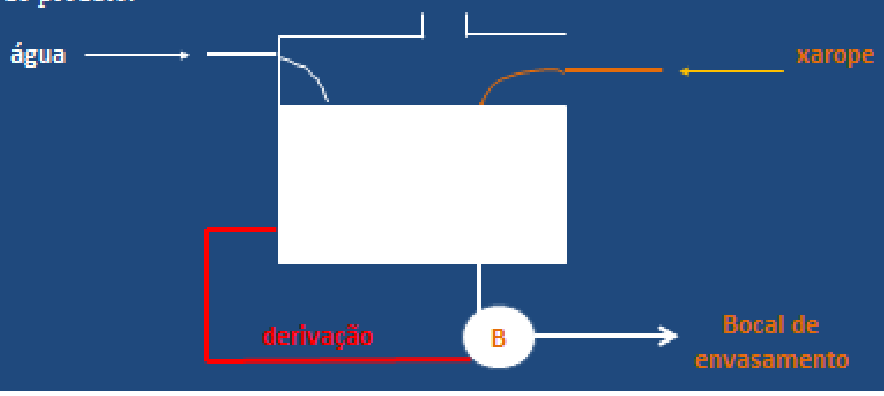
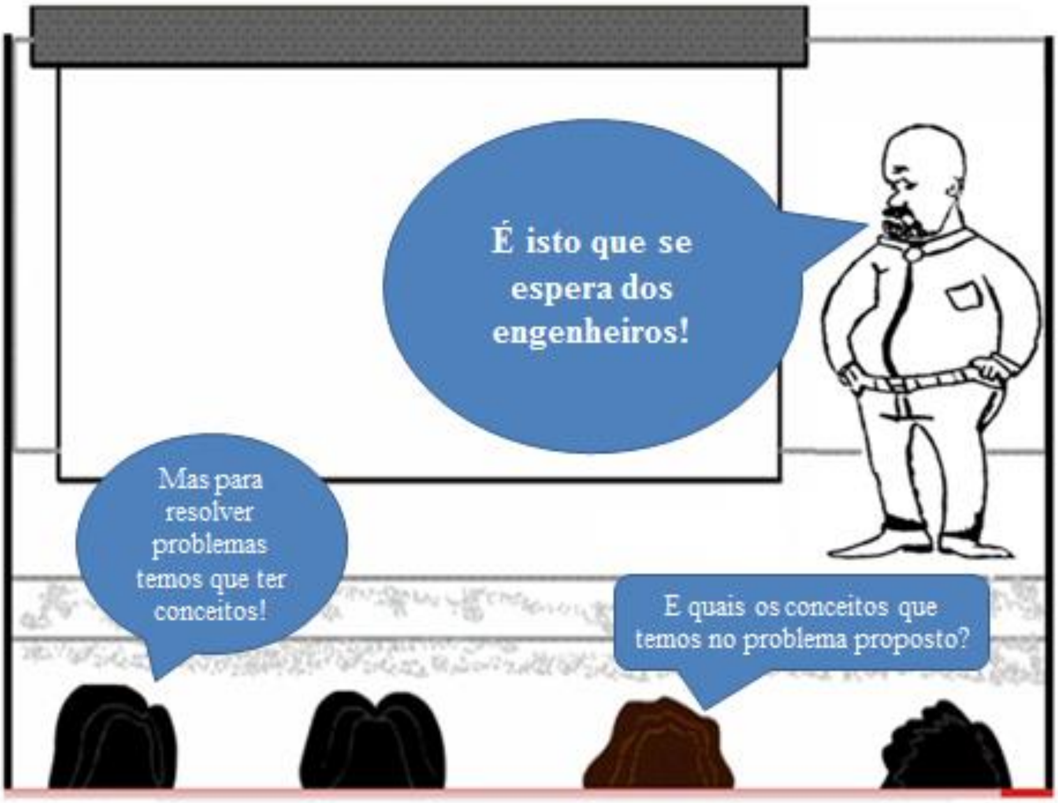
Aula 12 de fenômenos de transporte

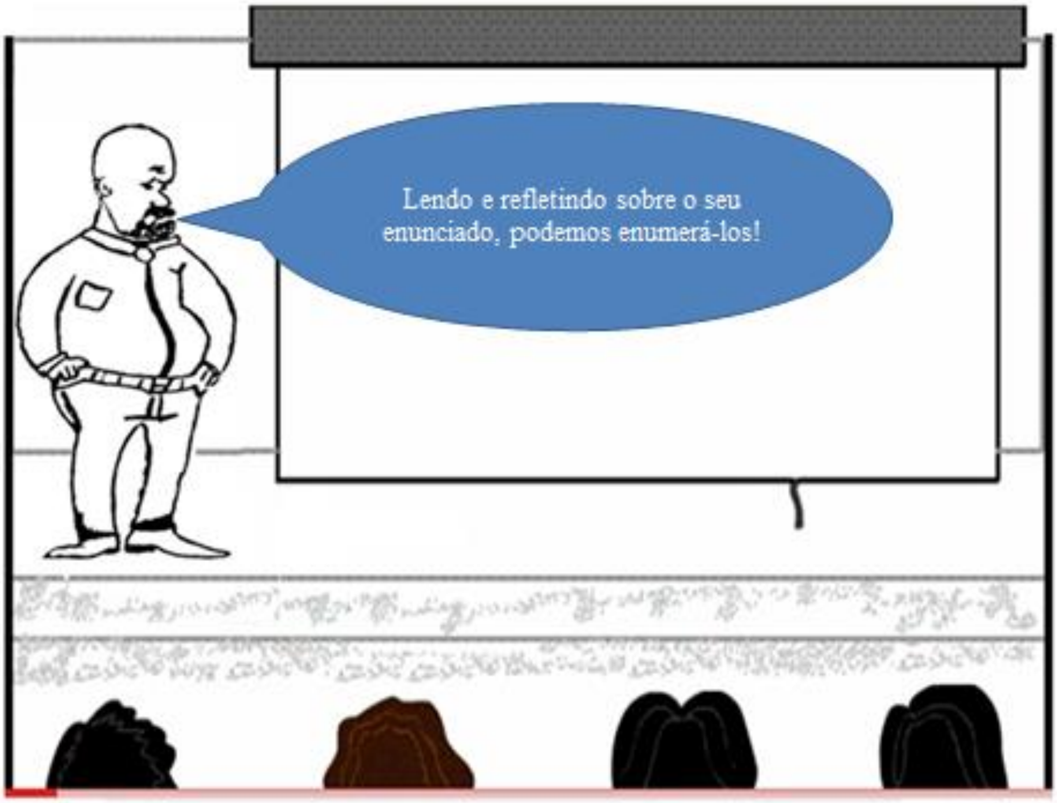
14/05/2015

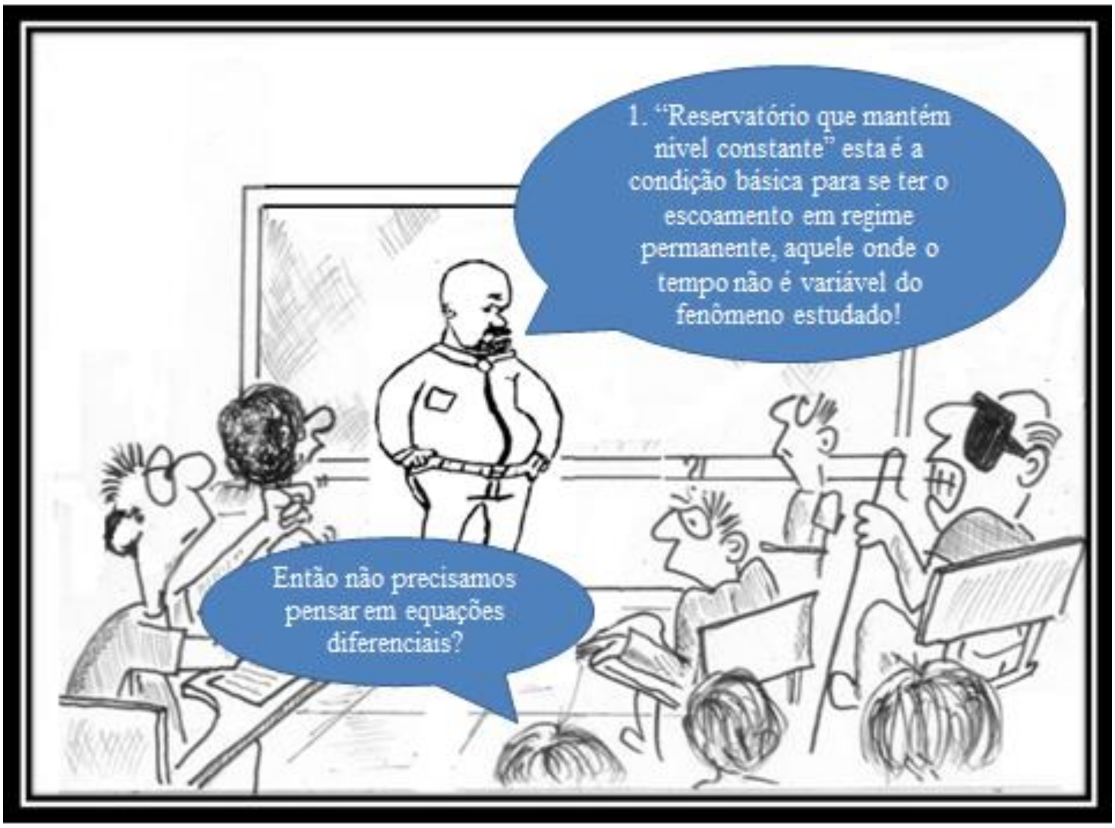
O reservatório da figura, que se mantém a nível constante, é utilizado para preparar e engarrafar um produto que é constituído por um xarope diluído em água. O xarope tem viscosidade alta e assim, o escoamento é laminar no seu conduto de entrada de diâmetro 20 mm, onde a velocidade máxima é 3,18 m/s. O bocal de envasamento enche 200 garrafas de 750 mL com o produto em 1 minuto, alimentado por uma bomba que tem um conduto de derivação com o reservatório. No conduto de entrada da bomba de diâmetro de 40 mm, o escoamento é turbulento e tem velocidade de 2,3 m/s a 8 mm de distância da parede do conduto. Posto isto, determinar:

1. a vazão na derivação e o sentido do escoamento que deve ser indicado na figura;
2. a relação entre as vazões de xarope e água, ou seja, a que representa a composição do produto.



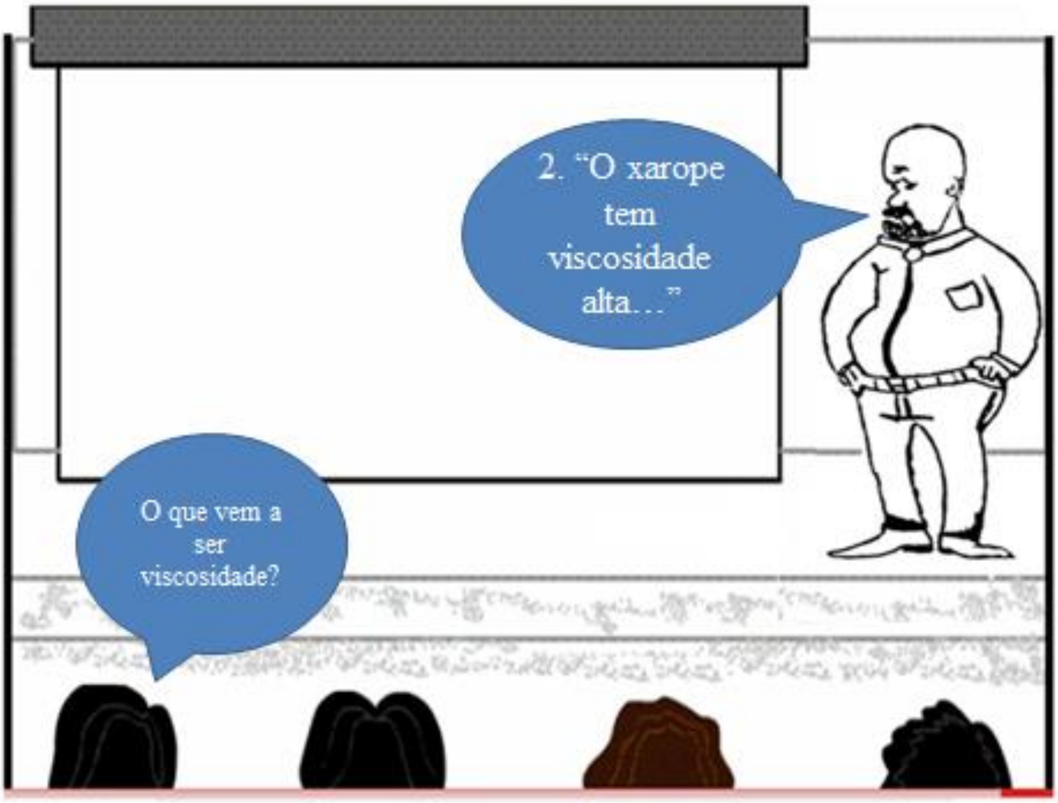

É isto que se espera dos engenheiros!
Mas para resolver problemas temos que ter conceitos!
E quais os conceitos que temos no problema proposto?


Lendo e refletindo sobre o seu enunciado, podemos enumerá-los!

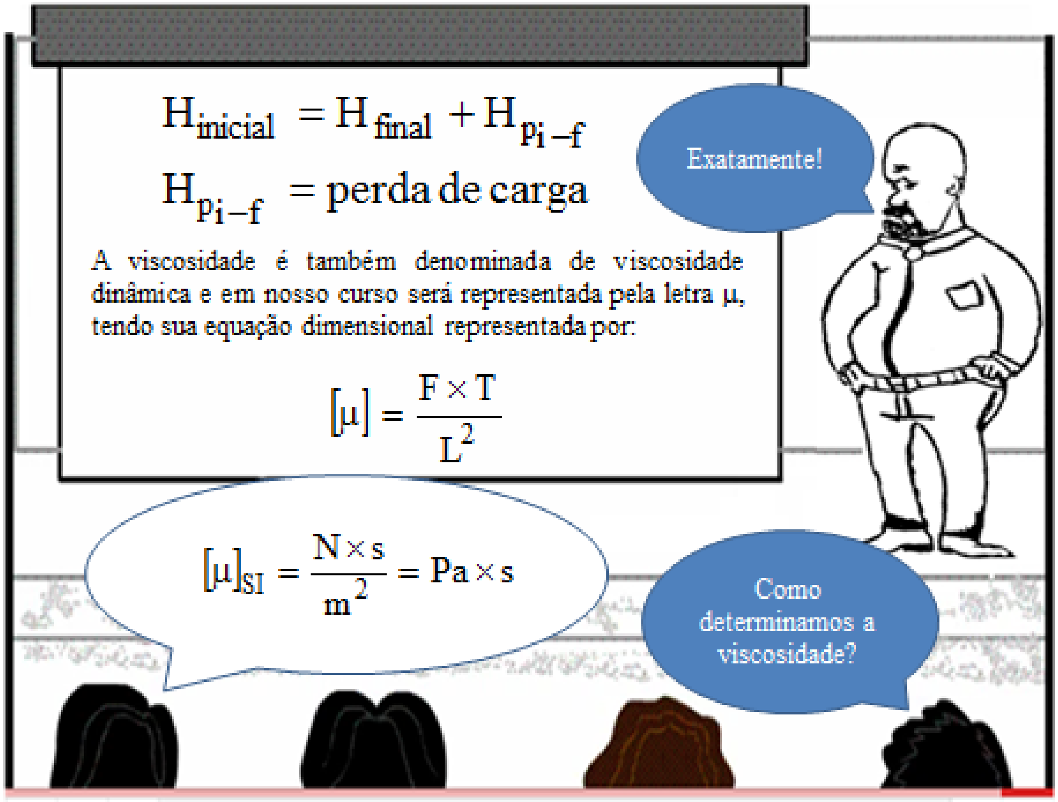

1. "Reservatório que mantém nível constante" esta é a condição básica para se ter o escoamento em regime permanente, aquele onde o tempo não é variável do fenômeno estudado!
Então não precisamos pensar em equações diferenciais?

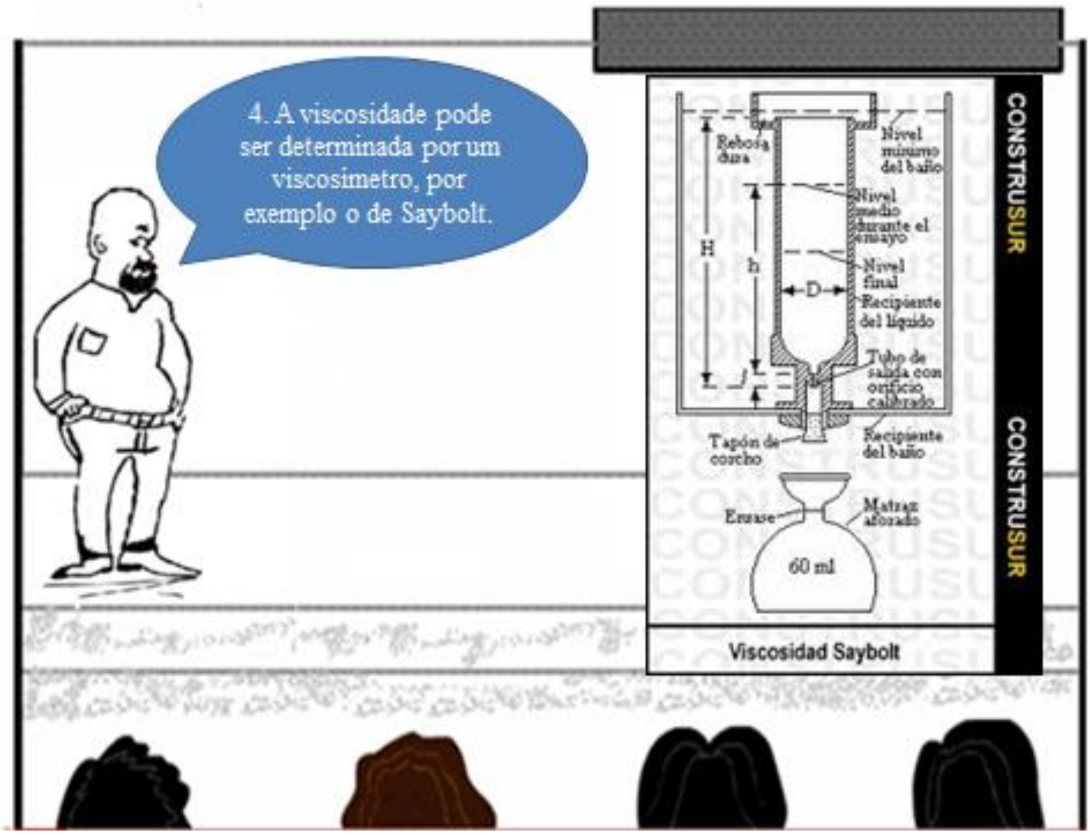

Exatamente, já que as propriedades do fluido em uma dada seção do escoamento ficam inalteradas com o tempo.
E o que vem a ser fluido?

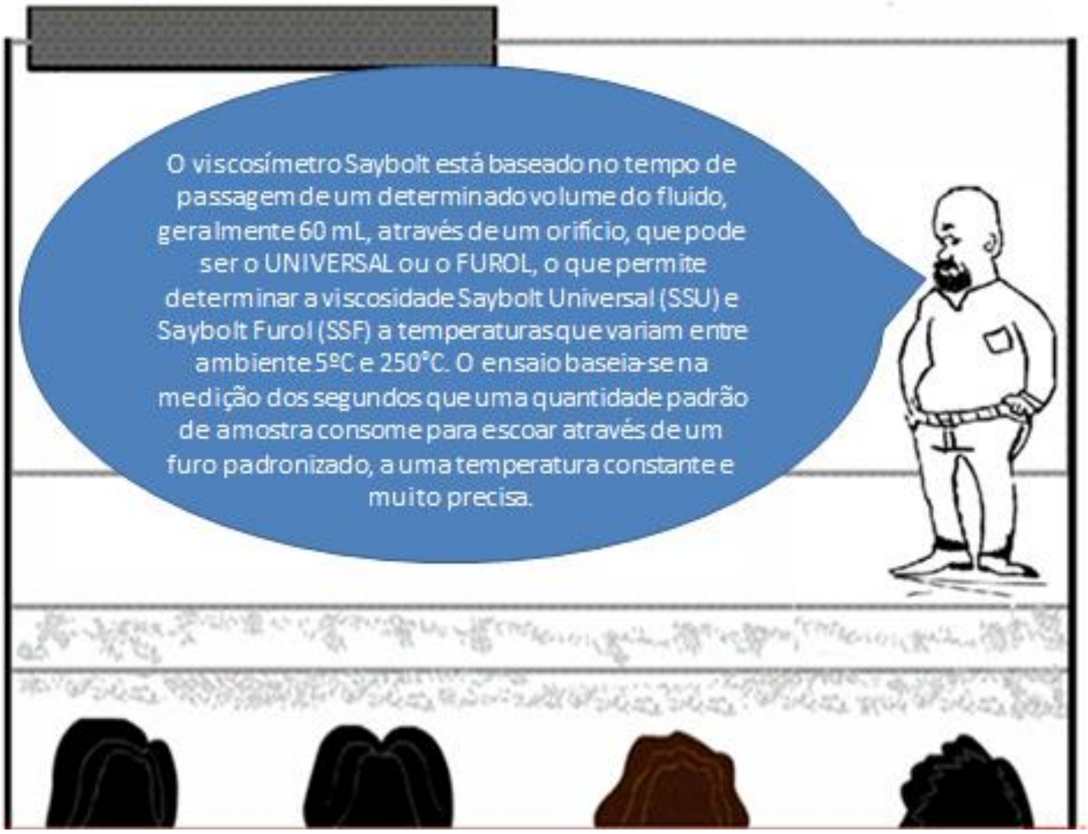

2. Fluido é a substância que não tem forma própria e estando em repouso não resiste a esforços tangenciais, por menor que estes sejam.
Satisfeita?
Vamos voltar ao problema.
Ok!

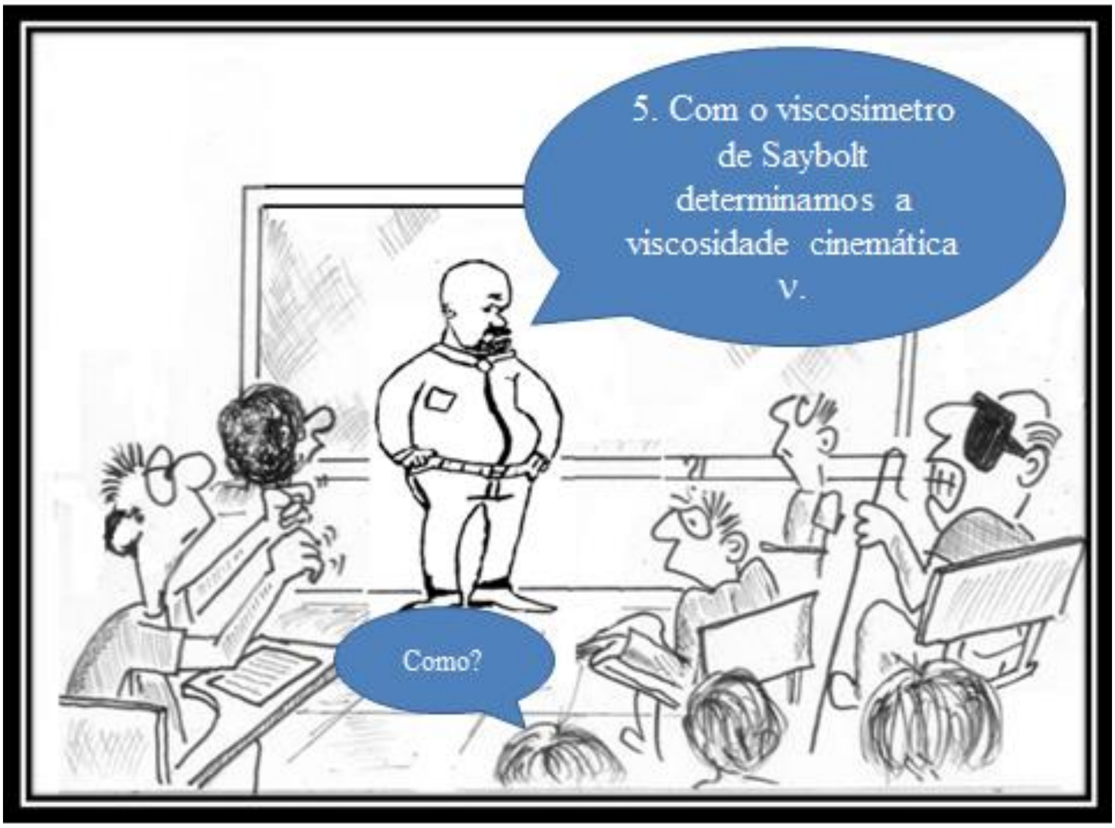

2. "O xarope tem viscosidade alta..."
O que vem a ser viscosidade?

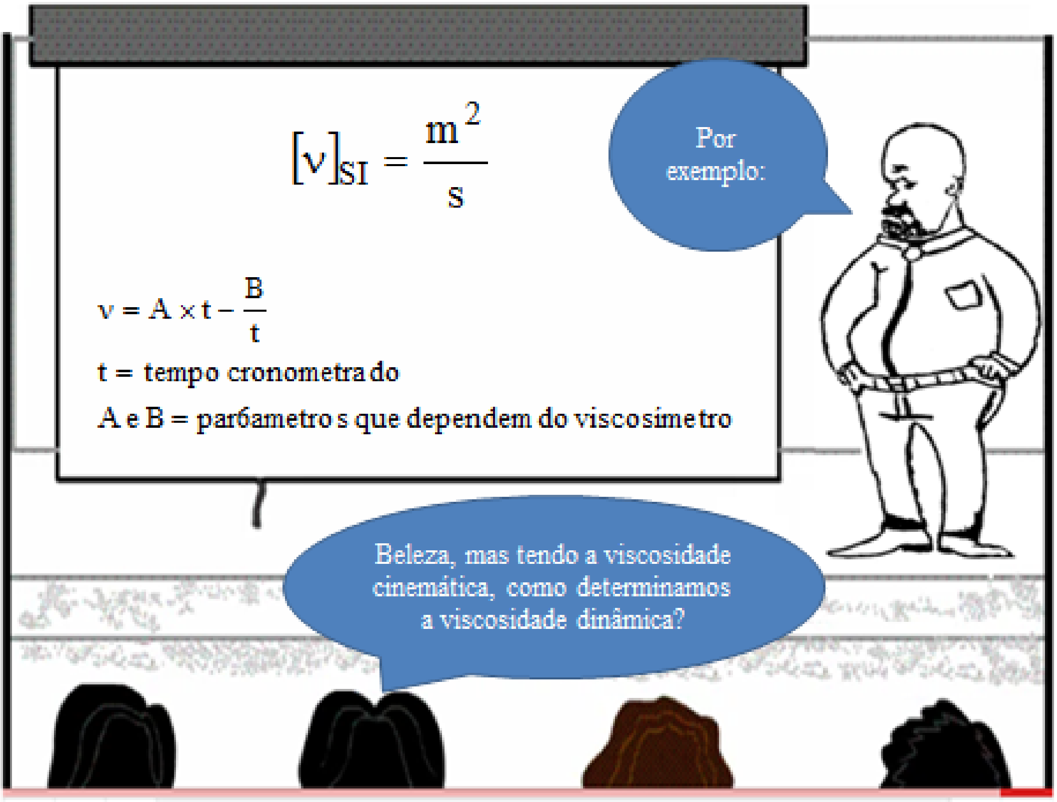

3. A viscosidade é a propriedade que o fluido tem que exprime a resistência que ele oferece aos esforços tangenciais. Ela também é responsável pelo atrito do fluido com as paredes internas do conduto por onde ele escoa e o atrito entre as camadas fluidas.
Então é ela que é responsável pela existência da perda de carga?

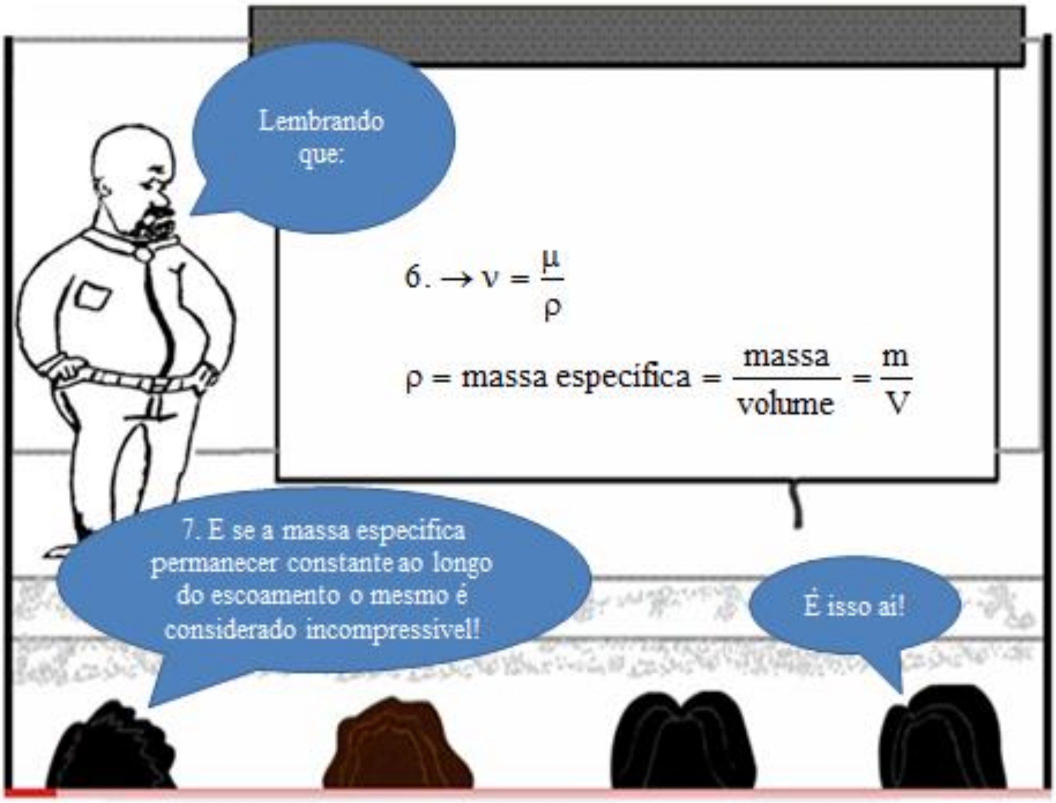

$H_{inicial} = H_{final} + H_{p_{i-f}}$
$H_{p_{i-f}}$ = perda de carga
A viscosidade é também denominada de viscosidade dinâmica e em nosso curso será representada pela letra μ, tendo sua equação dimensional representada por:
$[\mu] = \frac{F \times T}{L^2}$
Exatamente!
$[\mu]_{SI} = \frac{N \times s}{m^2} = Pa \times s$
Como determinamos a viscosidade?

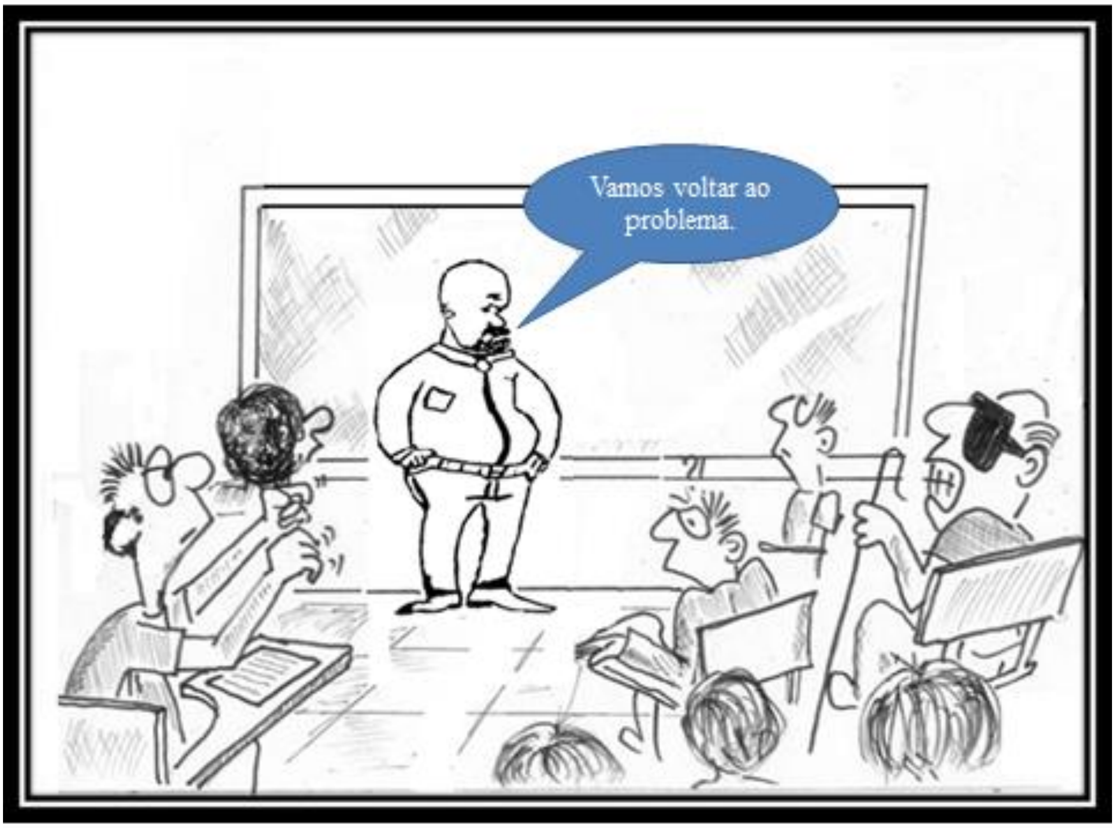

4. A viscosidade pode ser determinada por um viscosímetro, por exemplo o de Saybolt.
Rebosadura
Nivel mínimo del baño
Nivel medio durante el ensayo
H
h
D
Nivel final
Recipiente del líquido
Tubo de salida con orificio calibrado
Tapón de corcho
Recipiente del baño
Enrase
Matraz aforado
60 ml
Viscosidad Saybolt
CONSTRUSUR
CONSTRUSUR

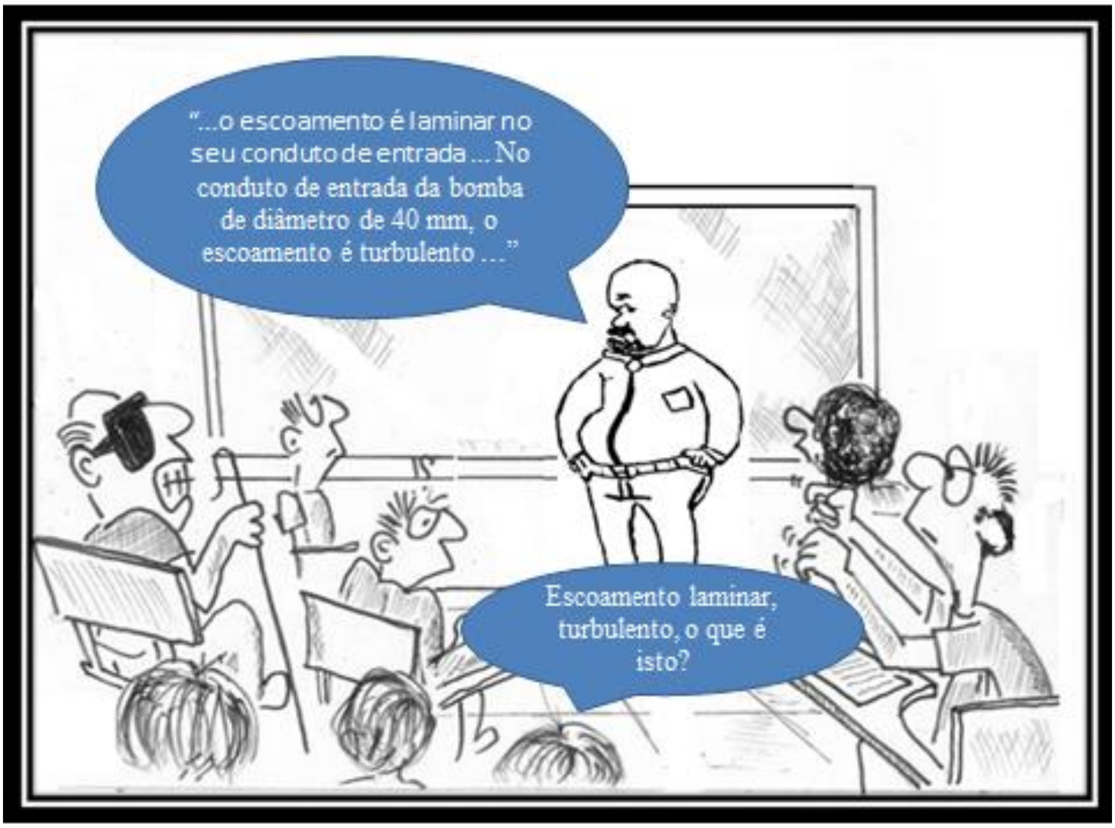

O viscosímetro Saybolt está baseado no tempo de passagem de um determinado volume do fluido, geralmente 60 mL, através de um orifício, que pode ser o UNIVERSAL ou o FUROL, o que permite determinar a viscosidade Saybolt Universal (SSU) e Saybolt Furol (SSF) a temperaturas que variam entre ambiente 5ºC e 250°C. O ensaio baseia-se na medição dos segundos que uma quantidade padrão de amostra consome para escoar através de um furo padronizado, a uma temperatura constante e muito precisa.

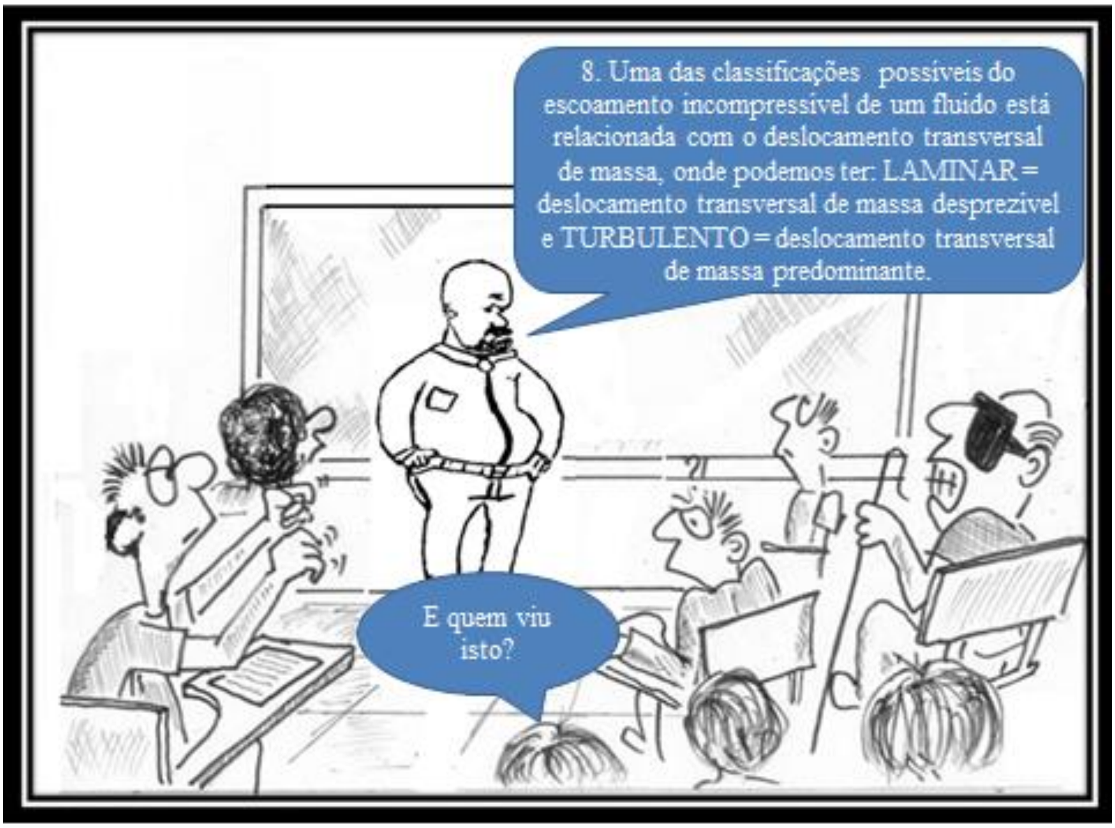

5. Com o viscosimetro de Saybolt determinamos a viscosidade cinemática v.
Como?


$[\nu]_{SI} = \frac{m^2}{s}$
Por exemplo:
$\nu = A \times t - \frac{B}{t}$
t = tempo cronometrado
A e B = parâmetros que dependem do viscosimetro
Beleza, mas tendo a viscosidade cinemática, como determinamos a viscosidade dinâmica?

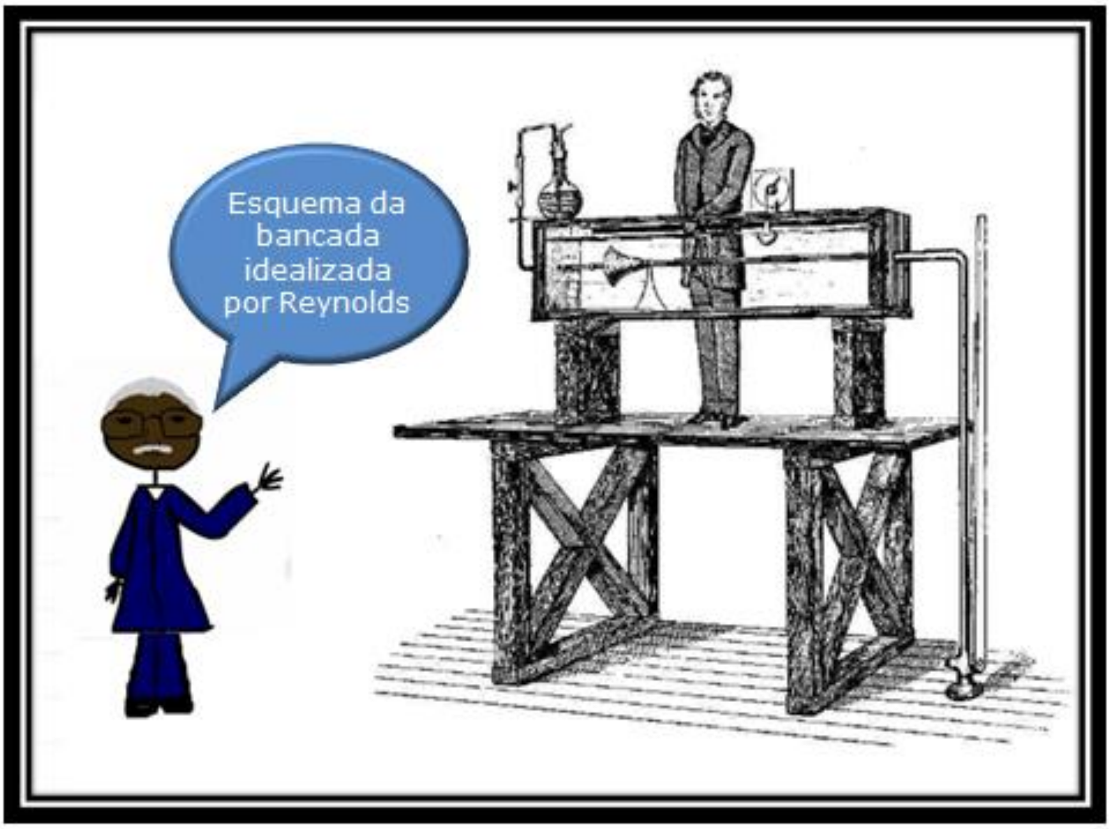

Lembrando que:
6. → ν = μ/ρ
ρ = massa específica = massa/volume = m/V
7. E se a massa especifica permanecer constante ao longo do escoamento o mesmo é considerado incompressível!
É isso aí!

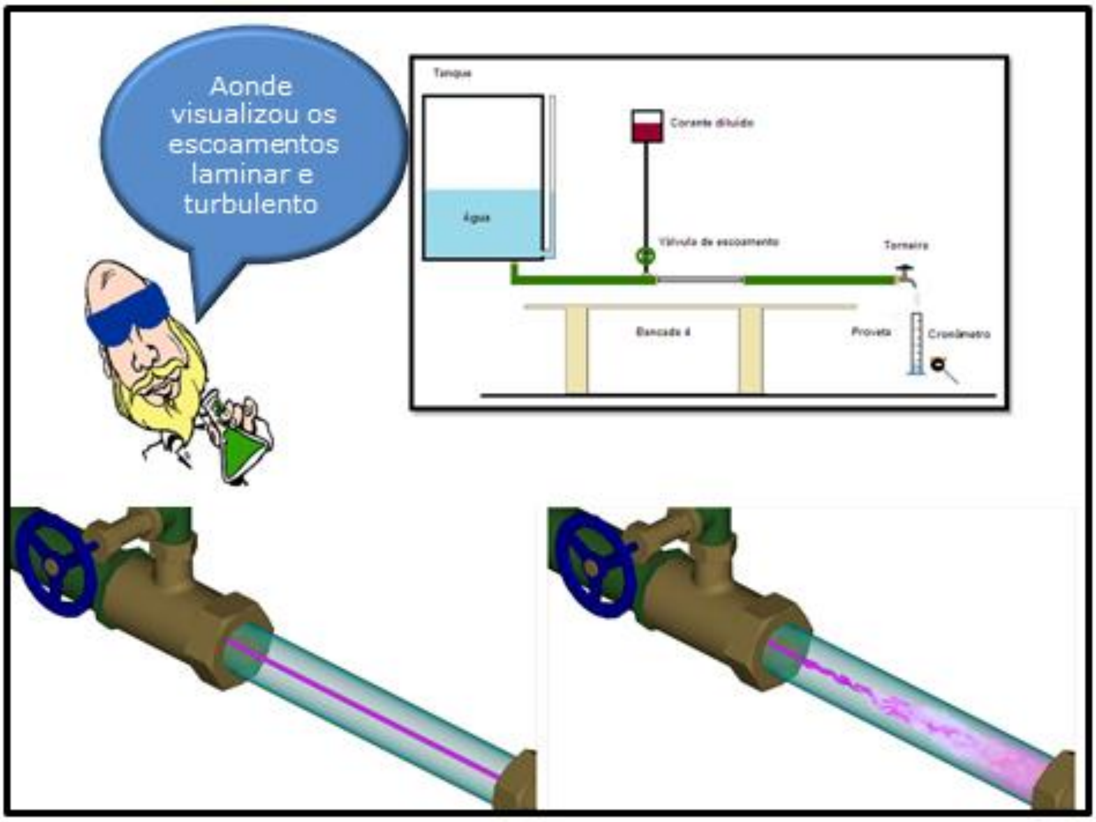

Vamos voltar ao problema.


"...o escoamento é laminar no seu conduto de entrada ... No conduto de entrada da bomba de diâmetro de 40 mm, o escoamento é turbulento ..."
Escoamento laminar, turbulento, o que é isto?

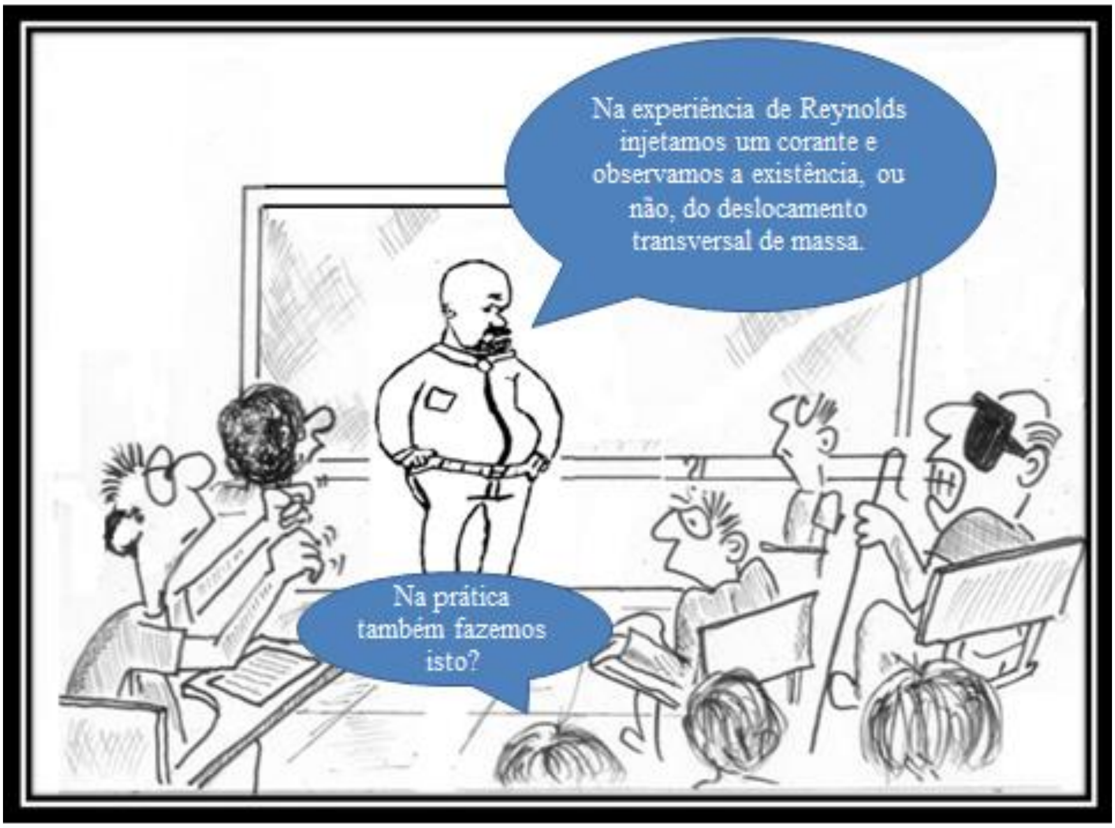

8. Uma das classificações possíveis do escoamento incompressível de um fluido está relacionada com o deslocamento transversal de massa, onde podemos ter: LAMINAR = deslocamento transversal de massa desprezível e TURBULENTO = deslocamento transversal de massa predominante.
E quem viu isto?


9. Foi Reynolds que estabeleceu o escoamento LAMINAR, TURBULENTO e TRANSIÇÃO que é a passagem do laminar para o turbulento e vice-versa. Ele obteve a classificação laminar, turbulento e transição através da experiência que recebeu o seu nome, ou seja, a EXPERIÊNCIA DE REYNOLDS.
Como era esta experiência?

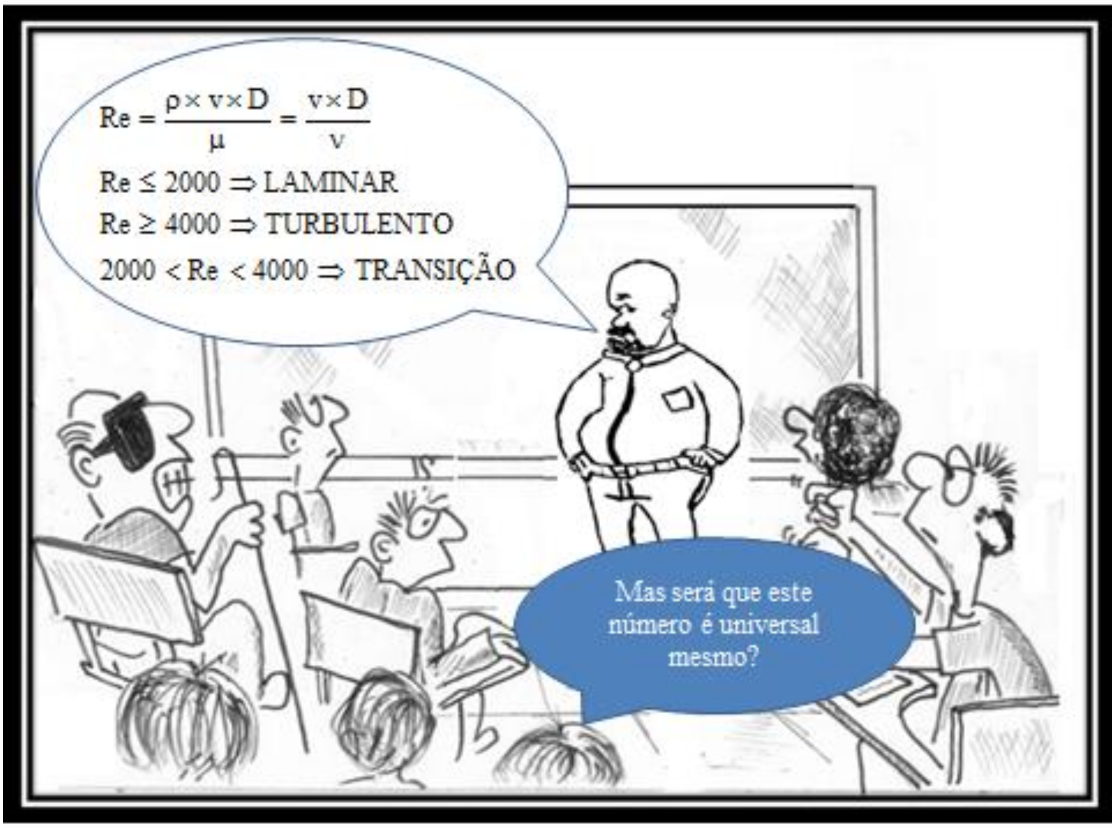

Esquema da bancada idealizada por Reynolds

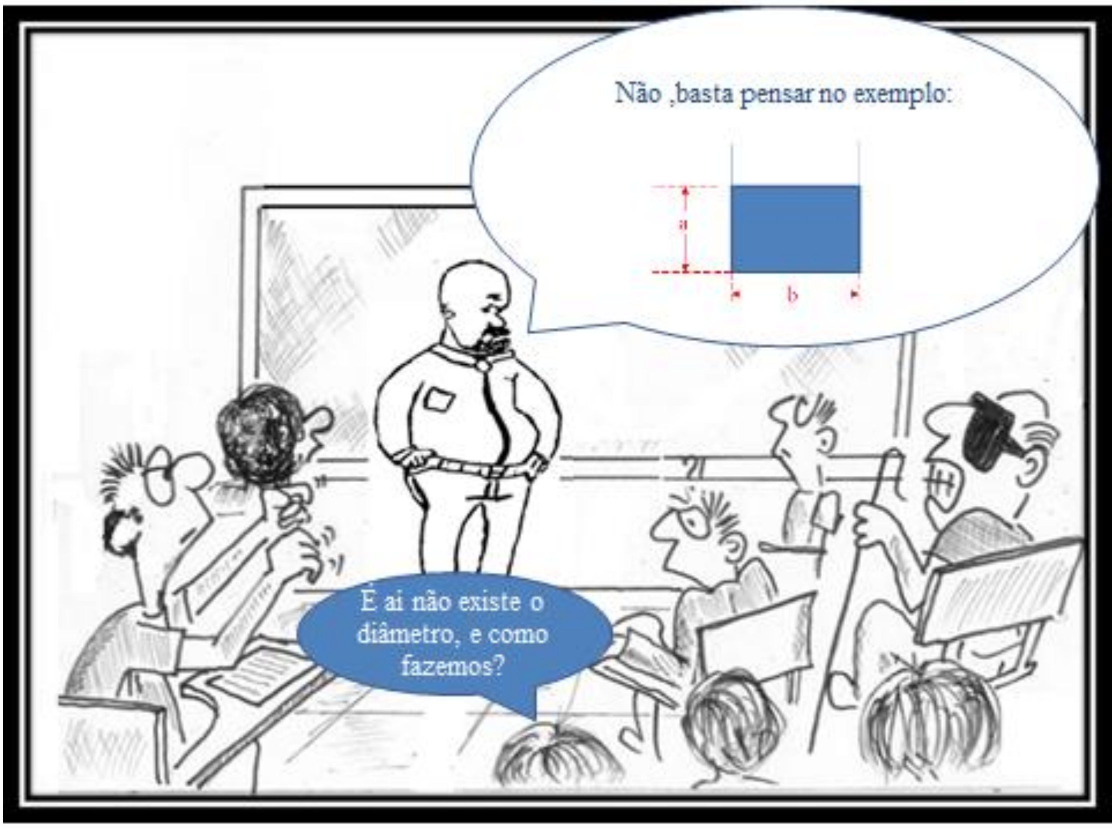

Aonde visualizou os escoamentos laminar e turbulento
Tanque
Água
Corante diluído
Válvula de escoamento
Torneira
Bancada 4
Proveta
Cronômetro

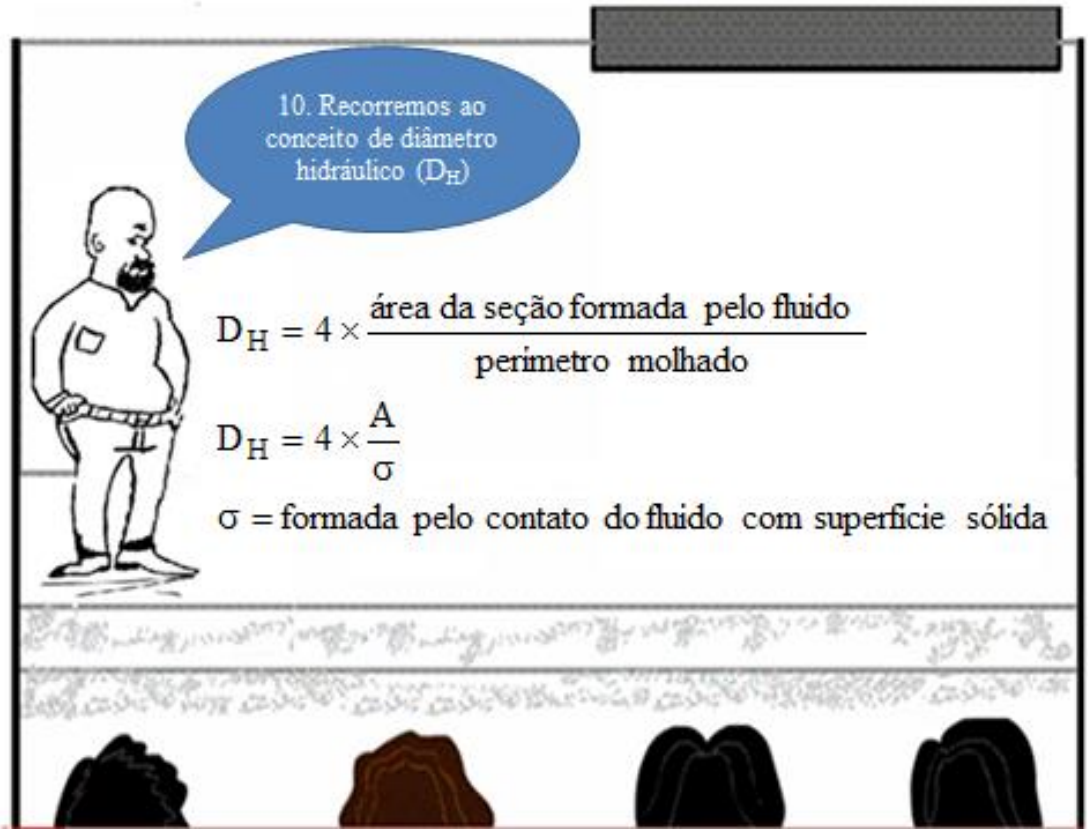

FOTOS DO TRECHO ONDE É REALIZADA A EXPERIÊNCIA DE REYNOLDS, COM ESCOAMENTO LAMINAR E TURBULENTO E AINDA A DETERMINAÇÃO DA VAZÃO.

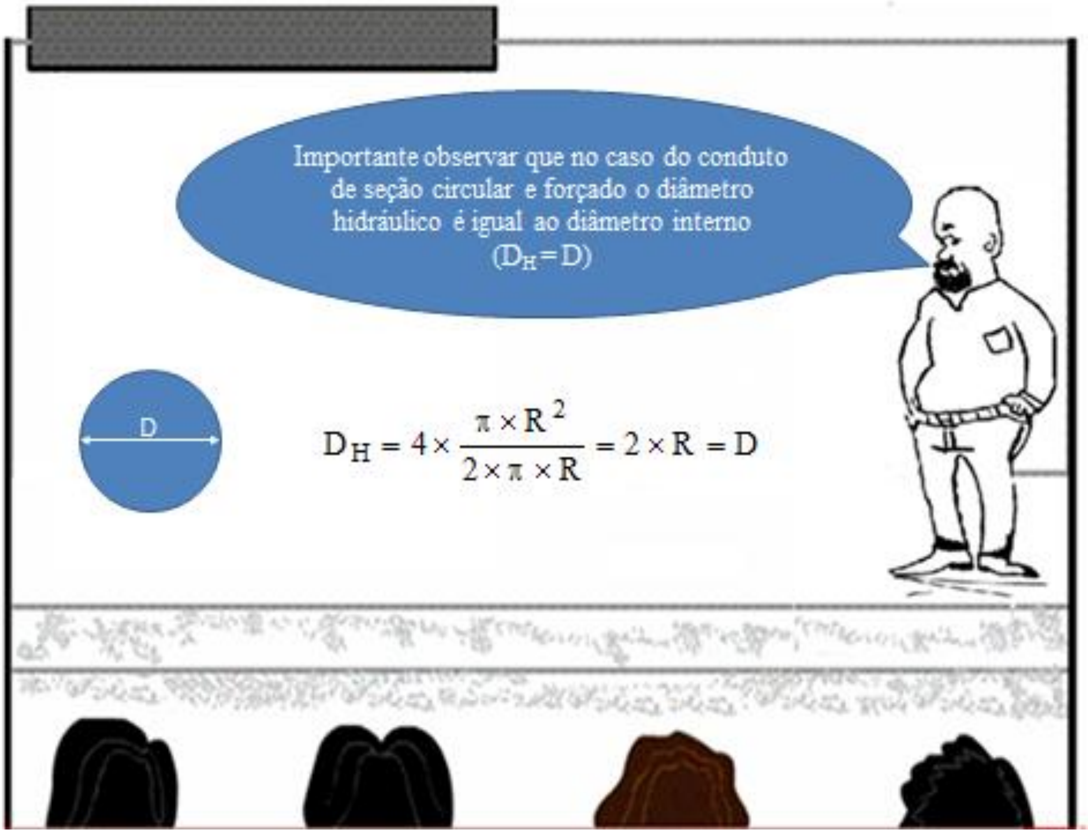

Na experiência de Reynolds injetamos um corante e observamos a existência, ou não, do deslocamento transversal de massa.
Na prática também fazemos isto?

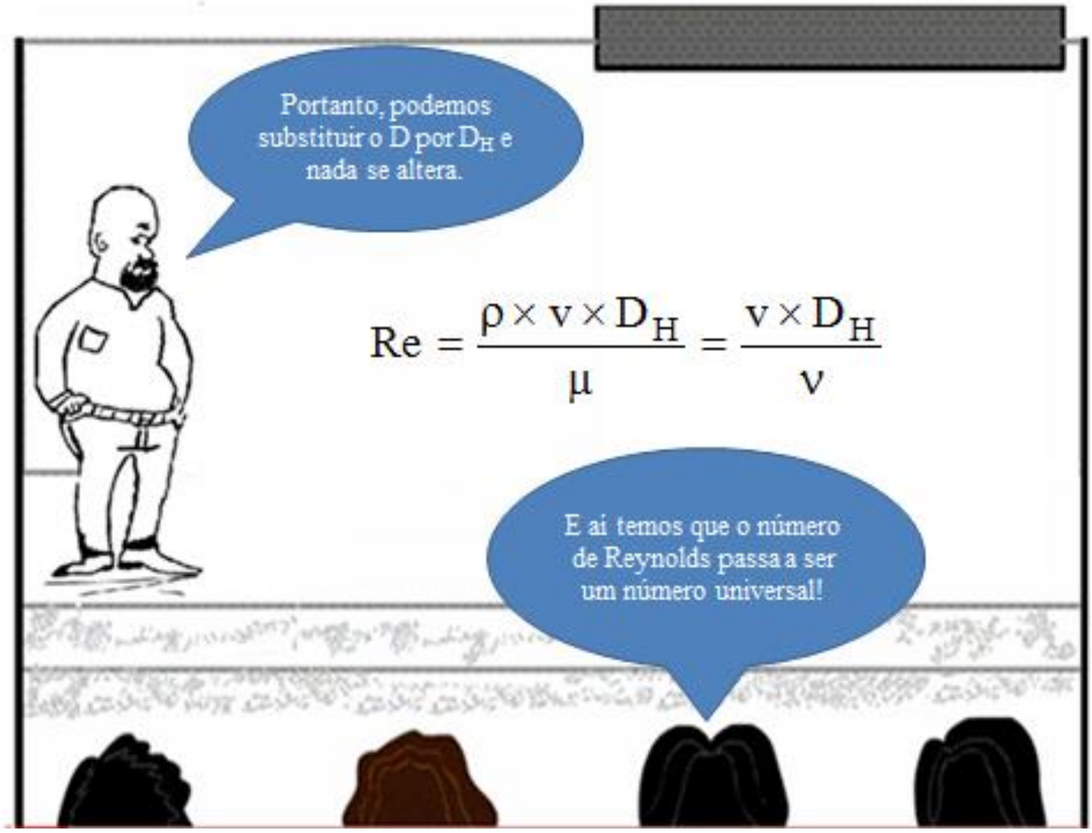

Não, na prática calculamos um número adimensional, denominado de número de Reynolds e estabelecemos o tipo de escoamento: LAMINAR, TRANSIÇÃO ou TURBULENTO.

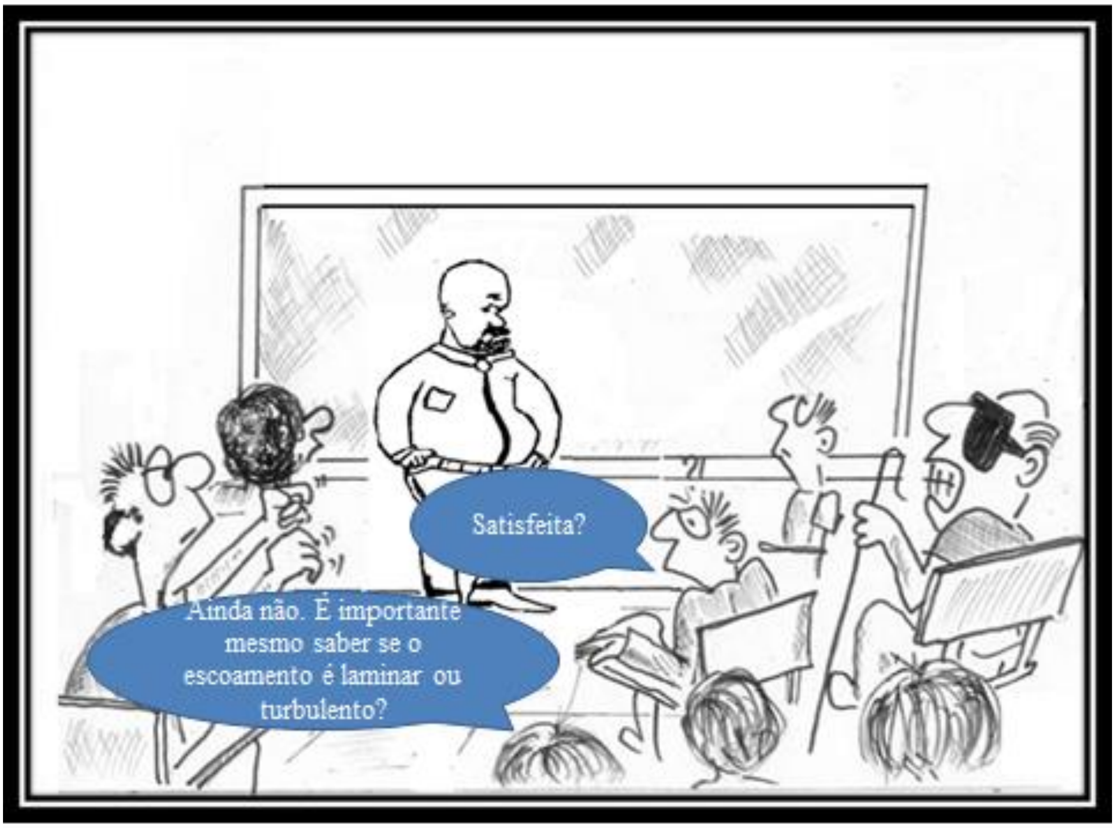

$Re = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} = \frac{v \times D}{\nu}$
$Re \leq 2000 \Rightarrow$ LAMINAR
$Re \geq 4000 \Rightarrow$ TURBULENTO
$2000 < Re < 4000 \Rightarrow$ TRANSIÇÃO
Mas será que este número é universal mesmo?


Não ,basta pensar no exemplo:
a
b
E ai não existe o diâmetro, e como fazemos?

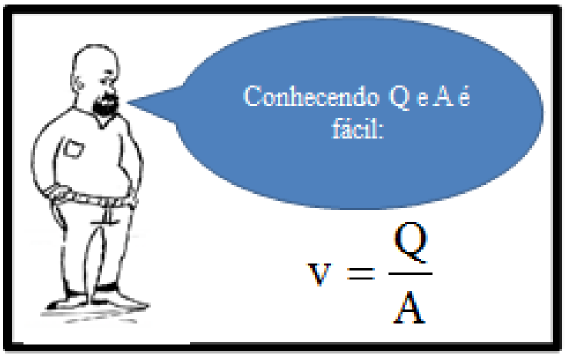

10. Recorremos ao conceito de diâmetro hidráulico (D_H)
$D_H = 4 \times \frac{\text{área da seção formada pelo fluido}}{\text{perimetro molhado}}$
$D_H = 4 \times \frac{A}{\sigma}$
σ = formada pelo contato do fluido com superficie sólida

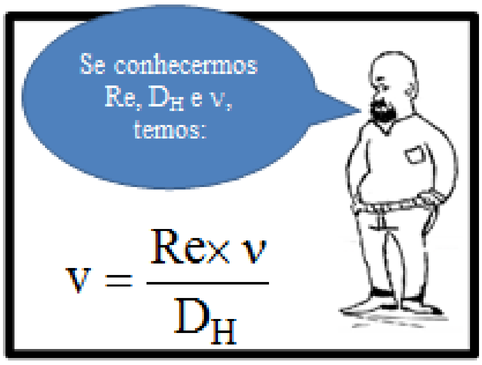

Importante observar que no caso do conduto de seção circular e forçado o diâmetro hidráulico é igual ao diâmetro interno ($D_H = D$)
D
$D_H = 4 \times \frac{\pi \times R^2}{2 \times \pi \times R} = 2 \times R = D$


Portanto, podemos substituir o D por D_H e nada se altera.
$$Re = \frac{\rho \times v \times D_H}{\mu} = \frac{v \times D_H}{\nu}$$
E aí temos que o número de Reynolds passa a ser um número universal!

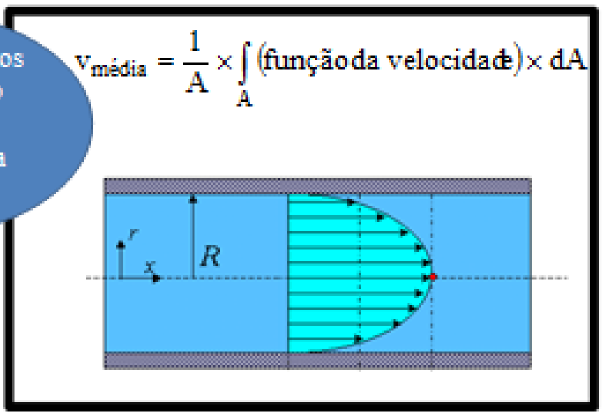

Satisfeita?
Ainda não. É importante mesmo saber se o escoamento é laminar ou turbulento?


Sim, tanto para o cálculo da perda de carga, como para o cálculo da velocidade média do escoamento.
Satisfeita?
Ainda não. E como calculamos a velocidade média do escoamento.

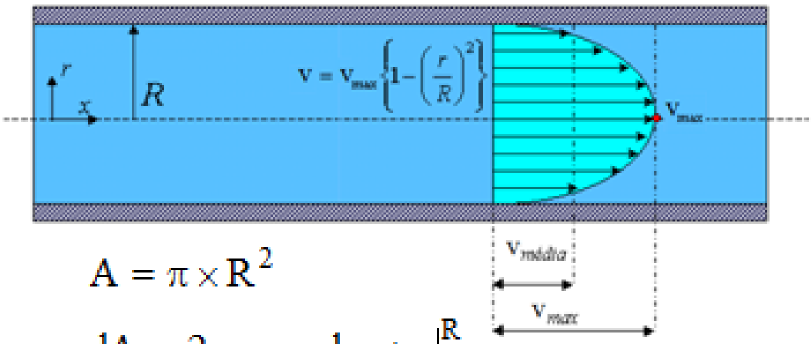

Conhecendo Q e A é fácil:
$v = \frac{Q}{A}$


Se conhecermos Re, D_H e ν, temos:
$v = \frac{Re \times \nu}{D_H}$


11. O que desejamos agora é estudar o cálculo da velocidade média pela expressão:


$v_{média} = \frac{1}{A} \times \int_A (\text{função da velocidade}) \times dA$
R

12. Cálculo da velocidade média para o escoamento laminar em um conduto de seção circular e escoamento forçado



$$A = \pi \times R^2$$

$$dA = 2\pi \times r \times dr \rightarrow r\Big|_0^R$$

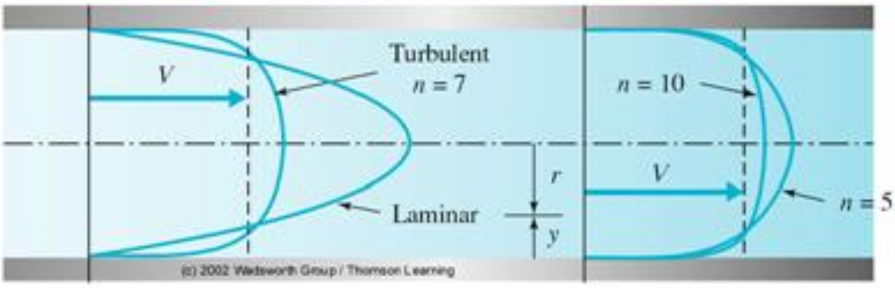
$$v_{média} = \frac{1}{\pi R^2} \times \int_0^R v_{max} \times \left(\frac{R^2 - r^2}{R^2}\right) \times 2\pi r dr$$

$$v_{média} = \frac{2\pi \times v_{max}}{\pi R^4} \times \left[\int_0^R R^2 r dr - \int_0^R r^3 dr\right]$$

$$v_{média} = \frac{2 \times v_{max}}{R^4} \times \left[R^2 \times \frac{r^2}{2}\Big|_0^R - \frac{r^4}{4}\Big|_0^R\right]$$

$$v_{média} = \frac{2 \times v_{max}}{R^4} \times R^4 \times \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right] = \frac{v_{max}}{2}$$

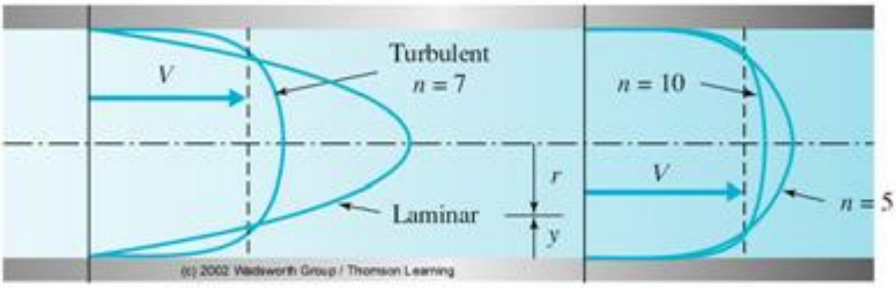
13. Cálculo da velocidade média para o escoamento turbulento em um conduto de seção circular e escoamento forçado



Geralmente:

$$v = v_{max} \times \left[1 - \frac{r}{R}\right]^{\frac{1}{7}}$$

Escoamento turbulento em um conduto forçado de seção circular



$$v = v_{max} \times \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7}$$

$$v_{média} = \frac{1}{\pi \times R^2} \times \int_0^R \left[v_{max} \times \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7} \right] \times 2\pi \times r \times dr$$

$$v_{média} = \frac{49}{60} \times v_{máx}$$

$$v = \frac{1}{\pi R^2}\times\int_0^R v_{max}\times\left[1-\frac{r}{R}\right]^{1/7}\times 2\pi r dr$$

$$v = \frac{v_{max}\times 2\pi}{\pi R^2\times R^{1/7}}\times\int_0^R (R-r)^{1/7}\times r dr$$

$$R - r = a \therefore r = R - a \Rightarrow dr = -da$$

$$\text{para } r = 0 \Rightarrow a = R$$

$$\text{para } r = R \Rightarrow a = 0 \Rightarrow v = \frac{v_{max}\times 2}{R^{15/7}}\times\int_R^0 a^{1/7}\times(R-a)\times(-da)$$

$$v = \frac{v_{max}\times 2}{R^{15/7}}\times\left[R\int_0^R a^{1/7}\times da - \int_0^R a^{8/7}\times da\right] = \frac{v_{max}\times 2}{R^{15/7}}\times\left[R\times\frac{7}{8}\times R^{8/7} - \frac{7}{15}\times R^{15/7}\right]$$

$$v = 2\times v_{max}\times\left[\frac{105-56}{120}\right] = \frac{49}{60}\times v_{max}$$

$$\sum_{\text{entram}} Q = \sum_{\text{saem}} Q$$

e

$$\sum_{\text{entram}} Q_m = \sum_{\text{saem}} Q_m$$

$$Q_m = \text{vazão em massa}$$

$$Q_m = \frac{\text{massa}}{\text{tempo}} = \frac{m}{t} = \rho \times \frac{V}{t} = \rho \times Q$$

Solução

Xarope tem escoamento laminar, portanto:

$$v = \frac{v_{max}}{2} = \frac{3{,}18}{2} = 1{,}59\,\frac{m}{s} \therefore Q_{xarope} = 1{,}59 \times \frac{\pi \times 0{,}02^2}{4}$$

$$Q_{xarope} \cong 0{,}5 \times 10^{-3}\,\frac{m^3}{s} = 0{,}5\,\frac{L}{s}$$

Envasamento:

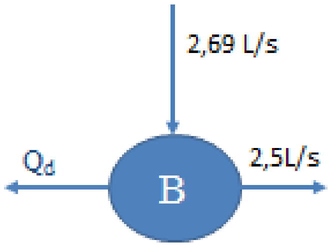
$$Q_{env} = \frac{V}{t} = \frac{200 \times 0{,}75}{60} \cong 2{,}5\,\frac{L}{s}$$

Na entrada da bomba o escoamento é turbulento, portanto:

$$2{,}3 = v_{max} \times \left(1 - \frac{12}{20}\right)^{1/7} \Rightarrow v_{max} \cong 2{,}622\,\frac{m}{s}$$

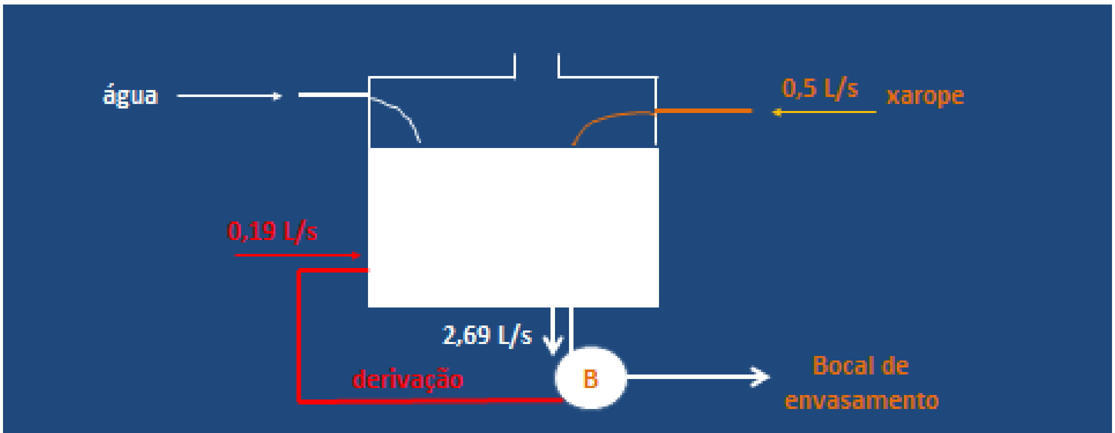
$$v = \frac{49}{60} \times 2{,}622 \cong 2{,}14\,\frac{m}{s} \therefore Q_{eB} = 2{,}14 \times \frac{\pi \times 0{,}04^2}{4}$$

$$Q_{eB} \cong 2{,}69 \times 10^{-3}\,\frac{m^3}{s} = 2{,}69\,\frac{L}{s}$$



$$Q_d = 2{,}69 - 2{,}5$$

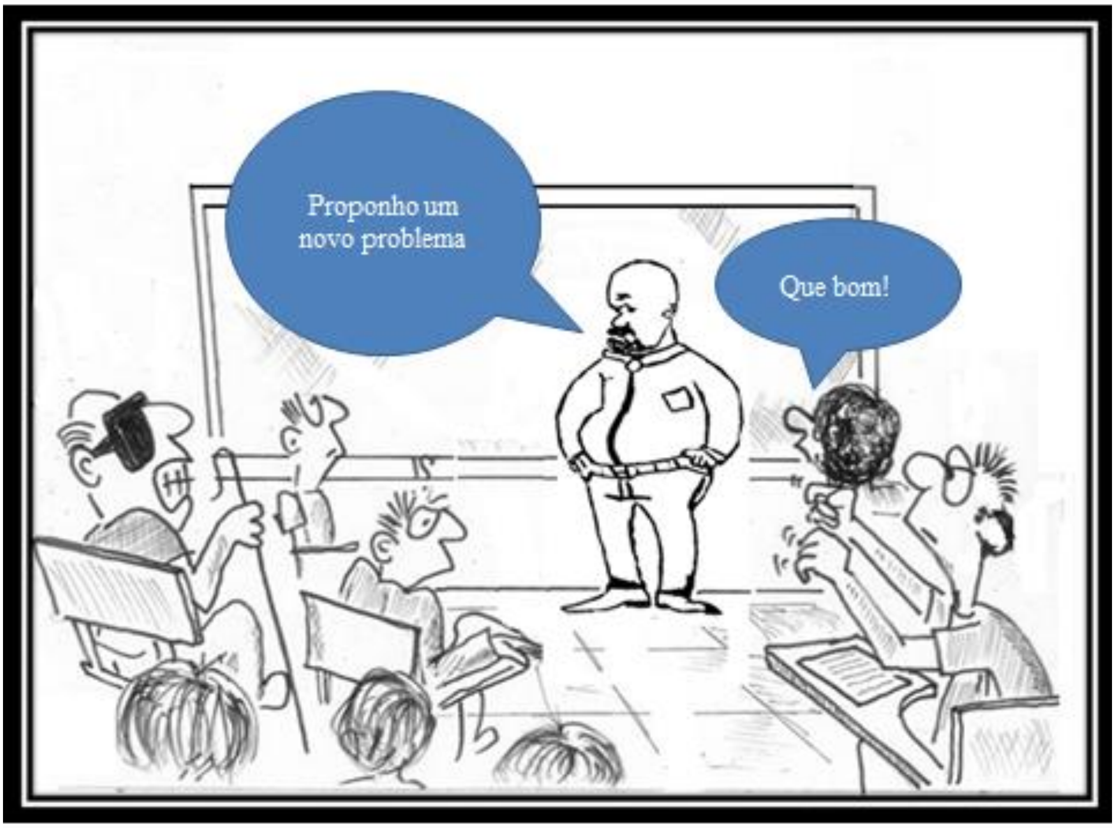
$$Q_d = 0{,}19\,\frac{L}{s}$$



$$2{,}69 = Q_{água} + 0{,}5 + 0{,}19$$

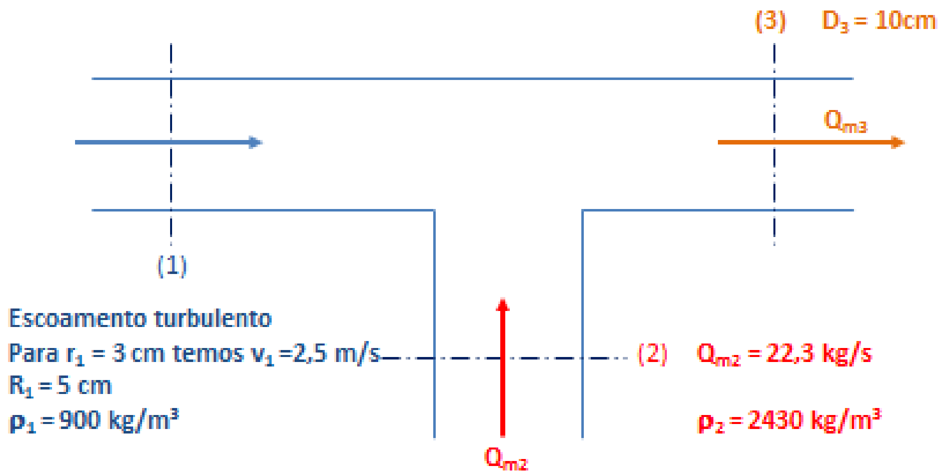
$$\therefore Q_{água} = 2\,\frac{L}{s}$$

$$\frac{Q_{xarope}}{Q_{agua}} = \frac{0{,}5}{2} = \frac{1}{4}$$



O sistema abaixo representa um escoamento em regime permanente onde na seção (3) temos uma mistura homogênea, nesta situação pede-se:

a. a vazão em massa na seção (1);
b. A massa especifica na seção (3).



Solução do item a)

$$2{,}5 = v_{max\,1} \times \left(1 - \frac{3}{5}\right)^{1/7} \therefore v_{max\,1} \cong 2{,}85\,\frac{m}{s}$$

$$v_1 = \frac{49}{60} \times 2{,}85 \cong 2{,}33\,\frac{m}{s}$$

$$Q_1 = v_1 \times A_1 = 2{,}33 \times \pi \times 0{,}05^2$$

$$Q_1 \cong 0{,}0183\,\frac{m^3}{s} = 18{,}3\,\frac{L}{s}$$

$$Q_{m_1} = \rho_1 \times Q_1 = 900 \times 0{,}0183$$

$$Q_{m_1} \cong 16{,}5\,\frac{kg}{s}$$

Solução do item b)

$$Q_{m_1} + Q_{m_2} = Q_{m_3}$$

$$Q_{m_3} = 16{,}5 + 22{,}3 = 38{,}8\,\frac{kg}{s}$$

Como trata de uma mistura homogênea, podemos escrever que :

$$Q_3 = Q_1 + Q_2$$

$$Q_3 = 0{,}0183 + \frac{22{,}3}{2430}$$

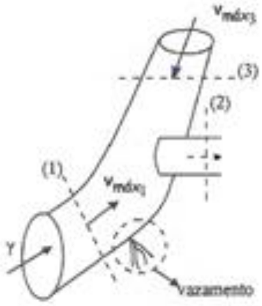
$$Q_3 \cong 0{,}0275\,\frac{m^3}{s}$$

$$\rho_3 = \frac{Q_{m_3}}{Q_3} = \frac{38{,}8}{0{,}0275}$$

$$\rho_3 \cong 1412{,}1\,\frac{kg}{m^3}$$

Um engenheiro de manutenção constatou um vazamento em uma instalação utilizada no escoamento de um fluido com peso específico (γ) igual a 8500 N/m³ e com viscosidade cinemática igual a 10^{-5} m²/s. Considerando o trecho da mesma, que é esquematizado a seguir, onde o escoamento é uma seção (1) circular forçada de D_1 = 38,1mm é laminar com a velocidade máxima (v_{max1}) igual a 1 m/s, nas seções (2) e (3), também circulares e forçadas com D_2 = 15,6 mm e D_3 = 26,6 mm turbulentos com a velocidade máxima em (3) (v_{max3}) igual a 2m/s e a velocidade máxima em (2) (v_{max2}) igual a 3,3m/s, ele pode afirmar que:

a. não existe o vazamento
b. existe o vazamento e é igual aproximadamente a 12,6 L/s
c. existe o vazamento e é igual aproximadamente a 0,26 L/s
d. existe o vazamento e é igual aproximadamente a 0,96 L/s
e. existe o vazamento e é igual aproximadamente a 1,96 L/s



(1) → escoamento laminar

$$v_1 = \frac{v_{max\,1}}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5\,\frac{m}{s}$$

$$Q_1 = v_1 \times A_1 = 0{,}5 \times \frac{\pi \times 0{,}0381^2}{4} = 5{,}7 \times 10^{-4}\,\frac{m^3}{s} = 0{,}570\,\frac{L}{s}$$

Como em (3) é turbulento, temos:

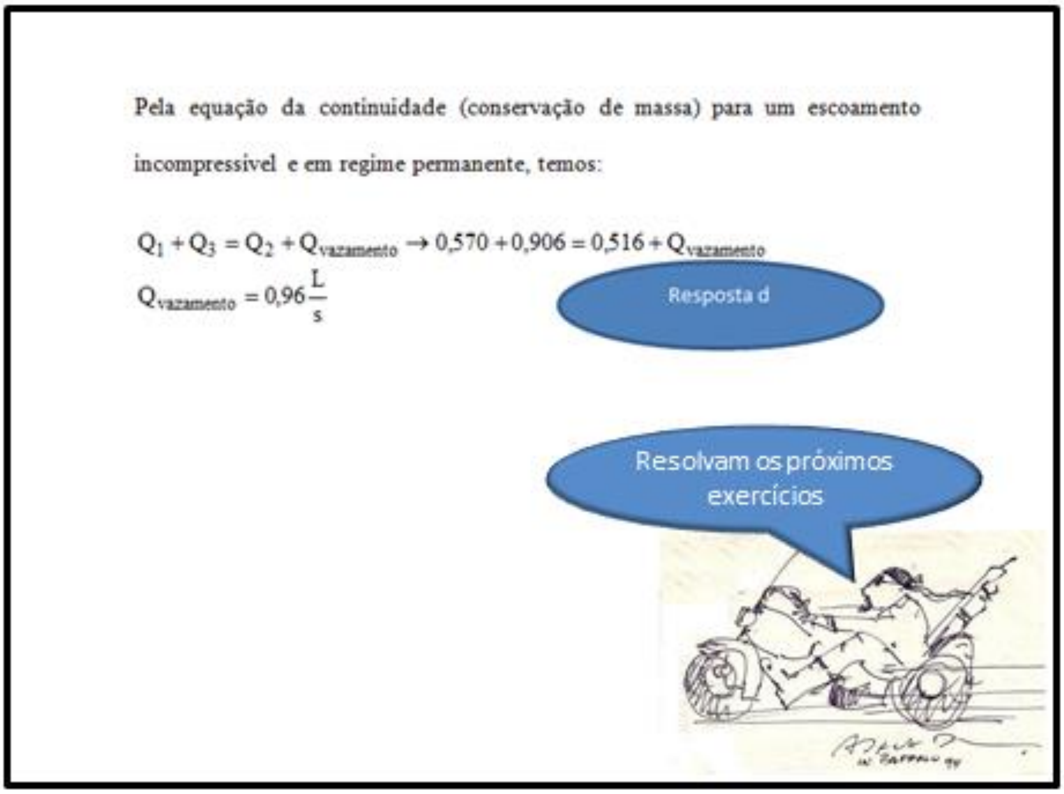
$$v_3 = \frac{49}{60} \times v_{max\,3} = \frac{49}{60} \times 2 \cong 1{,}63\,\frac{m}{s}$$

$$Q_3 = v_3 \times A_3 = 1{,}63 \times \frac{\pi \times 0{,}0266^2}{4} \cong 9{,}06 \times 10^{-4}\,\frac{m^3}{s} = 0{,}906\,\frac{L}{s}$$

$$v_{max\,2} = 3{,}3\,\frac{m}{s}$$

$$v_2 = \frac{49}{60} \times v_{max\,2} = \frac{49}{60} \times 3{,}3 \cong 2{,}7\,\frac{m}{s}$$

$$Q_2 = v_2 \times A_2 = 2{,}7 \times \frac{\pi \times 0{,}0156^2}{4} \cong 5{,}16 \times 10^{-4}\,\frac{m^3}{s} \cong 0{,}516\,\frac{L}{s}$$



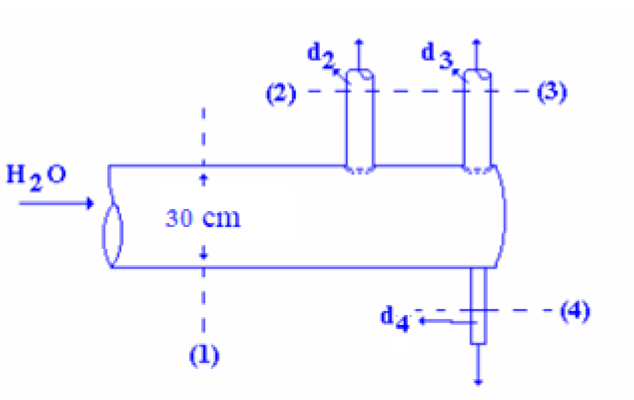
Água escoa por um conduto principal que possui três ramais em derivação. O diâmetro do conduto principal é 4 cm e os das derivações são 5 cm, 3 cm e 2 cm, respectivamente d_2, d_3 e d_4. Sabe-se que os escoamentos nas derivações são todos turbulentos com velocidades $v_{máx} = 1{,}40$ m/s, pede-se:

a). a vazão e a vazão em massa no conduto principal;

b). o tipo de escoamento no conduto principal;

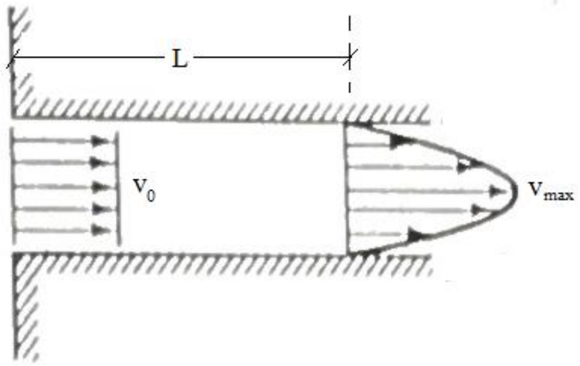
c). a velocidade máxima no conduto principal.

Dados: $\nu = 10^{-6}$ m^2/s; $\rho_{H2O} = 1000$ kg/m^3 e que os condutos são todos forçados.



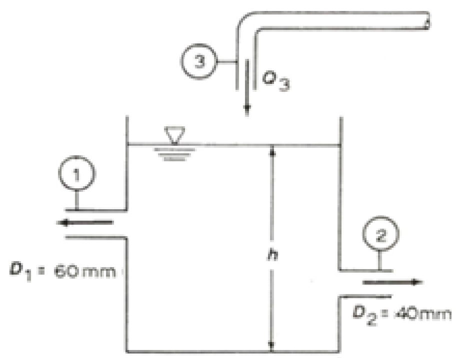
O escoamento na entrada da figura é considerado uniforme com velocidade v_0 = 50 mm/s, enquanto que após um comprimento L quando totalmente estabelecido é considerado com o diagrama de velocidade representado pela equação $v = v_{máx.} [1 - 2500 r^2]$ com [v] em m/s e [r] em m. Pede-se determinar a vazão em peso do escoamento, a velocidade real em mm/s para r = 10 mm.

Dados: g = 9,8 m/s^2 ; ρ_{H2O} = 1000 kg/m^3 ; R = 20 mm ; $\nu = 10^{-6}$ m^2/s



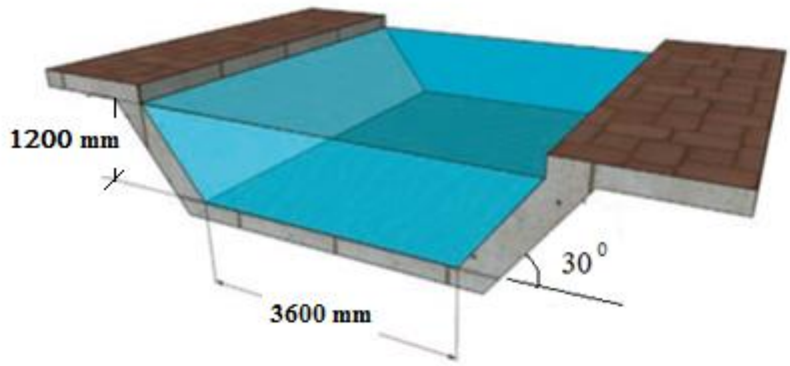
A água ($\rho_{água} = 998$ kg/m³) é retirada com uma velocidade média de 8 m/s no tanque pelo conduto (1) que tem diâmetro interno igual a 60 mm. Através do conduto (3) tem-se uma vazão em massa igual a 56 kg/s. Se o nível h do tanque é mantido constante, calcule a velocidade média no conduto (2), o tipo de escoamento (laminar, transição ou turbulento) no mesmo e a velocidade máxima do escoamento.

Dados: $D_{int_2} = 40mm; \nu_{água} = 10^{-6} \frac{m^2}{s}; g = 9{,}8 \frac{m}{s^2}$

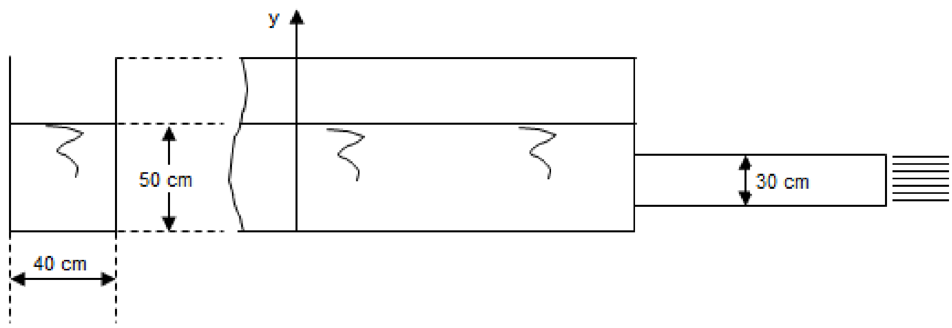


Considerando que a vazão de água (γ = 1000 kgf/m³ e $\nu = 10^{-6}$ m²/s) que passa no canal cuja seção transversal e representada a seguir é igual a 13628,3 L/s e que o diâmetro hidráulico é um parâmetro importante no dimensionamento de canais, tubos, dutos e outros componentes das obras hidráulicas sendo igual a quatro (4) vezes à razão entre a área da seção transversal formada pelo fluido e o perímetro molhado, pede-se:

a. o diâmetro e o raio hidráulico do canal;
b. o número de Reynolds e a classificação do escoamento na seção considerada



O canal de seção retangular da figura, que mantém nível constante, alimenta uma tubulação forçada de diâmetro 30 cm e espessura de parede desprezível. No canal, o líquido de peso específico 10000 N/m³ e viscosidade cinemática 10^{-4} m²/s, tem uma vazão em peso de 2000 N/s.



Para a situação descrita, podemos afirmar que a vazão em volume na tubulação; a velocidade máxima na tubulação e o raio hidráulico no canal são aproximadamente:

a) 0,2 m³/s; 2,83 m/s; 0,241 m
b) 0,2 m³/s; 3,47 m/s; 0,143 m
c) 0,2 m³/s; 3,47 m/s; 0,341 m
d) 0,2 m³/s; 3,47 m/s; 0,111 m
e) 0,2 m³/s; 2,83 m/s; 0,154 m

<u>Solução</u>:

$$Q = \frac{Q_G}{\gamma} = \frac{2000}{10000} = 0{,}2\,\frac{m^3}{s}$$

$$v_{média} = \frac{4 \times Q}{\pi \times D^2} = \frac{4 \times 0{,}2}{\pi \times 0{,}3^2} \cong 2{,}83\,\frac{m}{s}$$

$$Re = \frac{v_{média} \times D}{\nu} = \frac{2{,}83 \times 0{,}3}{10^{-4}} = 8490 \therefore \text{turbulento}$$

$$v_{máxima} = \frac{60}{49} \times v_{média} = \frac{60}{49} \times 2{,}83 \cong 3{,}47\,\frac{m}{s}$$

$$R_H = \frac{A}{\nu} = \frac{0{,}5 \times 0{,}4}{0{,}5 + 0{,}4 + 0{,}5} \cong 0{,}143m$$

<u>Portanto resposta certa a letra (b)</u>

Uma caixa d'água de 8000 litros precisa ser cheia num tempo de 4 horas. A tubulação é de PVC soldável e tem um diâmetro interno de 21,6 mm e uma área de seção livre igual a 3,67 cm^2. Considerando que a água encontra-se a 25^{0}C onde temos $\rho_{água}$ = 997 kg/m³ e $\nu_{água}$ = 0,892 x 10^{-6} m²/s, pede-se:

a. a vazão de escoamento;
b. a vazão em massa do escoamento;
c. a vazão em peso do escoamento
d. a velocidade média do escoamento;
e. o tipo de escoamento observado no tubo (laminar, transição ou turbulento).