = 13,1\text{cm}^2$

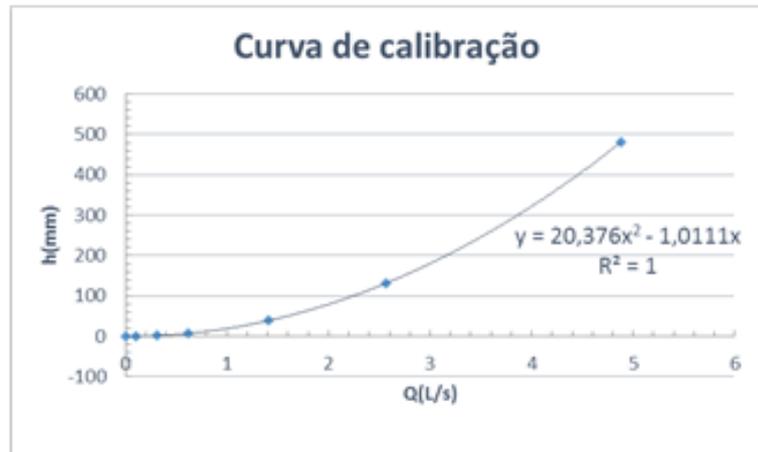
temperatura = .....  $^{\circ}\text{C}$ ;  $\rho_{\text{água}} = \dots\dots\dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ;  $\rho_{\text{Hg}} = \dots\dots\dots \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ;

$A_{\text{tanque}} = \dots\dots\dots \text{m}^2$

19

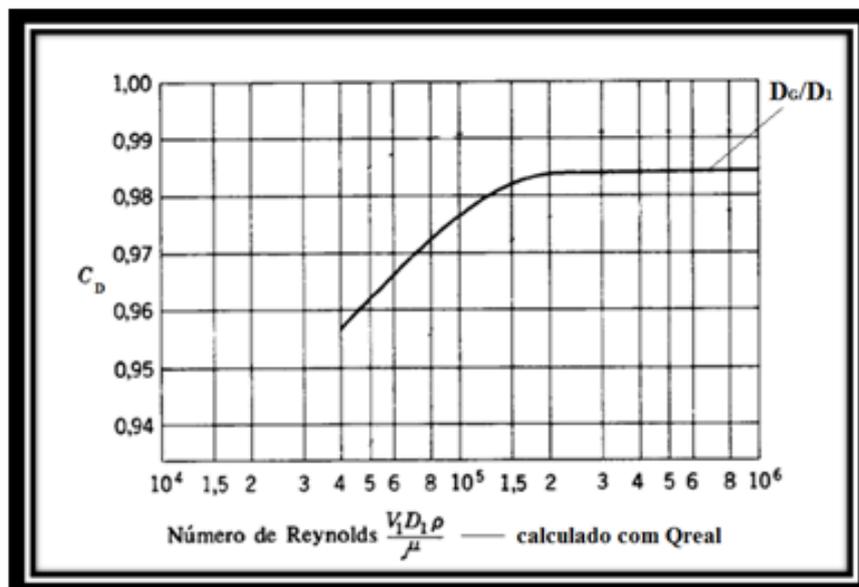
## Exemplo de curva de calibração

Q <sub>real</sub> (L/s)	h(mm)
0	0
0,103	0,167
0,308	1,7
0,616	7,1
1,4	39,1
2,6	131,9
4,9	480,4



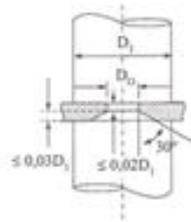
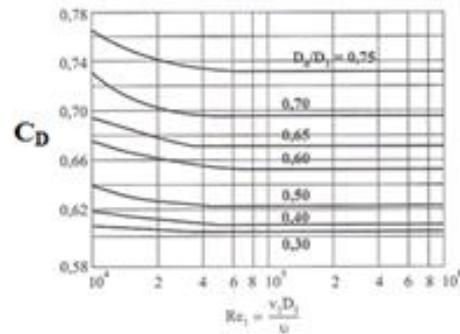
20

## Curva característica do venturi



21

## Curva característica da placa de orifício



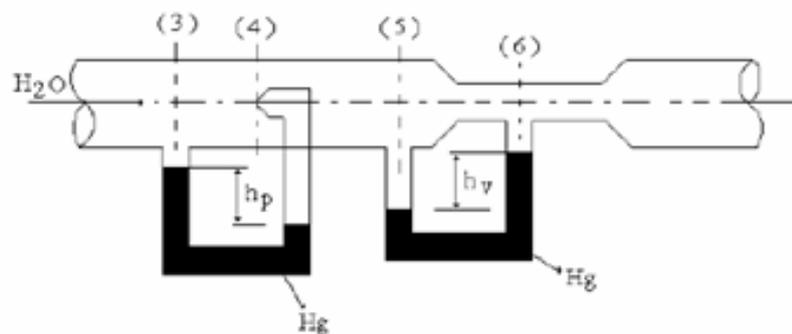
22

2

No trecho da instalação representado a seguir a água escoa em regime turbulento e o coeficiente de vazão do Venturi é igual a 0,97. Nesta situação, pede-se:

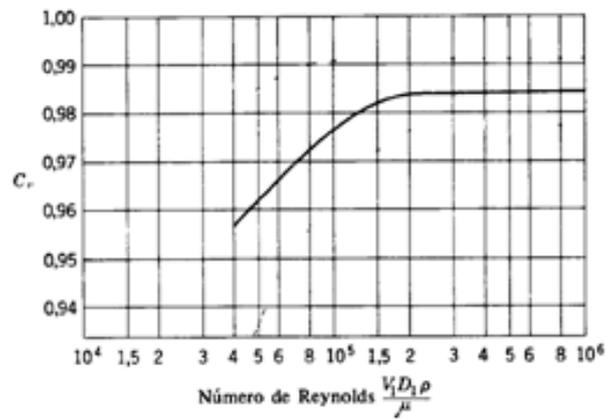
- a vazão real do escoamento;
- os desníveis  $h_p$  e  $h_v$

Dados:  $D_6 = 20,8 \text{ mm}$ ;  $D_3 = D_4 = D_5 = 25 \text{ mm}$ ;  $\gamma_{H_2O} = 10^3 \text{ kgf/m}^3$ ;  $\nu_{H_2O} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $\gamma_{Hg} = 13600 \text{ kgf/m}^3$



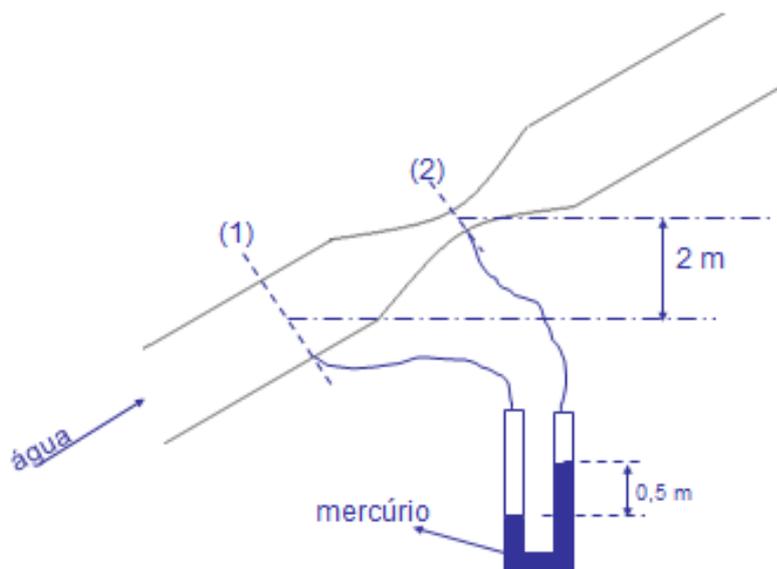
24

## Dado para o exercício 2:



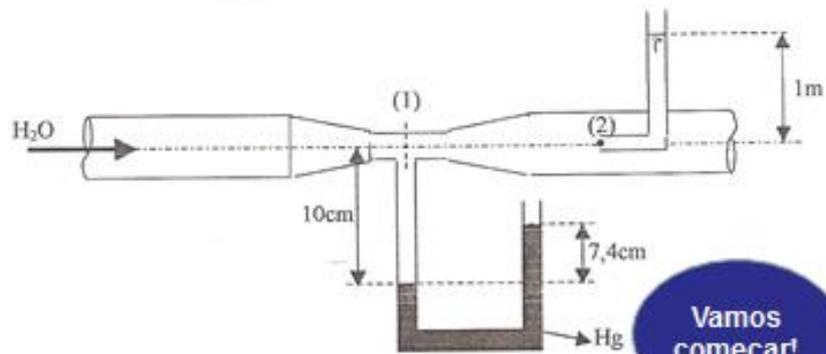
25

- 3 Sabendo que o Venturi a seguir tem um coeficiente de vazão igual a 0,98, pede-se determinar a vazão real do escoamento, são dados:  $A_1 = 10 \text{ cm}^2$ ;  $A_2 = 5 \text{ cm}^2$ ;  $\gamma_{\text{água}} = 1000 \text{ kgf/m}^3$  e  $\gamma_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kgf/m}^3$



26

- 4 No esquema da figura o escoamento é em regime permanente, unidimensional de um fluido ideal. Determinar a velocidade na garganta do venturi. Dados:  $\gamma_{H_2O} = 1000 \text{ kgf/m}^3$ ,  $\gamma_{Hg} = 13600 \text{ kgf/m}^3$ .



27

**Tubo de Pitot será  
assunto da nossa  
próxima aula!**