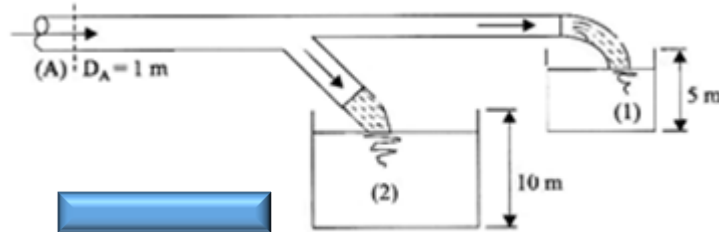


3.9 – Os reservatórios da figura são cúbicos e são enchidos pelos tubos, respectivamente, em 100s e 500s. Determinar a velocidade média da água na seção (A), sabendo que o diâmetro do conduto nessa seção é 1 m.



Recorrendo ao conceito de vazão e a sua determinação de forma direta, temos:

$$Q_1 = \frac{V_1}{t} = \frac{5^3}{100} = 1,25 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$Q_2 = \frac{V_2}{t} = \frac{10^3}{500} = 2 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

E aplicando a equação da conservação de massa para um escoamento incompressível ( $\rho = \text{constante}$ ), resulta:

$$Q_A = Q_1 + Q_2 = 1,25 + 2 = 3,25 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$3,25 = v_A \times \frac{\pi \times 1^2}{4} \therefore v_A \cong 4,14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



Vamos ampliar a equação da conservação de massa (ou equação da continuidade) para um sistema com diversas entradas e saídas considerando que no mesmo ocorra um **escoamento em regime permanente**.

# Regime permanente



São os escoamentos onde as propriedades em cada ponto são invariáveis com o tempo, ou seja, o tempo não entra com variável dos estudos realizados.

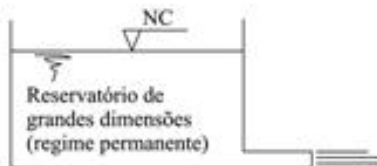
No escoamento em regime permanente o nível de reservatório permanece constante.



Como isto pode ser possível?



## O nível do reservatório permanece constante quando:



OU



A quantidade de fluido que entra é igual a quantidade de fluido que sai!

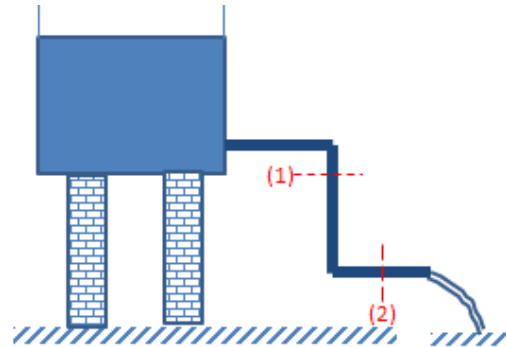
Considerando o conceito de regime permanente para a instalação a seguir, podemos afirmar que não existe acúmulo nem falta de massa entre as seções (1) e (2), portanto a massa que entra em (1),  $m_1$ , é igual a massa que sai em (2),  $m_2$ , portanto:

$$m_1 = m_2 = \text{cte} \rightarrow \div t :$$

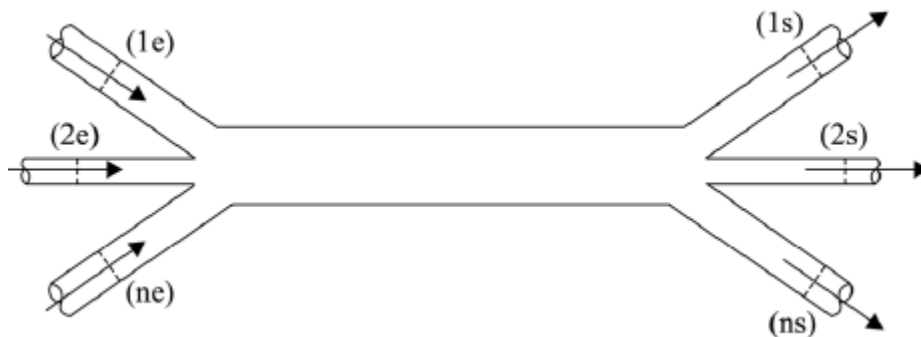
$$\frac{m_1}{t} = \frac{m_2}{t} = \text{cte} \therefore Q_{m1} = Q_{m2} = \text{cte}$$

$$\rho_1 \times Q_1 = \rho_2 \times Q_2 = \text{cte}$$

$$\rho_1 \times v_1 \times A_1 = \rho_2 \times v_2 \times A_2 = \text{cte}$$



No caso do sistema com diversas entradas e diversas saídas em um escoamento em regime permanente, figura a seguir:



$$\sum_{\text{entram}} Q_m = \sum_{\text{saem}} Q_m$$

Para a situação descrita no sistema anterior, teríamos:

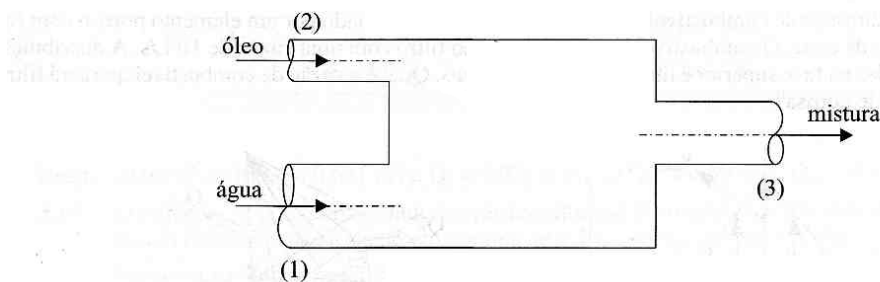
$$Q_{m1e} + Q_{m2e} + Q_{m3e} + \dots + Q_{mne} = Q_{m1s} + Q_{m2s} + Q_{m3s} + \dots + Q_{mns}$$

No caso de resultar em mistura homogênea, além de considerar  $\sum_{\text{entram}} Q_m = \sum_{\text{saem}} Q_m$ ,

temos também:  $\sum_{\text{entram}} Q = \sum_{\text{saem}} Q$ .



- 3.7 Um tubo admite água ( $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$ ) num reservatório com uma vazão de  $20 \text{ L/s}$ . No mesmo reservatório é trazido óleo ( $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ ) por outro tubo com uma vazão de  $10 \text{ L/s}$ . A mistura homogênea formada é descarregada por um tubo cuja seção tem uma área de  $30 \text{ cm}^2$ . Determinar a massa específica da mistura no tubo de descarga e a velocidade da mesma.



Resp.:  $\rho_3 = 933 \text{ kg/m}^3$ ;  $v_3 = 10 \text{ m/s}$

Pela equação da conservação de massa em um escoamento em regime permanente, temos:

$$Q_{m\text{óleo}} + Q_{m\text{água}} = Q_{m\text{mistura}}$$

$$Q_{m\text{óleo}} = 800 \times 10 \times 10^{-3} = 8 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$Q_{m\text{água}} = 1000 \times 20 \times 10^{-3} = 20 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Portanto:  $Q_{m_{mistura}} = 8 + 20 = 28 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = \rho_{mistura} \times Q_{mistura}$ .

Considerando que será formada uma mistura homogênea, resulta:

$$Q_{\text{óleo}} + Q_{\text{água}} = Q_{\text{mistura}}$$

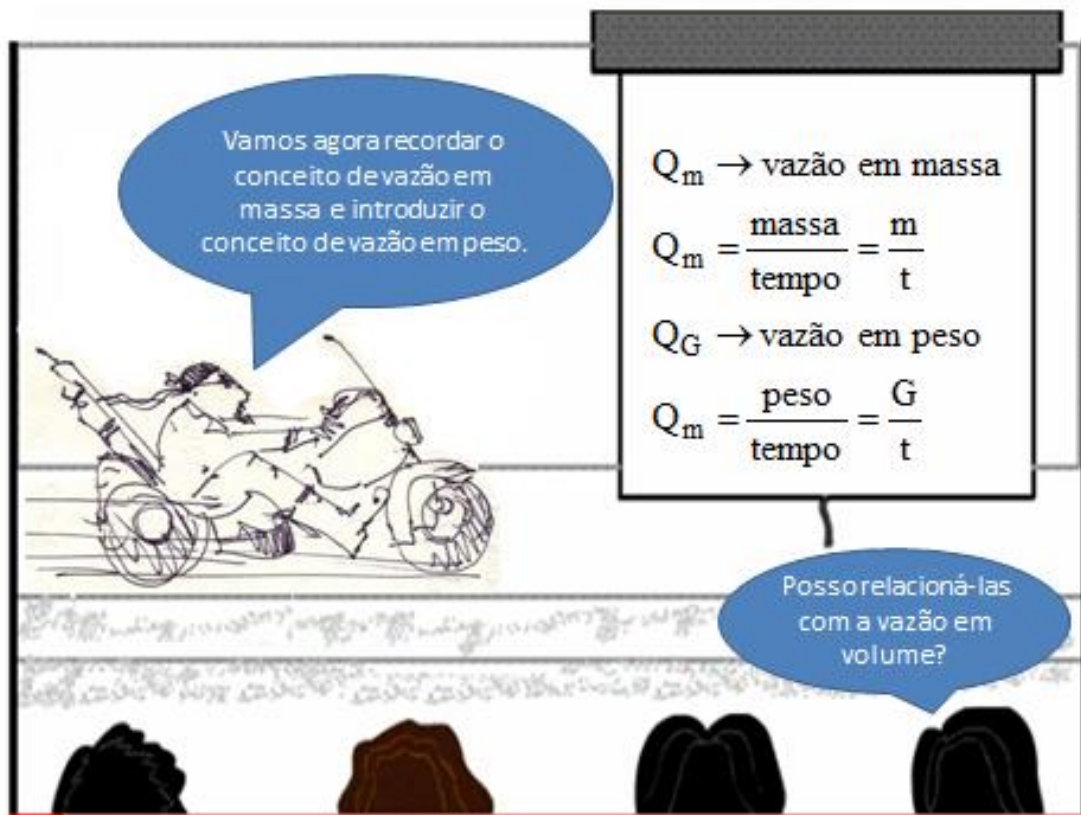
$$10 + 20 = Q_{\text{mistura}} \therefore Q_{\text{mistura}} = 30 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

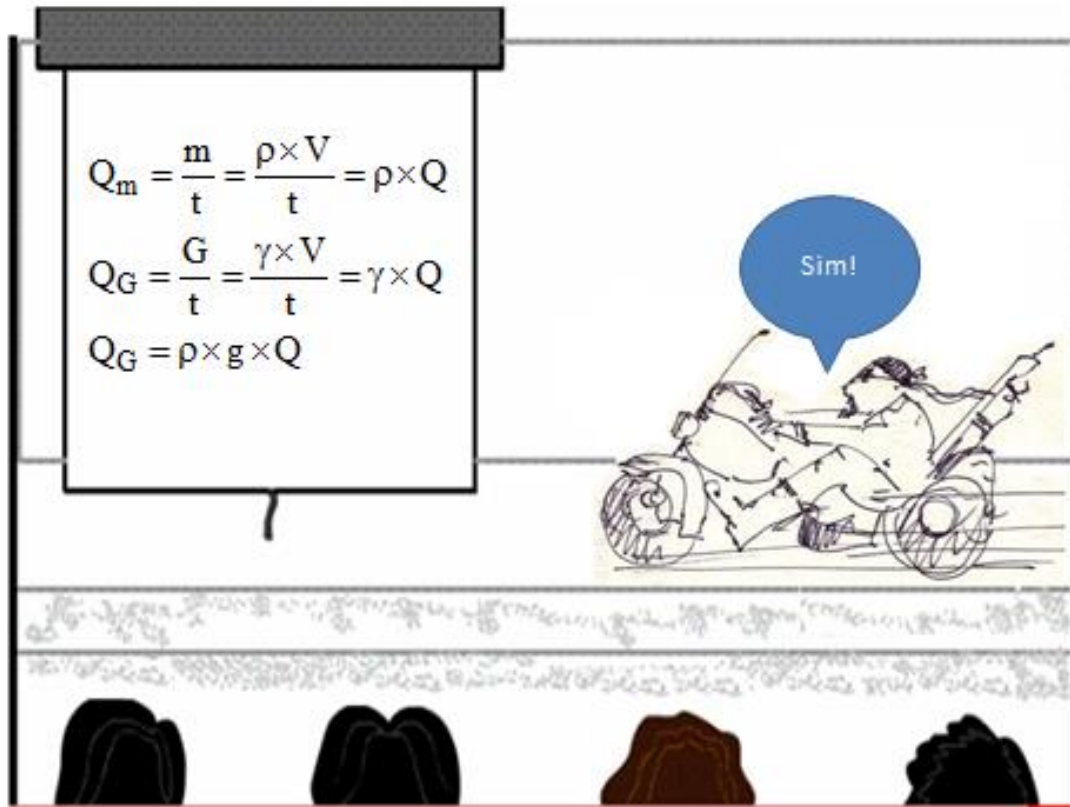
$$28 = \rho_{\text{mistura}} \times 30 \times 10^{-3} \therefore \rho_{\text{mistura}} = \frac{28}{30 \times 10^{-3}} \cong 933,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Reescrevendo a determinação da vazão em função da velocidade média do escoamento e da área da seção formada pelo fluido, resulta:

$$Q_{\text{mistura}} = v \times A \Rightarrow 30 \times 10^{-3} = v \times 30 \times 10^{-4}$$

$$v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$





## Unidades no SI, MK\*S e CGS

Variável	SI	MK* S	CGS
Q	m <sup>3</sup> /s	m <sup>3</sup> /s	cm <sup>3</sup> /s
Q <sub>m</sub>	kg/s	utm/s	g/s
Q <sub>G</sub>	N/s	kgf/s	Dina/s

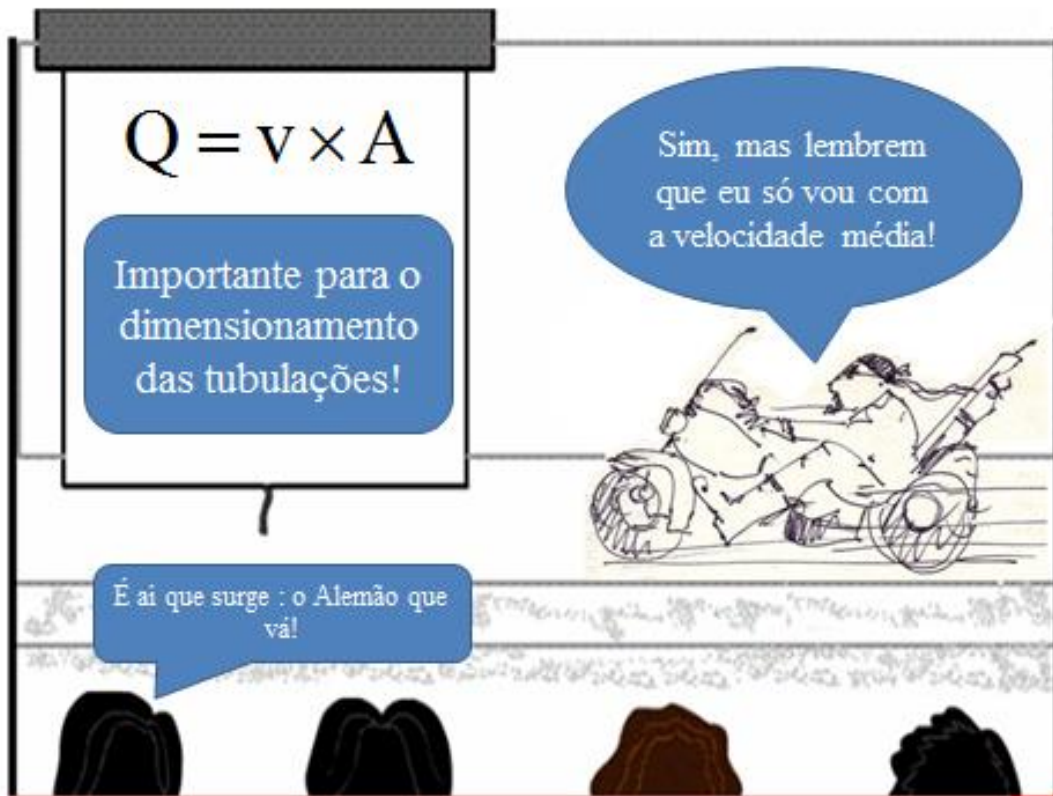
Relações:

$$1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 10^6 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 1000 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

$$1 \frac{\text{utm}}{\text{s}} = 9,8 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 9800 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

$$1 \frac{\text{kgf}}{\text{s}} = 9,8 \frac{\text{N}}{\text{s}} = 9,8 \times 10^5 \frac{\text{dina}}{\text{s}}$$

E é claro que não podemos esquecer a expressão utilizada para dimensionamento de tubulações:



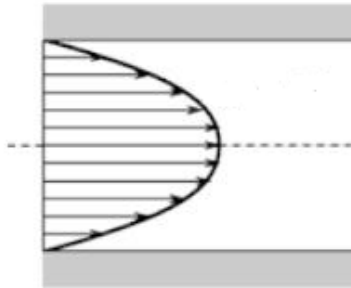
Vamos refletir sobre as figuras a seguir:



Se desejarmos subir (navegar contra a correnteza) o rio, por onde devemos subir?

Iremos navegar perto das margens e isto também pode ser observado em uma seção transversal de um conduto e isto é devido ao que denominamos de **princípio de aderência**.

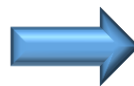
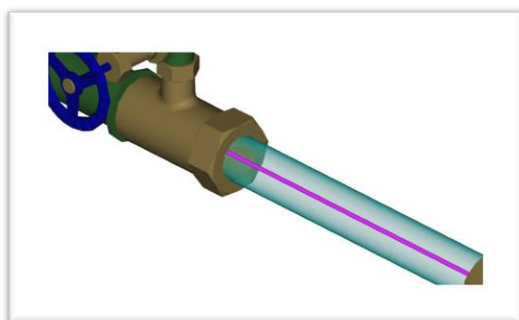
O princípio de aderência estabelece que as partículas fluidas em contato com uma superfície sólida apresentam a velocidade da superfície, portanto na seção transversal de um conduto, temos:



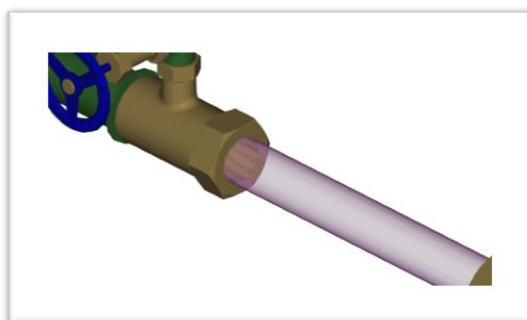
Junto as paredes a velocidade é nula (princípio de aderência) e no centro a velocidade é máxima.

A variação de velocidade é proporcionada pela propriedade do fluido que representa a resistência do mesmo ao movimento e que também é responsável pela dissipação de energia ao longo do escoamento **é a viscosidade dinâmica** (ou *viscosidade absoluta* ou *simplesmente viscosidade*), ela geralmente é representada pela letra grega  $\mu$  e no sistema internacional tem como unidade  $\frac{\text{N} \times \text{s}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \times \text{s}$ .

Esta propriedade também foi importante na experiência de Reynolds, onde visualizamos o deslocamento transversal de massa, o qual irá caracterizar o escoamento laminar (sem deslocamento transversal de massa), o turbulento (com predominância do deslocamento transversal de massa) e o de transição que é a passagem do laminar para o turbulento e vice-versa.

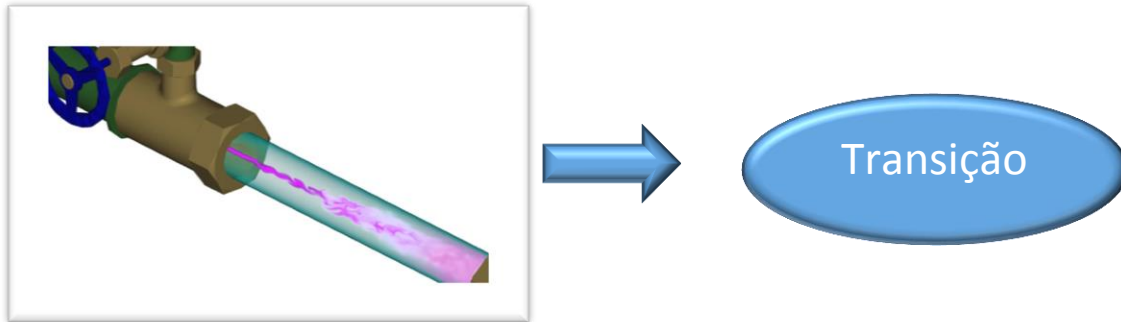


Laminar



Turbulento





Reynolds realizou sua experiência em 1883 e o experimento teve como objetivo a visualização do padrão de escoamento de água através de um tubo de vidro, com o auxílio de um fluido colorido (corante), que permitia observar o deslocamento transversal de massa do corante.

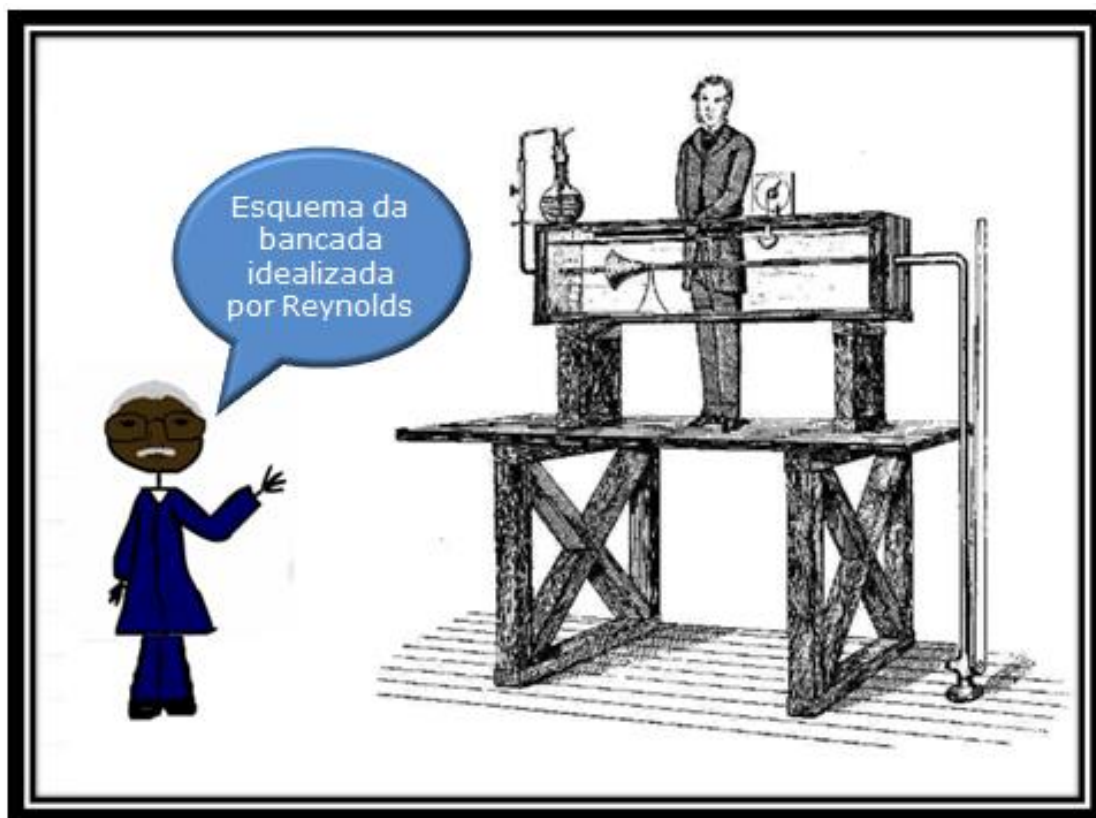


Ilustração do aparato experimental (sem escala)

Dimensões do tanque 6 ft x 18 ft x 18 ft (1,83 m x 5,5 m x 5,5 m)

Equipamentos principais: tubo de vidro, convergente cônico de madeira, tubo metálico, válvula para controle de vazão (com haste longa de comando) e sistema de injeção de líquido colorido.

Fonte: Manchester School of Engineer

<http://www.eng.man.ac.uk/historic/reynolds/oreyna.htm>

Através da experiência realizada e a análise dimensional, Reynolds obteve um número adimensional (Re) que recebe seu nome e que possibilita classificar o escoamento incompressível (aquele que mantém a massa específica constante ao longo do mesmo) em laminar e turbulento.

$$Re = \frac{\rho \times v \times D}{\mu} \rightarrow \text{número de Reynolds}$$

$\rho$  → massa específica do fluido

$v$  → velocidade média do escoamento

$D$  → diâmetro interno do conduto

$\mu$  → viscosidade (ou viscosidade dinâmica ou viscosidade absoluta)

Eu reproduzo esta experiência em uma bancada do centro universitário da FEI e para a próxima aula, vocês devem assistir ao vídeo da mesma no YOUTUBE e com o objetivo de comprovar o escoamento laminar e turbulento e demonstrar, considerando o sistema internacional de unidades, que o número de Reynolds é adimensional (número puro ou número universal).



[https://www.youtube.com/watch?v=V\\_ggjAWKtB0&feature=youtu.be](https://www.youtube.com/watch?v=V_ggjAWKtB0&feature=youtu.be)